Introduction

L'espace et le temps. Existe-t-il des concepts plus immédiats à l'entendement et à la fois plus difficiles à saisir ? Nous baignons en permanence dans l'espace qui nous entoure de toutes parts et pourtant les mots sont indigents à expliquer de quoi est fait ce qui sépare les lieux de nos déplacements. Quant au temps, il cadence notre vie quotidienne et nous entraîne tous, malgré nous, dans son courant mais personne ne peut en comprendre la nature profonde. Les mythologies des civilisations anciennes ont habillé l'espace et le temps de diverses formes, des générations de philosophes ont cherché à en percer les secrets mais finalement, les mathématiques se sont avéré les plus aptes à rendre compte de leurs propriétés objectives.

La première mathématisation de l'espace a été entreprise en Grèce par Euclide, au IV^e siècle av. J.-C. Son intuition a été si géniale et si pénétrante qu'elle a imprégné notre conception de l'espace jusqu'à l'aube du XX^e siècle. Encore aujourd'hui la géométrie qui est enseignée jusqu'au lycée s'appuie exclusivement sur les axiomes énoncés par Euclide au IV^e siècle av. J.-C. Seule, une poignée d'étudiants mordus de mathématiques est amenée à explorer dans le cadre d'études supérieures, d'autres horizons géométriques.

La beauté de la géométrie d'Euclide réside dans sa simplicité : elle repose sur six axiomes, six règles absolues que l'on ne peut démontrer. Ces règles sont posées comme des lois émanant de la Nature elle-même, immuables et universelles. Elles reflètent un ordre supérieur, divin dirons certains, universel dirons d'autres, qui régit l'Univers dans sa totalité. L'espace d'Euclide est une forme d'idéalisation du Monde dépouillé de ses contingences matérielles. En ce sens, il est absolu car indépendant de la matière qu'il contient. Il est fait d'objets mathématiques purs, des abstractions mathématiques, formes idéalisées des contours des objets qui nous entourent (points, droites, cercles, triangles, etc.). A partir de cette construction abstraite, Euclide a su tirer des lois générales qui dépassent largement le simple cadre des formes qu'il décrit pour acquérir un caractère véritablement universel.

La physique moderne, née avec Galilée et Newton au XVII^e siècle, s'est nourrie de cette vision d'un espace absolu et mathématique, existant par lui-même comme le support naturel à la réalisation des phénomènes physiques. Cette conception, bien qu'écornée par des débats célèbres comme celui qui opposa Newton à Leibniz, par des critiques incisives comme celles de Mach, régna en maître absolu durant deux siècles et demi sur la physique.

Les révolutions conceptuelles majeures qui engendrèrent la physique du XX^e siècle ne pouvaient pas laisser cette vision classique indemne : les fondements-mêmes de l'espace classique furent remis en question et remplacés par de nouveaux paradigmes. A la place d'un espace et d'un temps absolus, la relativité restreinte proposa un espace-temps relatif, propre à chaque observateur. D'un espace « plat », la relativité générale fit une « toile » élastique où l'espace et le temps y seraient modelés, façonnés, comprimés ici, étirés là, comme une vulgaire pâte à modeler céleste qui serait le jouet de la matière. Quant à la physique subatomique, en sondant l'infiniment petit jusqu'aux limites de nos mathématiques, elle suggère un espace et un temps grumeleux, sorte de mousse quantique aux propriétés qui restent encore à comprendre. Enfin, la cosmologie, en osant étudier l'évolution de l'espace et du temps, les réduits à l'état de purs phénomènes.

Finalement, après un siècle de révision des concepts d'espace et de temps, où en sommes-nous dans notre représentation de ces grandeurs ? Reste-t-il encore une place aujourd'hui à l'espace euclidien en physique ? Ce livre tente de répondre à ces questions au travers des trois grands piliers théoriques de la physique contemporaine : la relativité, la physique quantique (plus précisément la théorie quantique des champs) et la cosmologie. Chacun de ces trois domaines de la physique apporte son éclairage particulier, ses propres interrogations aussi, et quelques fois des réponses. Mais il est encore difficile d'y trouver une lecture unique des concepts d'espace et de temps tant les visions qu'ils en donnent sont parfois si éloignées les unes des autres.

La physique classique nous avait installés dans un monde confortable où l'espace et le temps avaient le statut solide et inébranlable de grandeurs absolues. Après un siècle de démolition et de reconstructions hésitantes, l'Homme est toujours à la recherche de cet espace et de ce temps perdus …

Je souhaiterais remercier ici toutes les personnes qui m'ont permis d'écrire ce livre par leur soutien moral ou par leur aide effective. Notamment, je tiens à remercier ma sœur Isabelle et Olivier Granier pour les longues heures qu'ils ont consacrées à la relecture et à la correction du manuscrit.

