

# PARTIE I

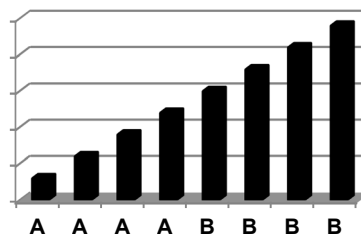
## MESURES INDÉPENDANTES

### Chapitre 1

### Principe d'analyse de variance

#### 1.1 Une situation expérimentale

Dans une expérience, on montre à des participants une à une les lignes de la figure suivante. L'ordre de présentation est aléatoire. La tâche de ceux-ci consiste à évaluer la longueur de chacune d'entre elles.



Cette étude utilisait vingt participants choisis au hasard parmi un grand ensemble de sujets comparables. Dix d'entre eux voyaient les lignes sans aucune information alors que les dix autres les voyaient avec une information textuelle consistant en un « A » figurant sous les quatre lignes

de plus faibles longueurs et un « B » figurant sous les quatre lignes de plus grandes longueurs (cf. graphique). Le choix des sujets appartenant à chacun de ces groupes était réalisé aléatoirement parmi les participants initiaux.

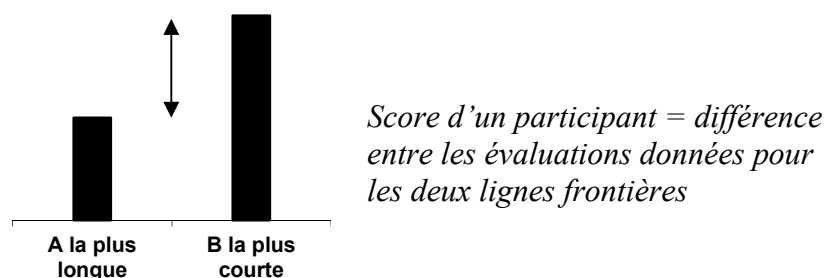
On notait alors, pour chaque participant, la différence entre les longueurs des deux lignes frontières, c'est-à-dire celles séparant les catégories A et B. Elle est exprimée en cm. Notons que la différence réelle était égale à 1 cm<sup>1</sup>.

Ces différences figurent dans le tableau suivant :

		moyennes	variances
si	0,9 1,2 0,7 0,9 1,3 1,0 1,2 1,3 0,2 1,0	0,97	0,1001
ai	1,6 1,5 1,9 0,8 1,4 1,6 1,7 2,1 1,0 1,7	1,53	0,1361

si = sans information textuelle ; ai = avec information textuelle

Il y apparaît par exemple que le premier participant de la condition « évaluation avec information textuelle » a dit que la ligne « B » la plus courte mesurait 1,6 cm de plus que la ligne « A » la plus longue. Il a donc surévalué l'écart réel existant entre les deux lignes (qui est de 1 cm).



L'hypothèse principale à tester était que la catégorisation, c'est-à-dire l'utilisation de l'information textuelle, conduit à accentuer les différences perçues entre les deux lignes frontières : les participants ayant une information textuelle devraient donc surévaluer la différence réelle.

<sup>1</sup> On s'inspire ici d'une expérience célèbre de Tajfel et Wilkes (1963). La différence entre les longueurs des deux lignes frontières est fixée ici à 1 cm, ce qui ne correspond pas à celle utilisée par ces auteurs. Pour des raisons évidentes de place, les échelles des figures ci-dessus ne correspondent pas à celles de l'expérience (entre 7,4 et 11,4 cm).

## 1.2 Un peu de vocabulaire

Nous retrouvons dans l'expérience ci-dessus un certain nombre d'ingrédients de base de toute étude utilisant une démarche expérimentale.

