

I Introduction

Chiffre significatif et Incertitude

Comment reconnaître les chiffres significatifs ?

On lit notre donnée de gauche à droite et on commence à compter tous les chiffres à partir du 1^{er} chiffre différent de zéro, ainsi 0,00320 n'a que 3 chiffres significatifs et non 6.

Comment et quand les utiliser ?

On doit les prendre en compte dans l'écriture de notre résultat final (ne pas oublier les unités) ainsi :

- Lors d'une multiplication ou d'une division, le résultat doit comporter autant de chiffres significatifs (et pas plus) que la moins précise des données : au besoin, il faut arrondir soit par défaut si le chiffre après est inférieur à 5 soit par excès si le chiffre après est supérieur ou égal à 5.

Exemple : $6,20 / 50 = 0,124$ d'après la calculette. Mais 50 n'a que deux chiffres significatifs alors que 6,20 en a 3. Donc le résultat doit en avoir deux. On arrondi à 0,12. On écrira $6,20 / 50 = 0,12$.

- Lors d'une addition ou d'une soustraction, on arrondit le résultat au rang du dernier chiffre de la donnée la moins précise : $1,25 \text{ kg} + 0,025 \text{ kg} = 1,27 \text{ kg}$.

Incertainitude

Il y a 2 types d'incertitude :

L'*incertitude absolue* qui se note : $U(M)$ avec M la grandeur étudié (vitesse, concentration, distance).

L'*incertitude relative* qui se note : $\frac{U(M)}{M} \times 100 = \dots\%$

Méthode pour écrire un résultat en tenant compte de l'incertitude absolue

1. La formule pour calculer l'incertitude absolue sera toujours donnée.
2. On écrit M et $U(M)$ dans la même puissance de 10, puis on factorise.
3. On écrit $U(M)$ en écriture décimale.
4. On arrondi $U(M)$ avec le même nombre de décimale que M .

Exemple 1 : bac 2015 centre étranger

Question : Donner un encadrement de la valeur de la concentration massique.

On considère que l'incertitude relative pour la concentration massique est

$$\text{donnée par la relation : } U_{C_m} = 2C_m \sqrt{\left(\frac{U_{C_B}}{C_B}\right)^2 + \left(\frac{U_{V_E}}{V_E}\right)^2 + \left(\frac{U_V}{V}\right)^2}$$

Données :

$$V = 10,00 \pm 0,04 \text{ mL}$$

$$C_B = (4,2 \pm 0,2) \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$V_E = 15,5 \text{ mL}$ l'incertitude sur la mesure de U_{V_E} sachant que la verrerie contenant la solution aqueuse d'hydroxyde de sodium est graduée tous les 0,1 mL. V_E est mesurée à l'aide d'une burette graduée.

Lors de la mesure d'un volume à l'aide de la verrerie du laboratoire, il est possible d'évaluer l'incertitude U_V sur cette mesure avec un intervalle de confiance de 95 %. Pour cela, on utilise la relation : $U_V = 2 u_V$ où la valeur de u_V dépend du matériel utilisé.

Utilisation d'une pipette jaugée ou d'une fiole jaugée	$u_V = 0,75 a$ où a est la valeur de l'incertitude d'étalonnage donnée par le constructeur
Utilisation d'une burette graduée ou d'une pipette graduée	$u_V = 0,5 g$ où g est la valeur de la graduation de l'instrument utilisé

Résolution :

Donc pour déterminer l'incertitude du volume à l'équivalence, on a la relation :

$U_{V_E} = 2 u_{V_E}$ avec, pour une burette graduée, $u_{V_E} = 0,5 g$ et $g = 0,1 \text{ mL}$. Donc :

$$U_{V_E} = 2 \times 0,5 \times 0,1 = \mathbf{0,1 \text{ mL}}$$

Par conséquent : $V_E = \mathbf{15,5 \pm 0,1 \text{ mL}}$.

Dans la question précédente, on aura déterminé la concentration massique C_m :

$$C_m = \frac{4,2 \times 10^{-2} \times 15,5 \times 150}{2 \times 10,00} = 4,8825 = \mathbf{4,9 \text{ g.L}^{-1}}$$

Le résultat est arrondi avec 2 chiffres significatifs car la donnée la moins précise en comporte justement aussi 2.