J'invite les lecteurs curieux à consulter les pages de mon site Internet personnel situé à l'adresse : http://jac_leon.club.fr/index.htm. *Vous y trouverez des compléments à caractère plus technique au contenu de ce livre ainsi que des liens vers d'autres sites traitant des mêmes sujets.*

1. Le paradigme classique

« Toutes les choses sont placées dans le temps comme un ordre de succession, et dans l'espace comme un ordre de situation. »

Isaac Newton,
Principia Mathematica Philosophae Naturalis

L'espace et le temps constituent une nécessité par laquelle l'esprit humain peut appréhender les relations géométriques entre les objets et leur évolution. Dès l'Antiquité, les philosophes et les mathématiciens grecs ont dessiné les grands principes sur lesquels allaient reposer les concepts de temps et d'espace pour les deux mille ans à venir. Le paradigme classique est né dans la pensée d'Euclide et n'a été remis en question qu'à l'aube du XX^{e} siècle. Il a été le support de la représentation de l'espace et du temps de la mécanique newtonienne et continue de nos jours à régir notre expérience quotidienne du mouvement.

1.1 Un espace euclidien

De la nécessité ontologique à la géométrie

L'espace nous entoure de son immensité. Il est par nature même le lieu de toutes choses. Nous ne saurions envisager des objets situés hors de son champ, car la matière semble nécessiter un espace dans lequel elle trouve un lieu où son existence prend consistance. Notre esprit ne sait concevoir l'existence sans espace ; celui-ci se pose comme une nécessité préalable à toute forme d'être. Emmanuel Kant écrivit à ce sujet : « on ne peut jamais se représenter qu'il n'y ait pas d'espace, quoique l'on puisse bien penser qu'il n'y ait pas d'objets dans l'espace[1] ». Selon ce

[1] Emmanuel Kant, *Critique de la raison pure.*

dernier, « L'espace est la condition de la possibilité des phénomènes »[1] à quoi il faut comprendre qu'il est le cadre dans lequel les phénomènes peuvent se fonder, c'est-à-dire se réaliser et prendre un sens.

Pour Platon, l'espace fournit un emplacement à toutes choses au sens où l'espace est la matière dont sont constitués les objets. Il pensait que l'espace est comparable à un bloc de craie dans lequel les formes des éléments sont imprimées en relief. Selon lui, l'espace est matière pure, capable de donner corps aux formes mais sans prendre de forme particulière par lui- même. L'idée platonicienne de « formes » renvoie à la célèbre parabole de la caverne : Platon concevait la condition humaine dans l'Univers comme celle de prisonniers enfermés dans une caverne, condamnés à faire face au fond de celle-ci. Ils aperçoivent sur la roche des ombres des objets qui passent devant l'entrée de la caverne sans pouvoir accéder à la réalité de ceux-ci. Les ombres figurent les formes de la réalité.

La nécessité ontologique[2] de l'espace lui confère une nature propre, indépendante de toute matière, de tous corps par laquelle il apparaît en quelques sortes comme un immense théâtre dans lequel se joue l'histoire de l'Univers. Il possède à ce titre des propriétés qui lui sont propres et qui, par conséquent, sont indépendantes des corps qu'il contient et des phénomènes qui s'y déroulent. On peut ainsi construire des objets propres à l'espace et en étudier les propriétés. Ces objets ne sont pas comparables à des objets matériels – ils ne sont pas faits de matière – mais sont des formes idéales irréductibles, c'est-à-dire des propriétés de l'espace à l'état pur.

Par exemple, prenons le cas d'un triangle. Dans le monde matériel qui nous entoure nous rencontrons souvent des objets de forme triangulaire, pourtant, selon les conceptions que nous venons de présenter, ces objets ne sont pas des triangles. Un triangle n'a pas de dimension ; que ses côtés mesurent quelques nanomètres ou des millions d'années-lumière, ce qui le distingue d'un autre triangle ce sont les valeurs des angles à ses sommets. Le triangle apparaît alors comme une forme idéalisée qui synthétise – on pourrait tout aussi bien dire *transcende* – les propriétés spatiales de l'objet matériel. Les philosophes et mathématiciens grecs de l'Antiquité ont donné un nom à la science qui étudie ces propriétés : *la géométrie.*

---

[1] Emmanuel Kant, *Ibid.*

[2] Ontologique : qui se rapporte à l'être en tant que tel. L'ontologie est la partie de la métaphysique qui se rapporte à l'être.

