

# TABLE DES MATIÈRES

## PARTIE I MESURES INDÉPENDANTES

<b>Chapitre 1 Principe d'analyse de variance</b> .....	17
1.1 Une situation expérimentale .....	17
1.2 Un peu de vocabulaire .....	19
1.2.1 Variables dépendante et indépendante .....	19
1.2.2 Observations indépendantes (ou inter-sujets).....	20
1.2.3 Plan d'expérience.....	21
1.3 Première formulation des hypothèses du test .....	23
1.4 Origines des calculs 1 : analyse intuitive de la variance .....	24
1.4.1 Analyser la variance .....	24
1.4.2 Sources de variation des scores des participants .....	25
1.4.3 Principe fondamental d'analyse de variance .....	28
1.5 De l'indice intuitif au $F$ .....	33
1.6 Faire ses calculs avec un logiciel.....	36
1.6.1 Faire ses calculs avec SPSS.....	36
1.6.2 Faire ses calculs avec Excel .....	40
1.6.3 Un exemple avec une VI à plus de deux niveaux.....	42
1.7 Complément : Relations entre tests uni et bilatéraux .....	45
1.8 Compléments sur l'origine des calculs .....	47
1.8.1 Origines des calculs 2 – Quantification intuitive des variabilités dues aux sources de variation .....	47
1.8.2 Origines des calculs 3 – Reconsidération de la signification de l'indice intuitif .....	48
1.8.3 Origines des calculs 4 – De l'indice intuitif au $F$ .....	50
1.9 Généralisations de la logique $F$ à des situations plus complexes .....	52
1.9.1 Comparer deux variances .....	52
1.9.2 Mesures indépendantes.....	53
1.9.3 Mesures répétées ; VI aléatoires.....	53
1.9.4 Remarques .....	54

<b>Chapitre 2 Calculs dans un plan à un facteur inter-sujets</b> .....	55
2.1 Premiers éléments de calculs : les notations.....	55
2.1.1 Notations populationnelles et échantillonales.....	55
2.1.2 Indiçage des niveaux de la VI.....	56
2.2 Le test dans le cas d'un plan équilibré.....	58
2.2.1 Hypothèse nulle et hypothèse alternative.....	58
2.2.2 Calcul de $F$ .....	60
2.3 La p-value associée au rapport du test.....	63
2.3.1 Définition.....	63
2.3.2 Explications partielles sur l'origine de la formule utilisée.....	64
2.3.3 Remarque : La p-value associée au test d'intérêt.....	65
2.4 Le test dans le cas d'un plan non équilibré.....	65
2.5 Deux remarques de calcul.....	70
2.5.1 Calculs sur la base des sommes.....	70
2.5.2 Le plan équilibré comme cas particulier du plan non équilibré.....	71
2.6 Un exemple avec une VI à plus de deux niveaux.....	71
<b>Chapitre 3 Mesures indépendantes : deux facteurs</b> .....	73
3.1 Une situation expérimentale.....	73
3.2 Notation du plan d'expérience.....	75
3.3 Origines des calculs : analyse intuitive de la variance et $F$ .....	76
3.4 Les tests à l'aide de SPSS.....	82
3.4.1 Les hypothèses.....	82
3.4.2 Les calculs.....	83
3.5 L'interaction : interprétation.....	88
3.5.1 Effets principaux et effets principaux simples.....	88
3.5.2 L'interaction : des effets principaux et simples différents.....	92
3.6 L'interaction : conséquences.....	94
3.6.1 Formes des graphiques d'effets en absence d'interaction.....	94
3.6.2 Absence d'intérêt des effets simples en absence d'interaction.....	96
3.6.3 Absence d'intérêt des effets principaux en présence d'interaction.....	96
3.7 Tests d'effets principaux simples.....	98
3.7.1 Logique de la procédure.....	98
3.7.2 Faire ses calculs avec SPSS.....	102
3.7.3 Un autre exemple.....	103
3.8 Approche formelle des calculs.....	105
3.8.1 Notations populationnelles et échantillonales.....	105
3.8.2 Hypothèses formelles.....	108
3.8.3 Quantification intuitive des hétérogénéités dues aux sources.....	109

