1. Les préférences du consommateur

La théorie de l'utilité ordinale s'intéresse aux préférences du consommateur. Dans une économie où il y a *n* biens, celui-ci peut combiner des quantités de chacun de ces *n* biens. Une telle combinaison est appelée ***panier de biens (ou de consommation)*** et notée $P^i = (x_1^i, x_2^i, ..., x_n^i)$, avec x_k^i (k = 1, 2, …, n) la quantité de bien k présente dans le panier P^i. Les quantités de biens sont supposées être positives ou nulles, illimitées et les biens divisibles[1].

L'ensemble de tous les paniers de biens possibles forme ***l'ensemble de consommation*** du consommateur, noté $\mathcal{C}$.

Pour simplifier l'analyse, nous supposerons qu'il n'existe que deux biens dans l'économie étudiée, les biens 1 et 2, et donc, qu'un panier de biens comprend une quantité de bien 1 (x_1) et une quantité de bien 2 (x_2).

I. La relation de préférence du consommateur

A. La définition et les propriétés générales de la relation de préférence

Le consommateur compare tous les paniers de biens de son ensemble de consommation et les classe, en les prenant deux à deux, par ordre de préférence compte tenu de l'utilité qu'ils lui procurent, afin de pouvoir faire un choix de consommation. Les goûts du consommateur sont donc représentés par une relation (binaire) de préférence ou d'indifférence (puisque deux paniers peuvent être équivalents en termes d'utilité pour le consommateur).

Soient deux paniers de biens A et B appartenant à $\mathcal{C}$. La comparaison de ces deux paniers peut par exemple conduire le consommateur à préférer le panier A au panier B ($A \succ B$) ou le panier B au panier A ($B \succ A$) ou encore à être indifférent entre ces deux paniers ($A \sim B$). La combinaison des deux (par exemple, $A \succeq B$) exprime le fait que le panier A est au

1. D'un point de vue mathématique, les paniers ainsi définis sont donc des éléments de R_+^n.

moins aussi désiré que le panier B ; autrement dit, que A est préféré ou équivalent à B.

Chaque consommateur possède sa propre relation de préférence. L'analyse microéconomique suppose que cette relation possède les propriétés mathématiques d'un préordre sur l'ensemble de consommation pour que le comportement du consommateur soit cohérent :

* ***la réflexivité***, c'est-à-dire que A $\succeq$ A. Cette première propriété signifie que tout panier est au moins aussi désirable qu'un panier identique.

* ***la transitivité***, ce qui conduit à écrire que si A $\succeq$ B et B $\succeq$ C, alors A $\succeq$ C. Si cette propriété a été remise en cause[1], elle permet de s'assurer que le consommateur pourra toujours définir un panier préféré parmi ceux de son ensemble de consommation.

La relation de préférence étant ***complète***, il s'agit donc d'un **préordre complet**. En effet, le consommateur est capable de classer *tous* les paniers de biens de son ensemble de consommation en les considérant deux à deux, ce qui traduit sa rationalité.

B. Les propriétés d'une relation de préférence « normale »

La microéconomie complète la définition et la caractérisation de la relation de préférence en posant certaines hypothèses pour décrire le comportement « normal » d'un consommateur.

➢ D'abord, l'hypothèse de ***non saturation des préférences (ou de monotonicité ou encore d'insatiabilité)*** signifie que le consommateur cherche toujours à consommer plus de chaque bien ou d'au moins un des deux biens car cela lui apporte toujours plus d'utilité. Il ne se trouve donc jamais en état de satiété. Nous pouvons par conséquent écrire que, quels que soient les paniers A et B' appartenant à $\mathscr{C}$

$$B'(x'_1, x'_2) \succ A(x_1, x_2)$$

$$\text{si } x'_1 > x_1 \text{ et } x'_2 = x_2, \text{ si } x'_1 = x_1 \text{ et } x'_2 > x_2$$

$$\text{ou encore si } x'_1 > x_1 \text{ et } x'_2 > x_2.$$

---

1. N. de CONDORCET (1785, *Essai sur l'application de l'analyse à la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix*) montre que le vote à la majorité peut conduire à une situation où les préférences collectives ne sont pas transitives alors qu'elles le sont au niveau individuel. Ce paradoxe est appelé « paradoxe de Condorcet » ou « paradoxe du vote ».