Il sera donné la relation pour calculer l'incertitude sur la concentration massique :

$$U_{C_m} = 2C_m \sqrt{\left(\frac{u_{C_B}}{C_B}\right)^2 + \left(\frac{u_{V_E}}{V_E}\right)^2 + \left(\frac{u_V}{V}\right)^2}$$

$$U_{C_m} = 2 \times 4,8825 \times \sqrt{\left(\frac{0,2}{4,2}\right)^2 + \left(\frac{0,1}{15,5}\right)^2 + \left(\frac{0,04}{10,00}\right)^2} = 0,47 \text{ g.L}^{-1} \text{ majoré à } \mathbf{0,5 \text{ g.L}^{-1}}$$

car on ne conserve le même nombre de décimale que la grandeur mesurée à savoir $C_m = 4,9 \text{ g/L}$.

Donc : $C_m = 4,9 \pm 0,5 \text{ g.L}^{-1}$.

Exemple 2 : bac 2015 USA

Donner un encadrement de la masse m_a d'acide oléique contenu dans l'huile sachant que la valeur de l'incertitude $U(m_a)$ sur la masse est donnée par la

$$\text{relation : } \left(\frac{U(m_a)}{m_a} \right)^2 = \left(\frac{U(V_e)}{V_e} \right)^2 + \left(\frac{U(c_b)}{c_b} \right)^2.$$

Données :

$$C_b = (1,00 \pm 0,02) \times 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$V_e = (10,4 \pm 0,1) \text{ mL}.$$

Résolution :

Dans la question précédente, il sera demandé de calculer la masse m_a d'acide oléique : $m_a = 0,293 \text{ g}$ (elle sera donnée avec 3 chiffre significatif car la donnée la moins précise en comporte justement 3).

On cherche donc $U(m_a)$, donc on utilise la fonction carrée afin d'isoler $U(m_a)$, on a donc :

$$U(m_a) = m_a \times \sqrt{\left(\frac{U(V_e)}{V_e} \right)^2 + \left(\frac{U(Cb)}{Cb} \right)^2} = 0,293 \times \sqrt{\left(\frac{0,1}{10,4} \right)^2 + \left(\frac{0,02}{1,00} \right)^2} = 6,5 \cdot 10^{-3} \text{ g}$$

Donc :

$$\begin{aligned} m_a &= 2,93 \cdot 10^{-1} \pm 6,5 \cdot 10^{-3} = (2,93 \pm 6,5 \cdot 10^{-2}) \cdot 10^{-1} = (2,93 \pm 0,065) \cdot 10^{-1} \\ &= (2,93 \pm 0,07) \cdot 10^{-1} \end{aligned}$$

Ainsi $m_a = (0,293 \pm 0,007) \text{ g}$, soit $0,286 \text{ g} < m_a < 0,300 \text{ g}$.

À noter : que lors de l'application numérique avec la formule donnée, il est complètement inutile de convertir dans la bonne unité car comme on réalise un quotient la conversion de l'incertitude et de la valeur vont s'annuler.

L'écart relatif

Il sert à comparer une valeur théorique et une valeur obtenue expérimentalement (très utile pour conclure à la fin d'un TP) :

$$\text{ecart relatif} = \frac{\left| \text{valeur theorique} - \text{valeur experimentale} \right|}{\text{valeur theorique}} \times 100 = \dots \%$$

Si l'écart relatif est inférieur à 10 %, on considère que le résultat expérimental est en accord avec la valeur théorique.

Analyse dimensionnelle

Elle sert à vérifier l'homogénéité d'une formule, c'est-à-dire à conclure que le membre de gauche a la même unité que le membre de droite. Attention cela ne veut pas dire que la formule est bonne ! Mais qu'elle est homogène.

Certaines grandeurs sont dites fondamentales, on parle justement d'Unité du Système International (le fameux USI ou SI) comme par exemple :

Grandeur	Unité	Dimension
Longueur	mètre (m)	L
Masse	Kilogramme (kg)	M
Temps	Seconde (s) et non S (Siemens)	T

De cela découle les dimensions des grandeurs vues en Terminale S :

Grandeur	Unité	Dimension
Fréquence	Hertz (Hz)	T^{-1}
Vitesse	m/s	$L \cdot T^{-1}$
Accélération	m/s^2	$L \cdot T^{-2}$
Force	Newton (N)	$M \cdot L \cdot T^{-2}$ (2 nd e loi de Newton)
Énergie	Joule (J)	$M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$ (énergie cinétique)
Quantité de mouvement	kg.m/s	$M \cdot L \cdot T^{-1}$

Méthode pour réaliser une analyse dimensionnelle

1. On écrit la formule avec toutes les grandeurs entre crochet $[X]$.
2. On utilise les 2 tableaux ci-dessus pour trouver la dimension de chaque grandeur.
3. On tient compte des carrés, des cubes, racine carrée, etc.

