

Table des matières

I	Analyse	3
1	Généralités sur les fonctions numériques réelles	5
1.1	Le concept de fonction numérique réelle	5
1.2	Composition des fonctions	7
1.3	Sens de variation	9
1.4	Symétries du graphe	10
1.5	Logarithme, exponentielle, fonctions puissances	10
1.6	Valeur absolue	17
1.7	Fonctions circulaires	17
2	Limite et continuité d'une fonction numérique réelle	23
2.1	Limite d'une fonction numérique réelle	23
2.1.1	Limite en un point	23
2.1.2	Limite à droite, à gauche en un point	25
2.1.3	Limite en l'infini	28
2.2	Opérations sur les limites	31
2.2.1	Limite de l'inverse d'une fonction	31
2.2.2	Limite de la somme de deux fonctions	32
2.2.3	Limite d'un produit de deux fonctions	33
2.2.4	Limite d'un quotient de deux fonctions	34
2.2.5	Composition de limites	35
2.2.6	Changement de variable	35
2.2.7	Quelques exemples de calculs de limites	37
2.3	Calcul de limites par comparaison	41
2.4	Branches infinies : asymptotes et branches paraboliques	43
2.5	Continuité en point, sur un intervalle	46
2.5.1	Définition	46
2.5.2	Opérations	48
2.5.3	Prolongement par continuité	48
2.5.4	Théorème des valeurs intermédiaires	49
3	Dérivation d'une fonction numérique réelle	51

3.1	Dérivée en un point, fonction dérivée	51
3.1.1	Définition	51
3.1.2	Opérations sur les dérivées	54
3.1.3	Applications	56
3.1.4	Théorème de Rolle	61
3.2	Dérivée d'ordre deux	61
3.2.1	Définition	61
3.2.2	Application de la dérivée seconde : fonctions convexes, fonctions concaves	63
3.3	Dérivées d'ordre supérieur, fonctions de classes \mathcal{C}^n	65
3.3.1	Dérivées d'ordre supérieur	65
3.3.2	Fonctions de classe \mathcal{C}^n	66
4	Développement limité d'une fonction numérique réelle	67
4.1	Définition et propriétés	67
4.2	Développements limités usuels, formules de Taylor-Young	69
4.3	Opérations sur les développements limités	72
4.3.1	Troncature	72
4.3.2	Développement de la somme $f + g$	72
4.3.3	Développement d'un produit	74
4.3.4	Développement d'une fonction composée	76
4.3.5	Développement d'un quotient	77
4.3.6	Développement d'une fonction dérivée	78
4.4	Applications des développement limités	78
4.4.1	Recherche de limites	78
4.4.2	Équation de la tangente	80
5	Optimisation d'une fonction numérique réelle	83
5.1	Extremum d'une fonction numérique réelle	83
5.1.1	Extremum global d'une fonction numérique réelle	83
5.1.2	Extremum local d'une fonction numérique réelle	87
5.2	Points stationnaires d'une fonction numérique réelle dérivable	87
5.2.1	Définition	89
5.2.2	Étude de la nature d'un point stationnaire	90
5.2.3	Cas des fonctions convexes et concaves	90
5.2.4	Condition du deuxième ordre	91
6	Suites numériques réelles	93
6.1	Définitions et exemples	93
6.2	Suites arithmétiques et géométriques	94
6.3	Monotonie d'une suite	97
6.4	Suites bornées, majorées, minorées	100
6.5	Notion de limite : suites convergentes et suites divergentes	101
6.5.1	Suite convergente, divergente : définition intuitive	101

6.5.2	Somme, produit de limites	104
6.5.3	Composition	105
6.5.4	Inverse, quotient de limites	106
6.5.5	Calcul de limites par comparaison	107
7	Fonctions de plusieurs variables, dérivées partielles	109
7.1	Définition, domaine de définition	109
7.2	Graphes, lignes de niveaux des fonctions à deux variables	113
7.3	Applications partielles	119
7.4	Dérivées partielles	120
7.4.1	Dérivées partielles d'ordre 1	120
7.4.2	Somme, produit, inverse	123
7.4.3	Composition	126
7.4.4	Dérivées partielles d'ordre 2	127
8	Optimisation libre d'une fonction de deux variables	133
8.1	Introduction	133
8.1.1	Points stationnaires	135
8.1.2	Développement limité d'ordre 2	137
8.2	Recherche des extrema locaux	140
II	Algèbre linéaire	145
9	Espaces vectoriels	147
9.1	Définition	147
9.2	Sous-espaces vectoriels	150
9.3	Familles libres	155
9.4	Familles génératrices	156
9.5	Bases et dimension	157
10	Applications linéaires	161
10.1	Définitions, propriétés	161
10.2	Noyau d'une application linéaire	165
10.3	Image d'une application linéaire	166
10.4	Théorème du rang	169
11	Matrices	171
11.1	Définitions	171
11.2	Opérations sur les matrices	174
11.3	Matrices inversibles	182
11.4	Inversion de matrices	187
11.5	Matrice associée à une application linéaire	196
11.6	Changement de bases	200

12 Systèmes linéaires	207
12.1 Préliminaires	207
12.2 Méthode du pivot de Gauss	213