➢ Ensuite, l'hypothèse de ***convexité des préférences*** conduit à supposer que le consommateur préfère les paniers de biens diversifiés ou mixtes aux paniers de biens extrêmes (contenant beaucoup d'un bien et peu de l'autre). Ceci signifie que dans le cas de deux paniers, A et B, équivalents pour le consommateur, le troisième panier, C, formé par combinaison linéaire de A et de B est au moins aussi désiré que A et B. Formellement, cela revient à écrire que :

si $A \sim B$ et $\lambda \in [0, 1]$ et si $C = \lambda A + (1-\lambda) B$, alors $C \succeq A$ et $C \succeq B$.

Les préférences sont dites strictement convexes lorsque $C \succ A$ et $C \succ B$.

II. La représentation des préférences du consommateur

A. La définition et les propriétés des courbes d'indifférence « normales »

Les préférences du consommateur peuvent être représentées graphiquement par des courbes d'indifférence. *Une courbe d'indifférence (ou courbe d'iso-utilité) est le lieu géométrique de tous les paniers de biens qui procurent la même utilité à un consommateur. Les paniers situés sur cette courbe sont donc considérés comme équivalents par le consommateur.*

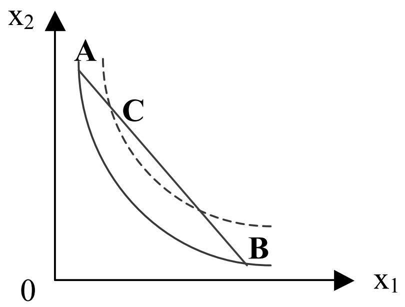
Il y a une infinité de courbes d'indifférence puisque par chaque point de l'ensemble de consommation passe une et une seule courbe d'indifférence (cf. la complétude de la relation de préférence). L'ensemble de ces courbes forme *la carte d'indifférence* du consommateur.

Les propriétés des courbes d'indifférence d'un consommateur sont liées à celles de la relation de préférence ou d'indifférence que nous avons définie. Nous supposons ici que cette relation est réflexive, transitive, complète et qu'elle traduit la non-saturation et la convexité des préférences.

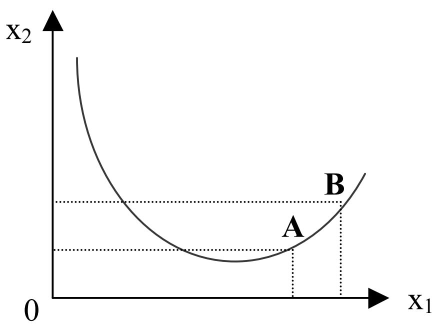
➲ **Propriété n° 1 :** ***Plus les courbes d'indifférence sont éloignées de l'origine, plus elles correspondent à des niveaux d'utilité élevés pour le consommateur.***

Cette propriété est une conséquence de l'hypothèse de non saturation des préférences. Puisque chaque courbe d'indifférence correspond à un niveau d'utilité donné, si un panier contient plus d'au moins un des biens, il procurera plus d'utilité au consommateur et sera alors situé sur une nouvelle courbe d'indifférence, plus haute.

➲ **Propriété n° 2 :** ***Les courbes d'indifférence sont convexes.***
Cette propriété résulte de l'hypothèse de convexité des préférences.
Soient A et B deux paniers équivalents pour le consommateur.
Le panier C, mélange des paniers A et B et situé sur le segment de droite [AB], est préféré à A et à B.

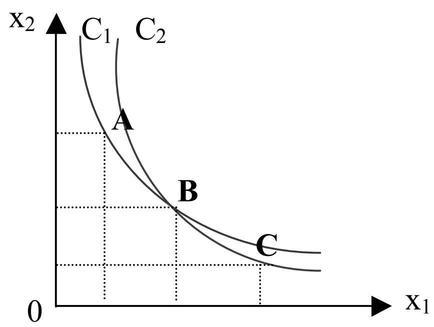


➲ **Propriété n° 3 :** ***Les courbes d'indifférence sont décroissantes.***
Cette propriété découle de l'hypothèse de non saturation des préférences.
Soient les paniers A et B, équivalents pour le consommateur puisque situés sur la même courbe d'indifférence. B contient plus des deux biens que A. Par conséquent, en vertu de la non saturation des préférences, B est strictement préféré à A. Il ne peut alors pas se situer sur la même courbe d'indifférence que A ; cette courbe ne peut donc pas être croissante.