Exemple 1 : on cherche à déterminer l'unité de la constante de Kepler (dans la

3^e loi) $\frac{T^2}{a^3} = K$

Ainsi on a $[K] = \frac{[T]^2}{[a]^3} = \frac{T^2}{L^3} = T^2 \cdot L^{-3}$

Exemple 2 : déterminer laquelle des 2 formules est la bonne :

$$\Delta t = \left(\frac{1}{v_{air}} - \frac{1}{v_{eau}} \right) \cdot d \quad \text{et} \quad \Delta t = \left(\frac{1}{v_{eau}} - \frac{1}{v_{air}} \right) \cdot d$$

$$[\Delta t] = \left(\frac{1}{[v_{air}]} - \frac{1}{[v_{eau}]} \right) \cdot [d] \rightarrow T = \left(\frac{1}{L \cdot T^{-1}} - \frac{1}{L \cdot T^{-1}} \right) \cdot L = (T \cdot L^{-1}) \cdot L = T$$

Ce qui donnera le même résultat sur la 2nde formule, par conséquent les 2 formules sont bien homogènes mais seulement l'une des 2 est bonne. Donc une analyse dimensionnelle ne peut pas servir à trouver LA bonne formule.

Ici la bonne formule est la 1^{re}, en effet on sait que la vitesse dans l'eau est beaucoup plus rapide que celle dans l'air donc :

$$v_{air} < v_{eau} \Leftrightarrow \frac{1}{v_{air}} > \frac{1}{v_{eau}} \Leftrightarrow \frac{1}{v_{air}} - \frac{1}{v_{eau}} > 0 \Leftrightarrow \Delta t > 0$$

or une Δt doit toujours être positif.

Conseil

Utilisation de la calculatrice : il est fortement conseillé lors de la résolution d'un exercice de prendre toujours la vraie valeur et non la valeur arrondie. Pour se faire, il suffit de « stocker » chaque résultat numérique dans une mémoire de votre calculatrice qui est symbolisé par une lettre de l'alphabet (au-dessus de chaque touche). Pour une utilisation ultérieure, il suffira de taper la lettre, ainsi vos futures applications numériques pauprement ressembler à $\frac{A \times B}{C} - D$ ce qui est plus rapide à taper et le résultat sera plus précis.

Pour les Casio : il s'agit d'utiliser la touche qui ressemble à une flèche orientée vers la droite (elle est généralement située au-dessus de la touche ON). Vous tapez votre application numérique + EXE + la flèche + choisir une lettre pour la stocker. Ainsi dans cette la mémoire de cette lettre, il y a aura la valeur exacte de votre application numérique.

Pour les TI : il s'agit de la touche « STO » (qui est généralement situé en bas à gauche de votre calculatrice). Vous tapez votre application numérique + EXE + « STO » + choisir une lettre pour la stocker. Ainsi dans cette la mémoire de cette lettre, il y a aura la valeur exacte de votre application numérique.

● Chapitre 1. Caractéristiques des ondes

Propagation d'une onde progressive

Définition

Le phénomène de propagation d'une perturbation dans un milieu sans transport de matière mais avec transport d'énergie est appelé onde progressive (le terme progressif qualifie le fait que la propagation se fait de proche en proche car il existe un autre type d'onde tel les ondes stationnaires). *Il existe 2 types d'ondes mécaniques :*

1. **les ondes transversales (ondes de cisaillement)** quand la direction de la déformation est *perpendiculaire* à celle de la propagation (la houle, les ondes sismiques *S*, une onde sur une corde...) : schéma n° 1 ;
2. **les ondes longitudinales (ondes de compression-dilatation)** quand la direction de la déformation est *parallèle* à celle de la propagation (les ondes sonores, les ondes sismiques *P*, la déformation qui se propage le long d'un ressort...) : schéma n° 2.

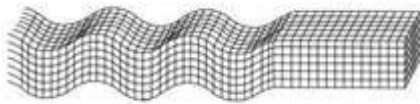


Schéma n° 1

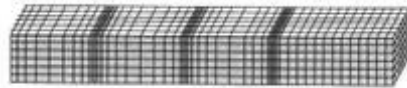


Schéma n° 2

Certaines ondes ont besoin d'un milieu matériel pour se propager : ce sont les ondes mécaniques.