3.8.4 $F$ et $p$ -value.....	111
3.8.5 Calculs sur l'illustration.....	112
3.8.6 Tests d'effets principaux simples.....	113
3.9 Un autre exemple.....	116
3.9.1 La situation expérimentale.....	117
3.9.2 Calculs à l'aide de SPSS.....	118
3.9.3 Calculs manuels.....	121
3.9.4 Remarque : contradictions entre types de test.....	123
3.9.5 Une version absolument sans interaction.....	124
3.10 Quelques mots à propos des plans non équilibrés.....	126
<b>Chapitre 4 Conditions d'application.....</b>	<b>131</b>
4.1 Introduction.....	131
4.2 Normalité dans toutes les conditions.....	134
4.2.1 Signification.....	134
4.2.2 Étude graphique à l'aide d'histogrammes.....	136
4.2.3 Étude graphique à l'aide de « $P$ - $P$ plot ».....	138
4.2.4 Test de Kolmogorov-Smirnov.....	144
4.3 Homoscédasticité.....	148
4.3.1 Le test de Hartley.....	148
4.3.2 Le test de Levene.....	149
4.4 Quelques transformations.....	150
4.4.1 Transformations classiques.....	150
4.4.2 Quelques remarques.....	153
<b>PARTIE II MESURES RÉPÉTÉES</b>	
<b>Chapitre 5 Plan à un facteur intra-sujets.....</b>	<b>155</b>
5.1 Une situation expérimentale.....	155
5.2 Observations répétées / appariées.....	157
5.2.1 Observations répétées ou intra-participants.....	157
5.2.2 Observations appariées.....	158
5.3 Analyse intuitive de la variance.....	159
5.3.1 Effet sujet; Variations inter et intra-sujets.....	159
5.3.2 Décomposition de la variation intra-sujets.....	161
5.3.3 Approche intuitive des formules utilisées.....	164
5.4 Les tests à l'aide de SPSS.....	165
5.4.1 Formulation des hypothèses.....	165
5.4.2 Les calculs.....	165
5.5 Incidences importantes de la présence d'un effet « sujets ».....	168

5.5.1 Équivalence entre le plan $S_n \times A_p$ et le plan $O_1 \langle A_p \times S_n \rangle$ .....	168
5.5.2 Une $sce_{res}$ nulle : Confusion d'effets entre interaction et erreur ..	169
5.5.3 Le réalisme de l'interaction VI d'intérêt $\times$ VI sujets .....	172
5.5.4 Une nouveauté : la VI sujets ou un exemple de VI aléatoire .....	174
5.6 Approche formelle des calculs .....	176
5.6.1 Notations et hypothèses .....	176
5.6.2 Formules sans intégrer une interaction VI d'intérêt $\times$ VI sujets ...	177
5.6.3 Formules en intégrant une interaction VI d'intérêt $\times$ VI sujets ....	178
5.6.4 Calculs sur l'illustration .....	180
<b>Chapitre 6 Le plan à deux facteurs intra-sujets</b> .....	181
6.1 Une situation expérimentale .....	181
6.2 Analyse de la variance .....	183
6.3 Faire ses calculs avec SPSS .....	185
6.3.1 Les hypothèses .....	185
6.3.2 Les calculs .....	185
6.4 Retour sur l'analyse de variance .....	190
6.5 Approche formelle des calculs .....	195
6.5.1 Notations et hypothèses .....	195
6.5.2 Formules : Plan $S_n \times A_p \times B_q$ et plan $O_1 \langle A_p \times B_q \times S_n \rangle$ .....	196
6.5.3 Calculs sur l'illustration .....	197
6.6 Effets simples dans les plans à mesures complètement répétées .....	201
6.6.1 Procédure .....	201
6.6.2 Illustration .....	202
<b>Chapitre 7 Un facteur inter-sujets et un intra-sujets</b> .....	205
7.1 Une situation expérimentale .....	205
7.2 Analyse intuitive de la variance .....	208
7.2.1 Effet sujet ; Variations inter et intra sujets .....	208
7.2.2 Décomposition de la variation inter-sujets .....	208
7.2.3 Décomposition de la variation intra-sujets .....	210
7.3 Faire ses calculs avec SPSS .....	211
7.4 Approche formelle des calculs .....	215
7.4.1 Notations et hypothèses .....	215
7.4.2 Un éclairage intuitif pour faciliter la compréhension .....	216
7.4.3 Formules pour les effets relevant de la variabilité inter-sujets .....	218
7.4.4 Formules pour les effets relevant de la variabilité intra-sujets .....	220
7.4.5 Calculs dans l'illustration .....	224
7.5 Tests d'effets simples .....	225