➲ **Propriété n° 4 :** ***Deux courbes d'indifférence ne peuvent pas être sécantes.***

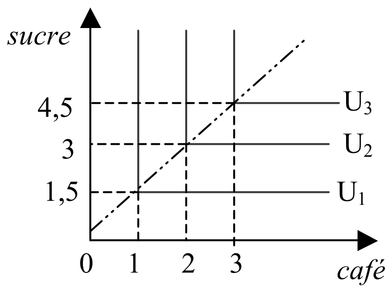
Supposons deux courbes d'indifférence sécantes au point B.
Les paniers A et B sont situés sur la même courbe d'indifférence C_1 alors que B et C sont, eux, situés sur la même courbe C_2. Ainsi, nous pouvons écrire que A ~ B et B ~ C.
D'après la transitivité des préférences, nous devrions avoir A ~ C. Or ces deux paniers ne sont pas équivalents puisque A et C ne sont pas situés sur la même courbe. Deux courbes d'indifférence ne peuvent donc pas se couper.



B. Des exemples de courbes d'indifférence particulières

Les courbes d'indifférence peuvent avoir des formes particulières.

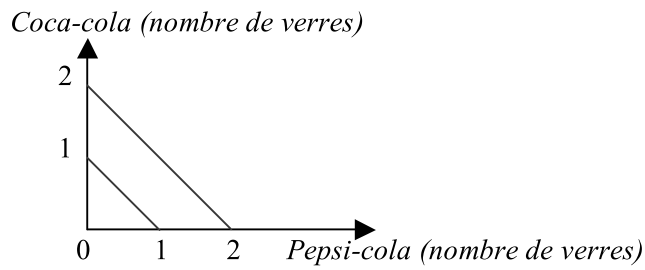
1) le cas de biens parfaitement complémentaires
Supposons un consommateur qui aime boire son café avec un sucre et demi. Son utilité n'augmente que s'il accroît *simultanément* sa consommation de café et de sucre et *dans cette proportion fixe* (ex. : 2 cafés et 3 sucres ; 3 cafés et 4,5 sucres).



Les courbes d'indifférence ont alors la forme d'un L dont les parties horizontale et verticale correspondent à des quantités de biens sans effet en termes d'utilité pour le consommateur.

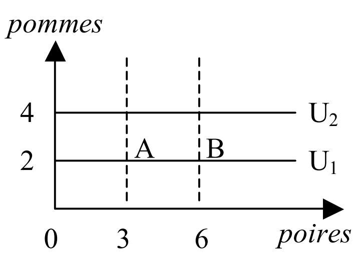
2) le cas de biens parfaitement substituables

Lorsque le consommateur est prêt à échanger un bien (le coca-cola) contre un autre (le pepsi-cola) à un taux constant (1 contre 1) sans que cela modifie son utilité, on dit que les biens sont *parfaitement* substituables et les courbes d'indifférence sont linéaires et décroissantes.



3) le cas d'un bien neutre

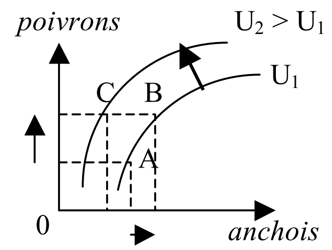
Un bien neutre est un bien dont la consommation n'a pas d'effets sur l'utilité du consommateur. Augmenter la quantité de poires consommée par le consommateur dont les préférences sont représentées ci-après conduit à un panier indifférent (B) au panier initial (A). L'hypothèse de non saturation est donc remise en cause pour le bien neutre et seule l'augmentation de la quantité de pommes consommée permet d'accroître l'utilité du consommateur.



