

Table des matières

1 Variétés différentiables et analytiques réelles	7
1.1 Variétés topologiques	7
1.2 Cartes et coordonnées locales	8
1.3 Changement de cartes	8
1.4 Cartes compatibles	10
1.5 Variétés différentiables, analytiques et atlas	11
1.6 Exercices et problèmes fondamentaux	13
1.7 Applications différentiables	27
1.8 Espaces tangents	29
1.9 Fibrés tangents	37
1.10 Applications tangentes	39
1.11 Immersions, submersions, plongements et exercices	42
1.12 Théorème du rang constant	44
1.13 Sous-variétés, exemples et exercices	47
1.14 Théorèmes de Sard et de Whitney	60
2 Champs de vecteurs	67
2.1 Généralités	67
2.2 Groupes à un paramètre de difféomorphismes	69
2.3 Opérateurs différentiels	72
2.4 Commutativité des champs de vecteurs	73
2.5 Variétés difféomorphes aux tores réels	78
3 Variétés analytiques complexes	85
3.1 Variétés analytiques complexes	85
3.2 Exemples, exercices et problèmes fondamentaux	90
3.3 Sous-variétés, exemples et exercices	97
3.4 Ensembles analytiques	98
3.5 Courbes algébriques et surfaces de Riemann	99

4	Groupes et algèbres de Lie	107
4.1	Groupes de Lie	107
4.2	Algèbres de Lie	114
4.3	Algèbre de Lie d'un groupe de Lie	121
4.4	Application exponentielle	127
5	Principe variationnel	137
5.1	Equation d'Euler-Lagrange	137
5.2	Transformation de Legendre	141
5.3	Equations canoniques de Hamilton	143
5.4	Transformation canonique	145
5.5	Equation d'Hamilton-Jacobi et applications	146
6	Variétés symplectiques	159
6.1	Orbites adjointes et coadjointes	160
6.2	Dérivée de Lie et formule de Cartan	167
6.3	Espaces vectoriels symplectiques	177
6.4	Structure symplectique	178
6.5	Théorème de Darboux	187
6.6	Champs de vecteurs hamiltoniens	191
6.7	Orbites coadjointes et structures symplectiques	207
7	Systèmes intégrables	213
7.1	Théorème d'Arnold-Liouville	215
7.2	Systèmes complètement intégrables	216
7.3	Méthode de la courbe spectrale	218
7.4	Matrices de Jacobi et opérateurs aux différences	226
7.5	Théorème de Griffiths	233
7.6	Problèmes fondamentaux	237
8	Appendices	285
8.1	Fonctions de plusieurs variables réelles	285
8.2	Formes différentielles	304
8.3	Fonctions de plusieurs variables complexes	311
8.4	Fonctions et intégrales elliptiques	316
8.5	Propriétés des surfaces de Riemann	337
8.6	Résultants et rappel d'analyse matricielle	365
8.7	Variétés abéliennes complexes	369
	Bibliographie	375
	Index	379