L'espace absolu de la géométrie euclidienne

La géométrie est née formellement au IV^{e} siècle av. J.-C. en Grèce. Il est communément admis que les fondateurs de cette science sont Eudoxe[1] et Euclide[2]. Euclide s'est particulièrement distingué par la rédaction de nombreux ouvrages de mathématiques dont les fameux *Eléments* qui posent les fondements de la géométrie.

Les *Eléments* sont constitués de douze livres dont le premier établit les fondations de la géométrie. Il contient la définition de pas moins de trente- cinq objets fondamentaux, six postulats et des définitions triviales (voir l'encadré en page 7).

Ce qui est remarquable dans la pensée d'Euclide c'est son souci de se soustraire de toutes considérations empiriques. Il réduit l'espace à quelques concepts fondamentaux comme ceux de *point*, de *droite*, *d'angle*, etc. dont les relations sont postulées par des axiomes. A titre d'illustration, citons l'exemple des droites. Selon la géométrie euclidienne, une droite possède des propriétés singulières : elle s'étend à l'infini, ne présente aucune épaisseur, reste parfaitement rectiligne. Aucun objet matériel ne peut être assimilé à une droite. Un fil tendu, aussi léger et fin soit-il, finit toujours par s'incurver sous l'effet de son propre poids, à moins de ne posséder aucune masse, ce qui est irréaliste. Ainsi l'espace de la géométrie euclidienne est-il un espace idéalisé dont les propriétés sont axiomatisées, c'est-à-dire affirmées comme postulats préalables.

Au centre de la géométrie euclidienne se trouvent deux objets fondamentaux :

- **le point** : c'est ce dont la partie est nulle. En d'autres termes, le point n'a aucune dimension, aucune longueur ni volume. Il est impossible de se représenter un point car notre esprit ne peut appréhender un objet sans dimension. Il s'agit d'un objet totalement abstrait que seules les mathématiques peuvent véritablement cerner dans toute sa signification.

- **la droite** : c'est une longueur sans largeur. Elle est constituée d'un alignement de points. La droite, comme ensemble de points, hérite de tous les attributs abstraits de ses constituants. Cependant, il est plus aisé de s'en faire une représentation, même si celle-ci n'est qu'approchée.

---

[1] Eudoxe, mathématicien, philosophe et homme de science grec ayant vécu à Cnide aux environs de 400 à 355 av. J.-C.

[2] Euclide, mathématicien grec ayant vécu probablement à Alexandrie aux environs du IV^{e} et III^{e} siècle av. J.-C.

Ces objets sont mis en relation en s'appuyant sur des axiomes (voir l'encadré en page 7).

Notons que des axiomes sont par définition des propriétés posées *a priori* ne pouvant par conséquent être vérifiées. Or, parmi les axiomes d'Euclide, le cinquième se rapportant aux droites parallèles a depuis l'Antiquité retenu l'attention des mathématiciens. Ces derniers le soupçonnaient de pouvoir être déduit des autres axiomes, ce qui lui retirait, *de facto*, son caractère d'axiome. Dans les années 1820, Lobatchevski[1] et Bolyai[2] démontrèrent que ce n'était pas le cas pour la bonne raison que cet axiome n'avait aucun lien logique avec les autres axiomes d'Euclide. Il peut en fait être remplacé par n'importe quel énoncé sur les droites parallèles sans que la structure logique des axiomes d'Euclide en soit affectée. Ils s'engouffrèrent vite dans cette brèche pour élaborer des géométries où, par un point, peuvent passer plusieurs, voire même une infinité, de parallèles à une droite donnée. Cette découverte ouvrit la voie à de nouvelles géométries qualifiées de non euclidiennes.

Finalement, l'œuvre d'Euclide aura abouti à géométriser l'espace, à le transformer en un objet mathématique posé *a priori* et indépendant du monde physique. Dans son sillage Kant a pu écrire : « Sur cette nécessité *a priori* [de l'espace] se fondent la certitude apodictique[3] de tous les principes géométriques et la possibilité de leur construction *a priori* »[4].

La vision euclidienne règnera sur la géométrie jusqu'au XIX^{e} siècle où des mathématiciens comme Lobatchevski[5] et Riemann[6] montreront qu'elle ne constitue qu'un cas très particulier de géométries plus générales.