<b>Chapitre 8 Conditions d'application pour les mesures répétées</b> .....	229
8.1 Mesures complètement répétées .....	229
8.1.1 Conditions similaires aux plans à mesures indépendantes .....	229
8.1.2 Condition sur la matrice des corrélations .....	230
8.1.3 Supposition de distribution normale multivariée .....	240
8.1.4 Le cas de plus d'une VI intra-sujets .....	248
8.2 Le cas des plans mixtes.....	252
8.2.1 Homogénéités .....	252
8.2.2 Circularité .....	256
8.3 Avertissement .....	257

### PARTIE III COMPARAISONS MULTIPLES DE MOYENNES

<b>Chapitre 9 Contrastes avec un facteur indépendant</b> .....	261
9.1 Une situation expérimentale .....	261
9.2 Des moyennes aux contrastes .....	262
9.2.1 Des tests sur des moyennes... ..	262
9.2.2 ... à des tests sur des contrastes.....	265
9.2.3 Définition formelle d'un contraste .....	265
9.2.4 Simplification des écritures .....	267
9.3 Estimation ponctuelle .....	268
9.3.1 Estimation ponctuelle .....	268
9.3.2 Consistance (accord) des estimations avec H1.....	269
9.4 Test d'hypothèses : approche intuitive .....	270
9.4.1 Principe de test : approche $F$ .....	270
9.4.2 Principe de test : $t$ .....	275
9.5 Faire ses tests avec SPSS .....	277
9.6 Approche formelle des calculs.....	280
9.7 Analyse de variance et contrastes – Contrastes orthogonaux .....	282
<b>Chapitre 10 Contrastes avec deux facteurs indépendants</b> .....	287
10.1 Introduction : le cas particulier de facteurs à deux niveaux .....	287
10.1.1 La situation expérimentale .....	287
10.1.2 Des tests sur des moyennes à des tests sur des contrastes.....	288
10.1.3 Faire ses tests avec SPSS.....	290
10.2 Cas général.....	294
10.2.1 Une situation expérimentale.....	294
10.2.2 Des contrastes dénommés en fonction des effets étudiés.....	295
10.2.3 Faire ses tests avec SPSS.....	298
10.2.4 Approche formelle des calculs .....	301
10.2.5 Analyse de variance et contrastes – contrastes orthogonaux .....	306

