

# Table des matières

## CHAPITRE 1 : LE PROBLÈME DE L'AJUSTEMENT

1. L'AJUSTEMENT LINÉAIRE,.....	10
1.1. La méthode des moindres carrés.....	10
1.2. Analyse de la variance de Y.....	12
1.3. La corrélation.....	13
1.4. La modélisation de la régression linéaire.....	14
1.5. Effectuer des prévisions à l'aide du modèle de régression.....	16
2. LES COURBES DE BÉZIER.....	19
2.1. Le théorème de Weierstrass.....	20
2.2. Interprétation géométrique : courbe de Bézier.....	20
3. POLYNÔME D'INTERPOLATION DE LAGRANGE.....	23
3.1. Résultat général.....	23
3.2. Les limites de la méthode, phénomène de Runge.....	24

## CHAPITRE 2 : L'AJUSTEMENT – LES TRAVAUX PRATIQUES

1. LA MÉTHODE DES MOINDRES CARRÉS : AJUSTEMENT ANALYTIQUE.....	25
1.1. Un exemple d'ajustement linéaire : la loi de Gay Lussac.....	25
1.2. Un exemple d'ajustement non linéaire : la charge d'un condensateur... 26	
2. LA MÉTHODE DES MOINDRES CARRÉS : AJUSTEMENT EXPÉRIMENTAL.....	27
2.1. Ajustement dynamique, fonction dépendant d'un seul paramètre.....	27
2.2. Ajustement par une fonction dépendant de deux paramètres.....	29
3. LA MÉTHODE DES COURBES DE BÉZIER.....	31
3.1. Exemple de base.....	31
3.2. Un exemple issu de la chimie.....	32
3.3. Recherche du polynôme de Bézier dans le cas d'un pas constant.....	35
3.4. La méthode d'interpolation par des polynômes de Lagrange.....	37

## CHAPITRE 3 : DÉRIVATION ET INTÉGRATION NUMÉRIQUE

1. DÉRIVATION NUMÉRIQUE.....	41
2. RÉOLUTION NUMÉRIQUE D'UNE ÉQUATION DANS L'ENSEMBLE DES RÉELS.. 41	
2.1. La méthode de dichotomie.....	42
2.2. Méthode de Newton.....	43
2.3. Méthode de la sécante.....	45
2.4. Méthode du point fixe.....	46
2.5. Résolution d'une équation polynomiale.....	47
3. INTÉGRATION NUMÉRIQUE.....	51
3.1. Les différentes formules de quadrature et leur ordre.....	51
3.2. Estimation de l'erreur.....	54
3.3. Méthode de Monte Carlo.....	56

## CHAPITRE 4 : DÉRIVATION ET INTÉGRATION NUMÉRIQUE – LES TRAVAUX PRATIQUES

1. DÉRIVATION NUMÉRIQUE .....	59
1.1. Vérification qu'une fonction est solution d'une équation différentielle... 59	
1.2. Calcul d'un développement limité numérique d'ordre 4..... 60	
2. RÉOLUTION NUMÉRIQUE D'ÉQUATIONS .....	61
2.1 Méthode de dichotomie .....	61
2.2. Méthode de Newton..... 66	
2.3. Méthode de la sécante..... 67	
2.4. Méthode du point fixe..... 69	
2.5. Résolution numérique d'une équation polynomiale..... 71	
3. CALCUL NUMÉRIQUE D'INTÉGRALES..... 74	
3.1. Méthode de quadrature .....	74
3.2. Calcul d'une primitive..... 79	
3.3. Calcul d'une intégrale double..... 84	
3.4. Calcul d'une surface complexe par la méthode de Monte Carlo..... 86	
3.5. Optimisation de la surface couverte par la méthode de Monte Carlo .... 89	

## CHAPITRE 5 : RÉOLUTION NUMÉRIQUE D'ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES ET D'ÉQUATIONS AUX DÉRIVÉES PARTIELLES LINÉAIRES

1. ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES D'UNE VARIABLE..... 95	
1.1 Le problème..... 95	
1.2. Principe de calcul de la solution approchée..... 96	
1.3. Le problème de l'erreur .....	100
2. ÉQUATIONS AUX DÉRIVÉES PARTIELLES LINÉAIRES DU SECOND ORDRE ..... 101	
2.1. Généralités .....	101
2.2. Définition des EDP linéaires..... 103	
2.3. Classification des EDP linéaires d'ordre 2 .....	103
2.4. Les directions caractéristiques..... 104	
2.5. Résolution analytique d'une EDP hyperbolique particulière .....	105
2.6. Résolution numérique d'une EDP..... 106	

## CHAPITRE 6 : RÉOLUTION NUMÉRIQUE D'ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES ET D'ÉQUATIONS AUX DÉRIVÉES PARTIELLES LINÉAIRES – LES TRAVAUX PRATIQUES

1. LES EDO, ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES D'UNE VARIABLE..... 115	
1.1. Résolution numérique d'une équation simple .....	115
1.2. Résolution d'équations du second ordre : la chute libre .....	118
1.3. Résolution d'équations du second ordre : le pendule simple amorti .... 120	
1.4. Résolution d'équations du second ordre : l'attracteur de Lorenz .....	122
2. LES EDP, ÉQUATIONS AUX DÉRIVÉES PARTIELLES..... 129	
2.1. Diffusion de la chaleur dans une barre métallique..... 129	
2.2. Équation de Laplace, équation de Poisson .....	139
2.3. Équation de propagation des ondes..... 151	