---

[1] Nikolaï Ivanovitch Lobatchevski, mathématicien russe célèbre pour son invention d'une géométrie non euclidienne dite hyperbolique,

[2] Johann Bolyai, officier de l'armée hongroise et mathématicien,

[3] Apodictique : qui a une évidence de droit et pas seulement de fait.

[4] Emmanuel Kant, *Critique de la raison pure.*

[5] Nikolaï Ivanovitch Lobatchevski, mathématicien russe, 1792 – 1856.

[6] Bernhard Riemann, mathématicien allemand, 1826 – 1866.

Les axiomes d'Euclide

Les principaux postulats ou axiomes d'Euclide se trouvent rassemblés dans le Livre I des *Eléments*. On en compte cinq dans ce dernier et un autre, dit axiome d'Archimède ou encore axiome de continuité, dans le Livre V.

1. Chaque couple de points définit exactement une droite, ce que l'on traduit aujourd'hui par : par deux points passe une droite et une seule.

2. Tout segment d'extrémités données peut être prolongé dans chaque direction. Cet axiome exprime l'idée que les droites s'étendent à l'infini.

3. Il est possible de construire un cercle avec n'importe quel point comme centre et n'importe quelle longueur comme rayon. Cet axiome traduit l'infinité de l'espace.

4. Si deux droites se coupent suivant des angles adjacents égaux, chacun de ces angles est aussi égal à tout autre angle ayant la même origine.

5. Postulat des parallèles : Etant donnés une droite D et un point en dehors de D, il existe une droite et une seule qui passe par le point, qui soit dans le même plan que D et lui soit parallèle.

6. Axiome d'Archimède : En soustrayant de la plus grande de deux grandeurs données plus de sa moitié, et du reste plus de sa moitié, et ainsi de suite un nombre fini de fois, on obtiendra une grandeur moindre que la plus petite. Cet axiome peut être plus simplement exprimé en disant qu'il est toujours possible de choisir un nombre aussi petit que l'on veut. Il exprime une propriété fondamentale de l'espace euclidien : la continuité.

1.2 Les propriétés de l'espace euclidien

Géométrie et topologie, les deux facettes de l'espace

Comment caractériser les propriétés de l'espace ? Nous avons tous l'habitude de manipuler des objets situés dans l'espace (déplacements, déformations, duplications, etc.) mais notre expérience est rarement confrontée à la manipulation de l'espace lui- même. Concrètement, nous percevons l'espace par le biais de ce qu'il contient. Par exemple, à travers le mouvement d'une planète relativement aux étoiles nous pouvons reconstituer sa trajectoire dans l'espace. Pour ce faire nous nous appuyons sur les relations spatiales qui lient les objets célestes les uns aux autres comme la position relative de la planète, les distances des étoiles les unes aux autres, etc. Ces informations sont tirées d'une façon générale de propriétés relationnelles des objets contenus dans l'espace. Par exemple, l'évaluation du mouvement d'une planète fera intervenir la différence de la mesure des angles de visée d'une étoile jugée fixe et de la dite planète. Dans cet exercice, nous assimilons inconsciemment (ou pas) les trois astres (la Terre, l'étoile et la planète) à des points qui forment un triangle. La déformation de ce triangle au cours du déplacement de la planète permet d'estimer son mouvement.

Cette discussion nous montre une caractéristique très importante de l'espace : c'est au travers des relations entre des objets abstraits comme des points, des droites, etc. que nous bâtissons notre vision de l'espace. Cette manière d'aborder l'espace porte un nom : elle s'appelle la géométrie.

Mais il existe une autre façon de regarder l'espace, non plus sous l'angle des relations entre les objets qui le structurent mais de manière globale. Expliquons-nous. Un être infiniment plat (c'est-à-dire un être à deux dimensions) ne percevrait aucune différence d'un point de vue géométrique entre un plan infini et un cylindre de longueur infinie. Dans les deux cas, les triangles qu'il mesurerait possèderaient exactement les mêmes propriétés, les droites parallèles ne se rejoindraient jamais, etc. Pourtant, ces deux espaces sont radicalement différents : en se déplaçant le long d'un cercle du cylindre, notre être plat reviendrait invariablement à son point de départ. Cette situation ne sera jamais observée dans un plan infini ! On en conclut que la géométrie ne suffit pas à caractériser entièrement un espace. L'analyse de la forme globale d'un espace requiert d'autres outils que ceux que nous fournit la géométrie.

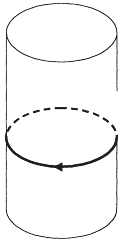

Figure 1-1 : Un être plat se déplaçant le long d'un cercle d'un cylindre revient inévitablement à son point de départ tout en se déplaçant en ligne droite.