<b>Chapitre 11 Contrastes avec des facteurs répétés</b> .....	309
11.1 Le plan à un facteur intra-sujets.....	310
11.1.1 Une situation expérimentale.....	310
11.1.2 Tests correspondant aux hypothèses expérimentales.....	311
11.1.3 Approche Student : comparer une moyenne à zéro.....	311
11.1.4 Approche Fisher-Snedecor : se ramener à un plan $S_n \times A_2$ .....	315
11.1.5 Faire ses calculs avec SPSS.....	316
11.1.6 Décomposition de la variance et correction des <i>sce</i> .....	322
11.1.7 Approche formelle des calculs.....	325
11.2 Extension à d'autres plans à mesures complètement répétées.....	327
11.2.1 Une situation expérimentale.....	327
11.2.2 Tests correspondant aux hypothèses expérimentales.....	328
11.2.3 Procédure de calcul.....	329
11.2.4 Décomposition de la variance et correction des <i>sce</i> .....	336
<b>Chapitre 12 Contrastes dans les plans mixtes</b> .....	345
12.1 Une situation expérimentale.....	345
12.2 Tests correspondant aux hypothèses expérimentales.....	346
12.3 Test d'un contraste d'effet principal sur A.....	347
12.4 Test d'un contraste d'effet principal sur B.....	349
12.5 Test d'un contraste d'effet simple sur A.....	354
12.6 Test d'un contraste d'effet simple sur B.....	356
12.7 Contrastes d'interaction.....	359
12.8 Résumé des procédures.....	364
12.9 Décomposition de la variance et correction des <i>sce</i> .....	365
12.9.1 Contrastes d'effets principaux sur A.....	365
12.9.2 Contrastes d'effets principaux sur B.....	366
12.9.3 Contrastes d'interaction.....	368
12.9.4 Utiliser la formule générale de <i>sce</i> $\psi$ .....	371
<b>Chapitre 13 Comparaisons <i>a priori</i> et <i>a posteriori</i></b> .....	373
13.1 Risques d'erreur par ensembles de comparaison.....	373
13.1.1 Risque de première espèce et puissance.....	373
13.1.2 Risque de première espèce par famille de comparaisons.....	375
13.2 Se protéger du risque d'erreur par ensemble de comparaisons.....	376
13.2.1 Approches <i>a priori</i> .....	376
13.2.2 Approches <i>a posteriori</i> ou <i>post hoc</i> .....	377
13.3 Illustration avec SPSS.....	381
13.4 Avertissements.....	386

## PARTIE IV MODÈLES D'ANALYSE DE VARIANCE

<b>Chapitre 14 Modèles pour les plans inter-sujets</b> .....	389
14.1 Effets et modèles sur le plan descriptif .....	391
14.1.1 Moyennes et effets des conditions expérimentales .....	391
14.1.2 Scores individuels et effets des sujets .....	393
14.1.3 Modèle des moyennes, modèle des scores .....	394
14.2 Des modèles aux variances des effets .....	394
14.2.1 Moyenne des moyennes et variance des moyennes .....	394
14.2.2 Équation de décomposition de la variance .....	395
14.2.3 Vers les variances d'effets .....	397
14.2.4 Quelques remarques .....	399
14.3 Des modèles descriptifs aux modèles aléatoires .....	400
14.3.1 De la nécessité d'introduire de l'aléatoire .....	400
14.3.2 Scores individuels $x_{ij}$ et variables aléatoires $X_{ij}$ .....	401
14.3.3 Le modèle des moyennes : un modèle "naturel" .....	402
14.3.4 Résidus et variance résiduelle .....	405
14.3.5 Le modèle des scores : un modèle pour évaluer des effets .....	405
14.3.6 Des tests sur les moyennes aux tests sur les effets .....	406
14.4 Des propriétés descriptives aux propriétés aléatoires .....	407
14.4.1 Indices descriptifs et variables aléatoires associées .....	407
14.4.2 Des VA individuelles aux VA correspondant aux indices .....	408
14.4.3 Propriétés des VA indiciaires : exemple de $CM_{\text{res}}$ .....	409
14.4.4 Mieux comprendre l'origine du rapport $F$ .....	411
14.5 Des échantillons aux populations <i>via</i> l'aléatoire : résumé .....	414
14.5.1 Modèles .....	414
14.5.2 Décomposition de la variance .....	415
14.5.3 L'aléatoire pour corriger l'intuition .....	416
14.6 Le plan $S_n \langle A_p \times B_q \rangle$ .....	417
14.6.1 Effets des niveaux des VI et des conditions expérimentales .....	417
14.6.2 Effets des sujets .....	420
14.6.3 Décomposition de la variance .....	421
14.6.4 Tests d'hypothèses .....	422
14.6.5 L'aléatoire pour des propriétés optimales et des p-value .....	426
14.7 De la conditionnalité des conclusions aux modèles .....	428