4) le cas d'un bien indésirable

Les paniers A et B sont équivalents pour le consommateur mais celui-ci n'accepte le panier B, qui contient plus d'anchois (bien indésirable qu'il n'aime pas) qu'en échange de plus de poivrons (bien désirable).

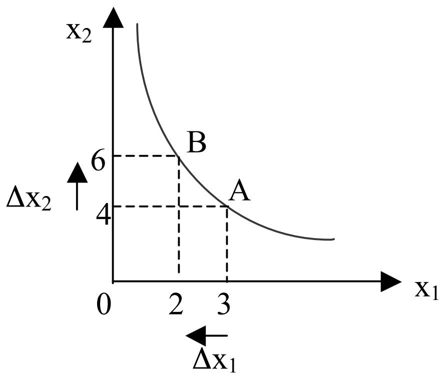
Les courbes d'indifférence sont donc croissantes. De plus, le panier C est préféré à B car il permet au consommateur d'atteindre un niveau d'utilité (U_2) supérieur au niveau initial (U_1) pour la même quantité de poivrons mais une quantité plus faible d'anchois. L'hypothèse de non-saturation des préférences est donc ici renversée.



III. Le taux marginal de substitution (TMS)

A. La définition du TMS

Le consommateur considère que les paniers qui sont situés sur une même courbe d'indifférence sont équivalents pour lui car ils lui procurent la même utilité. Pourtant, la composition de ces paniers en biens 1 et 2 est différente. Lorsque le consommateur passe du panier A au panier équivalent B, il substitue 2 unités de bien 2 à une unité de bien 1. Le taux (unitaire) de substitution est alors égal à $\Delta x_2/\Delta x_1$ avec $\Delta x_1 = -1$, soit -2. La convention entre économistes est d'exprimer ce taux en valeur absolue et donc, d'étudier le rapport $|\Delta x_2/\Delta x_1|$, soit $-\Delta x_2/\Delta x_1$.



Les biens étant supposés divisibles, les variations de leurs quantités peuvent être infiniment petites (infinitésimales). C'est pour cela qu'il faut définir la notion de *taux* ***marginal*** *de substitution* (TMS) qui donne la limite du taux de substitution du bien 2 au bien 1 lorsque Δx_1 tend vers zéro.

Ainsi, on a : $TMS = \lim_{\Delta x_1 \to 0} -\Delta x_2/\Delta x_1 = -dx_2/dx_1$

Le taux marginal de substitution du bien 2 au bien 1 est donc égal à la quantité supplémentaire de bien 2 que le consommateur doit obtenir pour compenser la réduction de la quantité de bien 1 consommée, à utilité constante.

Graphiquement, le TMS correspond à la pente, en valeur absolue, de la tangente à la courbe d'indifférence au point considéré. Il n'a donc pas la même valeur pour chaque panier d'une courbe d'indifférence convexe ; il est décroissant lors d'un déplacement de haut en bas le long de cette courbe. En effet, pour un panier situé en haut de la courbe, le consommateur valorise fortement le bien 1 qu'il détient en petite quantité et faiblement le bien 2, abondant. Il ne sera donc prêt à céder qu'une faible quantité de bien 1 et en échange d'une assez grande quantité de bien 2. À l'opposé, pour un panier situé sur la partie basse de la courbe, c'est le bien 2 qui est plus fortement valorisé que le bien 1. Le consommateur accepte alors de céder une grande quantité de bien 1 en échange d'une faible quantité de bien 2. Le TMS du bien 2 au bien 1 pour ce panier est donc plus faible que celui calculé pour le panier précédent.

B. Le TMS et la nature des biens

Lorsque les biens sont parfaitement substituables, le TMS est constant. Le consommateur est en effet prêt à substituer un bien à l'autre à un taux qui ne varie pas, égal à 1 dans l'exemple précédent du verre de coca-cola et du verre de pepsi-cola. En revanche, lorsque les biens sont parfaitement complémentaires, le TMS peut prendre deux valeurs : il peut être égal à zéro ou à l'infini.

Enfin, lorsqu'un des deux biens est neutre, le TMS est nul puisqu'une plus petite quantité de ce bien (ex. : les poires) n'entraîne pas de modifications de la quantité consommée de l'autre bien (ex. : les pommes).