

Table des matières

1	Modèles discrets	15
1.1	Le formalisme des modèles discrets	15
1.2	Martingales et arbitrages	18
1.3	Marchés complets et évaluation des options	23
1.4	Problème corrigé : le modèle de Cox, Ross et Rubinstein	27
1.5	Exercices	32
2	Problème d'arrêt optimal et options américaines	37
2.1	Notion de temps d'arrêt	37
2.2	Enveloppe de Snell	38
2.3	Décomposition des sur-martingales	41
2.4	Enveloppe de Snell et chaînes de Markov	42
2.5	Application aux options américaines	43
2.6	Exercices	46
3	Mouvement brownien et équations différentielles stochastiques	49
3.1	Généralités sur les processus à temps continu	50
3.2	Le mouvement brownien	51
3.3	Martingales à temps continu	52
3.4	Intégrale stochastique et calcul d'Itô	55
3.5	Équations différentielles stochastiques	69
3.6	Exercices	77
4	Modèle de Black-Scholes	83
4.1	Description du modèle	83
4.2	Changement de probabilité. Théorème de représentation des martin- gales	86
4.3	Évaluation et couverture des options dans le modèle de Black-Scholes	88
4.4	Options américaines	93
4.5	Volatilité implicite et modèles à volatilité locale	97
4.6	Modèle de Black-Scholes avec dividendes et symétrie call/put	99
4.7	Exercices	100
4.8	Problèmes	103

5	Évaluation des options et équations aux dérivées partielles	119
5.1	Calculs de prix d'options européennes pour les modèles de diffusion	120
5.2	Résolution numérique des équations paraboliques	128
5.3	Les options américaines	134
5.4	Exercices	141
6	Modèles de taux d'intérêt	145
6.1	Principes de la modélisation	145
6.2	Quelques modèles classiques	154
6.3	Exercices	165
7	Modèles d'actifs avec sauts	169
7.1	Processus de Poisson	169
7.2	Évolution de l'actif risqué	171
7.3	Martingales dans un modèle de diffusion avec sauts	173
7.4	Évaluation des options dans un modèle de diffusion avec sauts	178
7.5	Exercices	187
8	Modèles de risque de crédit	191
8.1	Modèles structurels	191
8.2	Modèles à intensité	192
8.3	Copules	198
8.4	Exercices	201
9	Simulation et algorithmes pour les modèles financiers	203
9.1	Simulation et modèles financiers	203
9.2	Introduction aux méthodes de réduction de variance	211
9.3	Exercices	221
9.4	Expérimentations informatiques	222
	Appendice	233
A.1	Variables aléatoires gaussiennes	233
A.2	Espérance conditionnelle	235
A.3	Théorème de séparation des convexes	239
	Bibliographie	241
	Index	249