<b>Chapitre 15 Modèles pour les mesures répétées</b> .....	429
15.1 Modèle observé dans un plan $S_n \times A_p$ .....	429
15.2 Modèle aléatoire dans un plan $S_n \times A_p$ .....	431
15.2.1 Un premier modèle.....	431
15.2.2 Suppositions aléatoires.....	433
15.2.3 Dérivations des propriétés aléatoires des carrés moyens.....	436
15.2.4 Un modèle plus réaliste.....	442
15.3 Modèle pour le plan $S_n \times A_p \times B_q$ .....	445
15.4 Modèle pour le plan $S_n \times \langle A_p \rangle \times B_q$ .....	447
15.4.1 Modèle observé.....	447
15.4.2 Modèle aléatoire.....	452
15.4.3 Espérances des carrés moyens.....	454
<b>PARTIE V TAILLES D'EFFETS ET PUISSANCE</b>	
<b>Chapitre 16 Introduction</b> .....	455
16.1 $F$ , ou la version implicite imparfaite de la taille d'effet $f^2$ .....	455
16.1.1 $f^2$ et $F$ .....	455
16.1.2 Remarques.....	459
16.2 Une illustration.....	460
16.3 p-value et zone de rejet de $H_0$ .....	463
16.3.1 La p-value : aspect technique.....	463
16.3.2 La p-value : signification intuitive.....	464
16.3.3 Seuil de test $\alpha$ et zone de rejet de l'hypothèse nulle à $\alpha$ .....	466
16.4 Risques d'erreur à l'issue d'un test d'hypothèses – Puissance.....	469
16.4.1 Zone de rejet de $H_0$ et risque de première espèce.....	469
16.4.2 Remarque très importante.....	470
16.4.3 Risque de deuxième espèce et puissance.....	471
16.5 Facteurs influençant la puissance (le risque de 2-ème espèce).....	478
16.5.1 La taille d'effet.....	478
16.5.2 La taille de l'échantillon.....	480
16.5.3 Contradiction entre risques de première et seconde espèce.....	483
<b>Chapitre 17 Puissance et tailles d'effet : Principes d'étude</b> .....	485
17.1 Distribution associée à $F$ lorsque $H_0$ est fautive.....	486
17.2 Optimiser la puissance du test.....	488
17.2.1 Augmenter la taille d'effet.....	488
17.2.2 Jouer sur le seuil.....	489
17.2.3 Utiliser des tailles optimales d'échantillons.....	489