### 1.2.1 Variables dépendante et indépendante

Tout d'abord, les mesures réalisées (0,9; 1,2; ...) correspondent à une *variable quantitative*, qui est généralement notée  $x$ . Dans notre illustration,  $x$  correspond à la différence d'évaluation, exprimée en cm, entre les deux lignes frontières. Comme on suppose que les qualités (au sens large) de ces mesures *dépendent* des conditions expérimentales dans lesquelles se trouvent les participants,  $x$  est traditionnellement appelée en psychologie, **variable dépendante (VD)**.

En second lieu, les participants sont mis dans des conditions expérimentales différentes; pour certains, une information accompagne les lignes alors que ce n'est pas le cas pour les autres. Ceci peut être codifié à l'aide d'une *variable qualitative*. On affectera par exemple le code 1 à un sujet dans la première condition expérimentale et le code 2 à un sujet dans la seconde condition. Notons que la définition de ces codes est arbitraire et que sa seule logique est la plus grande facilité d'utilisation possible. La chose importante à retenir est que l'appartenance des participants à des conditions expérimentales différentes définit logiquement une variable qualitative sous-jacente. En psychologie, une telle variable est traditionnellement appelée **variable indépendante (VI)**. Le terme de « **facteur** » est aussi utilisé. Les différentes conditions expérimentales définissent les **niveaux** ou **modalités** de cette variable indépendante (VI).

Dans notre exemple, il y a donc une VI/facteur à deux niveaux.

Le tableau suivant résume ces définitions :

Variables	VD ( $x$ )	VI (A) à 2 niveaux
Participant 1	0,9	
...	...	absence d'information
Participant 10	1,0	
Participant 11	1,6	
...	...	présence d'information
Participant 20	1,7	

### 1.2.2 Observations indépendantes (ou inter-sujets)

L'indépendance statistique entre deux phénomènes pouvant avoir des résultats divers peut être définie de la manière suivante :

*Deux phénomènes sont **indépendants** si la connaissance du résultat de l'un d'entre eux n'apporte pas plus d'information que si l'on ne savait rien à ce propos sur les probabilités que l'autre ait tel ou tel résultat<sup>2</sup>.*

Le lancer de dé peut être considéré comme un archétype de phénomènes indépendants : un 6 à un premier lancer ne dit absolument rien de plus que si on ne savait rien sur les probabilités d'obtenir tel ou tel résultat au lancer suivant.

Cette notion peut évidemment être étendue à plus de deux phénomènes ; on dira que ceux-ci sont indépendants si la connaissance des résultats d'un nombre quelconque d'entre eux n'apporte pas plus d'information que si l'on ne savait rien à ce propos sur les probabilités que les autres prennent tels ou tels résultats (par exemple les résultats de dix lancers de dé successifs n'apportent aucune information supplémentaire sur les probabilités d'obtenir tel ou tel résultat à un lancer suivant : quel que soit le numéro du lancer considéré, celles-ci sont égales à 1/6).

L'observation d'un caractère sur un participant correspond à ce que nous avons appelé « phénomène » ci-dessus.

Utiliser des **observations indépendantes** signifie alors que la connaissance des résultats d'un nombre quelconque de participants n'apporte pas plus d'information que si l'on ne savait rien à ce propos sur les probabilités que les autres aient tels ou tels résultats (lorsque ceux-ci n'ont pas encore fait l'objet de mesures).

Pour savoir si une VI définit de telles observations, on pourra retenir que c'est le cas lorsque :

- a) L'unité (le participant ici) sur laquelle est réalisée l'observation appartient à un niveau unique de la VI
- et
- b) En dehors du fait qu'elles sont associées à des niveaux spécifiques de la VI, des observations relevant d'un ou de deux niveaux différents doivent ne cultiver aucune relation.

---

<sup>2</sup> Évidemment, si ce résultat n'est pas encore connu.

Le double processus de choix au hasard des sujets, tout d'abord de vingt participants parmi un grand nombre de sujets comparables et ensuite d'affectation aléatoire de ceux-ci aux conditions expérimentales, permet d'assurer cette propriété : il est clair que, même si nous connaissons par la suite les résultats de certains d'entre eux, nous ne saurons rien de plus que si nous ne les connaissons pas sur les probabilités que les autres réalisent telles ou telles évaluations. Les observations utilisées dans cette illustration sont donc indépendantes.