## CHAPITRE 7 : CALCUL MATRICIEL – GÉOMÉTRIE PROJECTIVE – SYSTÈMES D'ÉQUATIONS LINÉAIRES

1. GÉOMÉTRIE ET CALCUL MATRICIEL.....	161
1.1. Espace affine et vectoriel .....	161
1.2. Matrices et application linéaires.....	161
2. CHANGEMENT DE BASE DANS UN ESPACE DE DIMENSION 3 .....	162
2.1. Définition.....	162
2.2. Changement de base pour un vecteur, pour une application linéaire... 163	
3. NORMES VECTORIELLES, NORMES MATRICIELLES.....	163
3.1. Rayon spectral et valeurs singulières d'une matrice .....	163
3.2. Norme d'une matrice.....	164
4. LA GÉOMÉTRIE PROJECTIVE, LA PERSPECTIVE.....	165
4.1. Introduction.....	165
4.2. Représentation de points dans l'espace projectif.....	166
4.3. Transformations dans l'espace .....	167
5. RÉSOLUTION D'UN SYSTÈME D'ÉQUATIONS LINÉAIRES.....	172
5.1. Conditionnement d'une matrice .....	173
5.2. Résolution par la méthode du pivot.....	176
5.3. Résolution par les méthodes de décomposition.....	181
5.4. Résolution par les méthodes d'itération.....	193
5.5. Méthode du gradient .....	199
5.6. Méthode du gradient conjugué.....	200
5.7. Méthode du gradient conjugué avec préconditionnement.....	202
5.8. Valeurs propres et vecteurs propres .....	203

## CHAPITRE 8 : CALCUL MATRICIEL – GÉOMÉTRIE PROJECTIVE – SYSTÈMES D'ÉQUATIONS LINÉAIRES – LES TRAVAUX PRATIQUES

1. CALCUL MATRICIEL ET GÉOMÉTRIE DYNAMIQUE.....	211
1.1. Une animation géométrique dans le plan.....	211
1.2. Un moteur 3D très simple .....	212
2. RÉSOLUTION D'UN SYSTÈME D'ÉQUATIONS LINÉAIRES.....	217
2.1. Résolution par la méthode du pivot.....	217
2.2. Résolution par les méthodes de décomposition.....	231
2.3. Résolution par les méthodes d'itération.....	243
2.4. Valeurs propres et vecteurs propres .....	262

## CHAPITRE 9 : ANALYSE DE FOURIER

1. DÉVELOPPEMENT EN SÉRIE DE FOURIER D'UNE FONCTION.....	277
1.1. Les séries de Fourier.....	277
1.2. Les coefficients de Fourier .....	278
1.3. Théorème de Dirichlet.....	278
1.4. Transformation de l'écriture de l'harmonique de rang $n$ .....	279
1.5. Forme complexe de calcul d'une série de Fourier .....	279
1.6. Formule de Parseval .....	280
1.7. Cas d'un signal périodique de période $T$ quelconque .....	280

2. LA TRANSFORMÉE DE FOURIER .....	281
2.1. <i>Le produit de convolution</i> .....	281
2.2. <i>Des signaux particuliers</i> .....	282
2.3. <i>Calcul de la transformée de Fourier</i> .....	283
2.4. <i>Transformée de Fourier Discrète – Transformée de Fourier Rapide</i> ...	286
2.5. <i>Filtrage - Modulation d’amplitude</i> .....	288
<b>CHAPITRE 10 : ANALYSE DE FOURIER – LES TRAVAUX PRATIQUES</b>	
1. SÉRIE DE FOURIER D’UN SIGNAL PÉRIODIQUE.....	293
2. CALCUL DE LA TRANSFORMÉE DE FOURIER .....	297
3. CALCUL D’UNE TRANSFORMÉE DE FOURIER RAPIDE (FFT).....	300
4. PRODUIT DE CONVOLUTION .....	304
5. INTER ET AUTOCORRÉLATION.....	306
5.1 <i>Déterminer la période d’un signal bruité</i> .....	306
5.2 <i>Déterminer le retard entre deux impulsions</i> .....	308
6. FILTRAGE D’UN SIGNAL – UN FILTRE PASSE BAS .....	310
7. MODULATION D’AMPLITUDE .....	313
<b>CHAPITRE 11 : LES FRACTALES</b>	
1. GÉNÉRALITÉS SUR LES FRACTALES .....	315
2. IMAGES FRACTALES ET SUITES RÉCURRENTES DE COMPLEXES.....	316
2.1 <i>Ensemble de Julia</i> .....	316
2.2 <i>Ensemble de Mandelbrot</i> .....	319
3. CALCUL DE DIMENSION FRACTALE DE SIGNAUX .....	320
3.1. <i>Généralités</i> .....	320
3.1. <i>Les méthodes de calcul de la dimension fractale</i> .....	321
3.2. <i>Les images fractales en médecine et pharmacologie</i> .....	330
BIBLIOGRAPHIE.....	333