17.3 Reporter les tailles d'effet.....	495
17.3.1 L'impossible puissance .....	495
17.3.2 Autres mesures de tailles d'effet dans un plan $S_n < A_p >$ .....	496
17.3.3 Estimations ponctuelles.....	499
17.3.4 Estimations par intervalles de confiance .....	505
<b>Chapitre 18 Tailles d'effet et puissance dans les autres plans d'expérience</b> .....	513
18.1 Avertissement .....	513
18.2 Petit résumé des significations de $\omega^2$ , $\omega_{<>}^2$ , $f(f^2)$ .....	514
18.2.1 Vue générale pour les plans à mesures indépendantes.....	514
18.2.2 Vue générale pour les plans à mesures répétées.....	518
18.3 Estimations ponctuelles des tailles d'effet.....	520
18.3.1 Avertissement sur les notations.....	520
18.3.2 Estimations intuitives : $R^2$ , $R_{<>}^2$ et $\hat{f}_1^2$ .....	521
18.3.3 Estimations dérivées des modèles d'analyse de variance .....	522
18.3.4 Quelques exemples.....	527
18.4 Puissance, tailles d'échantillons et intervalles de confiance .....	533
18.4.1 Puissance et tailles d'échantillons .....	533
18.4.2 Intervalles de confiance pour les tailles d'effet.....	536
18.5 Quelques autres considérations.....	538
18.5.1 Puissance <i>post hoc</i> et <i>a priori</i> .....	538
18.5.2 Puissance comparée des plans inter et intra-sujets.....	542
18.5.3 Tailles d'effet différenciant facteurs manipulés et invoqués.....	543
<b>Chapitre 19 Tailles d'effet pour les contrastes</b> .....	549
19.1 Plans à mesures indépendantes.....	549
19.1.1 Tailles d'effet similaires à celles d'analyse de variance .....	549
19.1.2 Taille d'effet intégrant la nature unilatérale du contraste.....	553
19.1.3 Remarque pratique importante .....	556
19.1.4 Études de puissance.....	557
19.1.5 Quelques mots sur les lois de Student non centrées.....	567
19.1.6 Intervalles de confiance.....	571
19.1.7 Autres choix d'une base de comparaison (standardiseur).....	575
19.2 Mesures répétées.....	578
19.2.1 Base de comparaison dépendant des différences de scores.....	578
19.2.2 Base de comparaison similaire aux mesures indépendantes .....	580

## PARTIE VI COMPLÉMENTS

<b>Chapitre 20 L'analyse de variance multivariée</b> .....	583
20.1 Tests uniquement sur des aspects intra-sujets .....	583
20.1.1 Une illustration .....	583
20.1.2 Test de la moyenne d'une somme pondérée de moyennes .....	584
20.1.3 Comparer simultanément $p$ moyennes à $p$ constantes.....	587
20.1.4 Applications aux mesures purement intra-sujets.....	591
20.2 Tests pour les plans intégrant aussi des aspects inter-sujets.....	596
20.2.1 Une illustration .....	596
20.2.2 Tester l'égalité de $p$ moyennes à travers divers groupes.....	596
20.2.3 Application à l'étude de l'interaction.....	599
<b>Chapitre 21 Le traitement des plans non équilibrés</b> .....	605
21.1 Quelques éléments de régression linéaire multiple (RLM) .....	605
21.1.1 Le problème.....	605
21.1.2 Éléments fondamentaux d'interprétation .....	606
21.2 Intégrer une variable qualitative à 2 niveaux dans une RLM .....	612
21.2.1 Faire une régression.....	613
21.2.2 Une régression en utilisant un codage plus intéressant .....	614
21.2.3 Notion d'indicatrice.....	615
21.3 Intégrer une variable qualitative à plus de 2 niveaux .....	615
21.4 Utiliser à la place d'indicatrices un codage d'effet.....	620
21.5 Intégrer deux variables qualitatives avec des codages d'effet.....	624
21.5.1 Une situation expérimentale .....	624
21.5.2 L'ANOVA.....	624
21.5.3 Faire l'ANOVA à l'aide d'une régression multiple .....	624
21.5.4 Interprétation des coefficients .....	627
21.5.5 Estimations dans le cas des plans équilibrés .....	632
21.5.6 Estimations dans le cas des plans non équilibrés .....	633
21.5.7 Utiliser d'autres variables pour coder les VI catégorielles.....	635
21.6 Jeux de données utilisés dans les illustrations .....	638
<b>Annexes</b> .....	641
Annexe 1 – Loi de Fisher-Snedecor .....	641
Annexe 2 – Test de Hartley .....	650
Annexe 3 – Loi de Student .....	652
<b>Bibliographie</b> .....	655
<b>Glossaire des principaux symboles</b> .....	659
<b>Index</b> .....	663