Notons que ce double processus d'aléatorisation est la manière la plus conseillée de réaliser une expérience. Il est cependant souvent très coûteux en participants, ce qui explique que d'autres procédures existent et en particulier celles utilisant des observations répétées, dont la présentation dans la deuxième partie de l'ouvrage permettra par contraste de mieux saisir ce que signifie la notion d'observations indépendantes.

**Remarque.**

En psychologie, les VI définissant des observations indépendantes sont classiquement appelées **VI ou facteur inter-sujets**.

### 1.2.3 Plan d'expérience

La mise en place d'une expérience nécessite de prévoir comment et quels types d'observations vont être récoltés ainsi que les traitements statistiques qui pourront être réalisés. On parle de **plan d'expérience** pour exprimer ce processus (idée de planification).

Un certain nombre de symboles sont utilisés pour expliciter les caractéristiques des plans d'expérience.

a) Les VI et leurs niveaux sont notés dans l'*ordre alphabétique*. Le nombre de niveaux figure comme indice de la VI associée :

VI	1 <sup>re</sup> rencontre	2 <sup>e</sup> rencontre	3 <sup>e</sup> rencontre
	A	B	C
Niveaux des VI	$p$	$q$	$r$
Notation globale	$A_p$	$B_q$	$C_r$

Pour notre exemple, nous utiliserons donc la notation  $A_2$  (*plan d'expérience comprenant une seule VI à deux niveaux* ( $p = 2$ )).

- b) L'utilisation d'une VI définissant des observations indépendantes (ou VI inter-sujets) est exprimée par une mise entre crochets ( $\langle \rangle$ ) de celle-ci. La notation  $\langle A_2 \rangle$  sera donc utilisée pour l'illustration. Elle signifie « *Plan d'expérience à mesures indépendantes à un facteur à deux niveaux* ».
- c) Quel que soit le plan d'expérience utilisé, un « S » sera placé au tout début de sa notation. Ce « S » signifie « sujets » et sa présence s'explique par le fait que ceux-ci peuvent être associés à une VI particulière, VI dont l'explicitation n'est en fait véritablement nécessaire que dans les plans à mesures répétées. Pour l'illustration, ceci se traduit par la notation  $S\langle A_2 \rangle$ .
- d) Les plans d'expérience et les notations associées diffèrent enfin selon le nombre de participants par condition expérimentale.

Effectifs dans les conditions	Dénomination du plan	Notation de ces nombres	Notation du plan
Tous les mêmes	<b>Équilibré</b>	$n$	$S_n\langle A_p \rangle$
	ou <b>Orthogonal</b>		
Différents selon les conditions	Non équilibré	$n_1, n_2, \dots, n_p$	$S\langle A_p \rangle$
	ou Non orthogonal		

La notation du plan d'expérience utilisé dans l'illustration est donc au final  $S_{10}\langle A_2 \rangle$ . Elle signifie « *Plan d'expérience équilibré à mesures indépendantes comprenant une VI à deux niveaux et 10 sujets dans chaque condition expérimentale* ».

#### **Remarque.**

De telles notations ont pour but d'aider l'utilisateur à structurer son raisonnement pour concevoir une expérience et le diriger ensuite dans les procédures à suivre pour traiter ses données. À chaque plan particulier correspond une procédure calculatoire spécifique. Ces notations aident aussi à communiquer rapidement aux autres les procédures suivies. Elles peuvent être perçues comme les abréviations utilisées dans la vie de tous les jours.

Notons que celles utilisées ici ne sont qu'un choix particulier parmi un vaste choix possible.

