

# Table des matières

<b>I</b>	<b>Calcul Différentiel dans <math>\mathbb{R}^n</math></b>	<b>15</b>
I.1	Différentiabilité. . . . .	15
I.2	Matrice Jacobienne. . . . .	18
I.3	Continuité, différentiabilité et dérivées partielles. . . . .	21
I.4	Applications à différentielle nulle. . . . .	22
I.5	Difféomorphisme ou Changement de variables. . . . .	25
I.6	Exemples de changement de variables. . . . .	28
I.7	Fonctions de classe $C^p$ . . . . .	30
I.8	Formules de Taylor. . . . .	34
I.9	Exercices avec solutions. . . . .	37
I.10	Exercices supplémentaires. . . . .	42
<b>II</b>	<b>Surfaces</b>	<b>49</b>
II.1	Surfaces paramétrées. . . . .	49
II.2	Exemples de Surfaces paramétrées. . . . .	52
II.3	Surfaces de niveau. . . . .	56
II.4	Plan tangent à une surface. . . . .	59
II.4.1.	Plan tangent au graphe d'une fonction. . . . .	59
II.4.2.	Plan tangent à une surface paramétrée. . . . .	60
II.4.3.	Plan tangent à une surface de niveau. . . . .	63
II.5	Extremum local. Extremum lié. . . . .	65
II.6	Surface paramétrée régulière. . . . .	70
II.7	Exercices avec solutions. . . . .	73
II.8	Exercices supplémentaires. . . . .	77
<b>III</b>	<b>Théorie de l'intégration</b>	<b>81</b>
III.1	Intégrale sur un pavé. . . . .	81
III.2	Parties $\mathcal{R}$ -mesurables de $\mathbb{R}^p$ . . . . .	84
III.3	Intégrale sur une partie $\mathcal{R}$ -mesurable. . . . .	86
III.4	Théorème de Fubini. . . . .	87
<b>IV</b>	<b>Calcul d'intégrales multiples</b>	<b>89</b>
IV.1	Intégrales itérées. . . . .	89
IV.2	Changement de variables. . . . .	91
IV.3	Exemples de changement de variables. . . . .	93
IV.4	Centre d'inertie. . . . .	94
IV.5	Moments d'inertie. . . . .	97
IV.6	Exercices avec solutions. . . . .	99
IV.7	Exercices supplémentaires. . . . .	104

<b>V</b>	<b>Champs de vecteurs et formes différentielles</b>	<b>109</b>
V.1	Champs de vecteurs et Champs scalaires. . . . .	109
V.2	Analyse vectorielle. . . . .	111
V.3	Formes différentielles. . . . .	112
V.4	Champs et formes différentielles. . . . .	114
V.5	Opérateur cobord et analyse vectorielle. . . . .	115
V.6	Coordonnées curvilignes orthogonales. . . . .	117
V.7	Coordonnées curvilignes orthogonales et analyse vectorielle. . . . .	120
V.8	Exercices avec solutions. . . . .	122
V.9	Exercices supplémentaires. . . . .	127
<b>VI</b>	<b>Intégrales curvilignes</b>	<b>131</b>
VI.1	Longueur d'un chemin. . . . .	131
VI.2	Abscisse curviligne. . . . .	133
VI.3	Centre d'inertie. . . . .	134
VI.4	Moments d'inertie. . . . .	136
VI.5	Longueur d'une courbe tracée sur une surface. . . . .	136
VI.6	Intégrale d'une 1-forme. Circulation d'un champ de vecteurs. . . . .	138
VI.7	Changement de variables. . . . .	140
VI.8	Forme différentielle exacte. Champ de gradient. . . . .	141
VI.9	Exercices avec solutions. . . . .	143
VI.10	Exercices supplémentaires. . . . .	147
<b>VII</b>	<b>Intégrales de surface</b>	<b>149</b>
VII.1	Aire d'une surface. . . . .	149
VII.2	Théorème de Guldin. . . . .	152
VII.3	Centre d'inertie. . . . .	154
VII.4	Moments d'inertie. . . . .	156
VII.5	Intégrale d'une 2-forme. Flux d'un champ de vecteurs. . . . .	157
VII.6	Changement de variables. . . . .	159
VII.7	Un exemple de flux : l'angle solide. . . . .	160
VII.8	Exercices avec solutions. . . . .	162
VII.9	Exercices supplémentaires. . . . .	167
<b>VIII</b>	<b>Théorème de Stokes</b>	<b>169</b>
VIII.1	Formule de Green-Riemann. . . . .	169
VIII.2	Formule d'Ostrogradsky. . . . .	172
VIII.3	Formule de Stokes. . . . .	176
VIII.4	Équation de continuité en Mécanique des fluides. . . . .	178
VIII.5	Équations de Maxwell. . . . .	179
VIII.6	Forme différentielle exacte et forme différentielle fermée. . . . .	181
VIII.7	Exercices avec solutions. . . . .	185
VIII.8	Exercices supplémentaires. . . . .	191
<b>A</b>	<b>Topologie de <math>\mathbb{R}^n</math></b>	<b>193</b>
A.1	Norme euclidienne et Produit scalaire. . . . .	193
A.2	Ouvert. Fermé. Adhérence. . . . .	195
A.3	Applications de $\mathbb{R}^n$ dans $\mathbb{R}^p$ . . . . .	196
A.4	Produit vectoriel et produit mixte. . . . .	200

<b>Table des matières</b>	<b>13</b>
<b>Index</b>	<b>203</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>207</b>