## 1.3 Première formulation des hypothèses du test

Il s'agit à la base de savoir si les scores des sujets sont affectés par la manipulation expérimentale, ce qui signifie grossièrement que ces scores n'ont pas les mêmes caractéristiques selon les niveaux de la VI. Pour des raisons qui apparaîtront par la suite, on parle en analyse de variance d'**effet de la VI** sur les scores étudiés (la VD). Nous sommes donc en présence de deux hypothèses contradictoires :

- « Il y a un effet de la VI ».
- « Il n'y a pas d'effet de cette VI ».

Intuitivement, il paraîtra y avoir un effet de la VI si les moyennes dans les niveaux qu'elle définit sont suffisamment différentes<sup>3</sup>. Les deux hypothèses deviennent donc :

- Il y a un effet de la VI  $\Leftrightarrow$  Les moyennes sont différentes selon les niveaux de la VI.
- Il n'y a pas d'effet de la VI  $\Leftrightarrow$  Les moyennes sont égales dans tous les niveaux de la VI.

Rappelons ici qu'un test d'hypothèses est destiné à réaliser des inférences à partir de cas particuliers, les échantillons, sur ce qu'il en est en général, c'est-à-dire dans les populations dont sont extraits ces échantillons. Les moyennes dont il s'agit concernent donc les infinités de sujets pouvant passer dans les deux conditions expérimentales et pas les deux dizaines constituant les échantillons représentatifs de chaque condition. Notons d'ailleurs qu'il serait parfaitement absurde de formuler de telles hypothèses sur ces derniers. Il suffit en effet de jeter un coup d'œil aux moyennes observées dans l'expérience pour savoir si celles-ci diffèrent : l'observation selon laquelle 0,97 diffère de 1,53 n'assure cependant en rien que cette propriété soit vraie sur des nombres beaucoup plus importants de sujets.

Pour bien retenir cet aspect, le lecteur pourra dans un premier temps réfléchir en terme de « sujet moyen » (la taille du français moyen est par exemple de 1,78 m), ce qui donne l'expression suivante des hypothèses :

- Le sujet moyen n'a pas le même score dans toutes les conditions.
- Le sujet moyen a le même score dans toutes les conditions.

---

<sup>3</sup> Notons que c'est la définition la plus simple d'effet à laquelle il est possible de penser. Des différences pourraient toutefois très bien exister sur les variances, les médianes, etc.

En se rappelant que dans tout test d'hypothèses statistiques, l'idée d'égalité figure *toujours* en H0 et *jamais* en H1, les deux hypothèses du test sont en définitive les suivantes :

- H0 : Les moyennes sont égales dans toutes les conditions ( $\Leftrightarrow$  pas d'effet de la VI).
- H1 : Les moyennes ne sont pas égales dans toutes les conditions ( $\Leftrightarrow$  un effet de la VI).

## 1.4 Origines des calculs 1 : analyse intuitive de la variance

### 1.4.1 Analyser la variance

La question est de savoir si la VI a un effet sur la VD, c'est-à-dire si les scores des sujets sont affectés par la manipulation expérimentale.

Énoncé d'une autre manière, il s'agit de savoir si la VI induit des différences entre sujets *qui n'existeraient pas si ceux-ci relevaient tous d'une même condition expérimentale*.

L'indice statistique utilisé pour mesurer des différences étant la variance, la question peut alors se formuler de la manière suivante :

« La manipulation expérimentale est-elle à l'origine d'un supplément de variance entre les scores des sujets, supplément qui n'existerait pas s'il n'y avait qu'une condition expérimentale ? »

Cet énoncé amène à distinguer deux composantes dans la variance des scores des sujets :

- Une première qui existerait en l'absence de toute manipulation expérimentale : si tous les participants relevaient de la même condition, leurs scores présenteraient une certaine variabilité.
- Une seconde composante qui s'ajoute à celle ci-dessus du fait que justement les participants ne sont pas tous dans la même condition.

La question de la présence ou non d'un effet de la VI sur la VD conduit ainsi implicitement à analyser la variance. Cette démarche d'**analyse de variance** sera reproduite dans tous les plans d'expérience que nous verrons par la suite.