Les ondes électromagnétiques (les IR, rayons X) ne sont pas mécaniques car elles se propagent dans le vide en effet elles ne déforment pas la matière qu'elles traversent mais des champs électrique et magnétique.

Célérité

La valeur de « la vitesse de propagation » v , ou célérité d'une onde est le rapport de la distance d qu'elle parcourt par la durée Δt mise pour parcourir cette distance soit :

$$v = \frac{d}{\Delta t}$$

v s'exprime en m/s

d s'exprime en m

Δt s'exprime en s

Remarque : le terme « célérité » est préférable car il n'y a pas de transport de matière mais transport d'énergie. Le terme vitesse est associé à un déplacement de matière.

Retard

La perturbation observée au point A arrivé au point B avec un retard τ . Il correspond à la durée mise par l'onde pour se propager de A vers B :

$$\tau = \frac{AB}{v}$$

Dans le cas des ondes mécaniques, un point est repéré par son élongation c'est-à-dire sa position par rapport à sa position de repos.

Propriétés

- ✓ Les ondes se propagent dans toutes les directions qui lui sont offertes (1 dimension : une onde sur une corde, 2 dimension : les vagues à la surface de l'eau, 3 dimension : le son dans l'air).
- ✓ 2 ondes peuvent se croiser sans se perturber car elles se superposent.
- ✓ La célérité d'une onde dépend du milieu de propagation ainsi plus le milieu est dense plus la célérité sera importante (célérité du son dans l'eau est 1 500 m/s tandis que dans l'air elle est de 340 m/s).

Onde progressive périodique

- ✓ **Une période temporelle T** , appelée période qui correspond à la plus petite durée séparant 2 points dans le même état vibratoire. Autre définition : temps nécessaire pour parcourir une longueur d'onde.
- ✓ **Une période spatiale λ** , appelée longueur d'onde qui correspond à la plus petite distance séparant 2 points dans le même état vibratoire (ou distance parcourue pendant une période) :

$$\lambda = v.T \qquad f = \frac{1}{T}$$

La fréquence d'une onde est caractéristique de cette onde. Elle ne change pas avec le milieu de propagation. La longueur d'onde varie si la célérité change. Les milieux où la célérité dépend de la fréquence de l'onde sont dit dispersifs (comme un prisme).

Dans le cas d'une onde lumineuse sinusoïdale (lumière monochromatique), la couleur est associée à sa longueur d'onde dans le vide. La couleur ne dépend que de la fréquence de l'onde or celle-ci est imposée par la source et invariante avec le milieu donc la couleur ne varie pas avec le milieu de propagation.

Par contre la célérité de la lumière dans un milieu quelconque dépend du milieu traverse :

$$n = \frac{c}{v} = \frac{\lambda_{vide} \times f}{\lambda_{milieu} \times f} = \frac{\lambda_{vide}}{\lambda_{milieu}} \leftrightarrow \lambda_{milieu} = \frac{\lambda_{vide}}{n}$$

Donc la longueur d'onde varie avec le milieu de propagation. Pour les ondes lumineuses, la fréquence est souvent notée par la lettre nue ν et non f .

Ondes sonores

Définition

C'est un phénomène périodique qui se propage par une suite de compressions et de dilatations du milieu de propagation. Elle nécessite un support matériel et ne se propage donc pas dans le vide : c'est une onde mécanique progressive.

Le domaine des fréquences audibles va de 20 Hz à 20 KHz.

Inférieur à 20 Hz on parle d'infrasons et au-delà de 20 KHz on parle d'ultrasons.

Les fréquences faibles correspondent aux sons graves tandis que les hautes fréquences sont des sons aigus.

Spectre

Si le signal est parfaitement sinusoïdal (provenant d'un diapason) : on dit que le son est pur.

Au contraire on parle de son complexe.

Pour comprendre la constitution d'un son complexe on réalise une analyse spectrale du signal.

Le spectre en fréquence d'un son est la représentation graphique de l'amplitude de ses composantes sinusoïdales en fonction de la fréquence.

Deux caractéristiques d'un son : hauteur et timbre

- ✓ **La hauteur** d'un son est la fréquence de son fondamental.
- ✓ **Le timbre** d'un son est le nombre et l'amplitude des harmoniques.

Les harmoniques sont des signaux sinusoïdaux de fréquences $f_n = n.f$

Le nombre « n » est un entier positif qui détermine le rang de l'harmonique.

Dans le spectre de fréquence d'un son, on peut ne pas avoir toutes les harmoniques successives. On peut par exemple avoir l'harmonique de rang 2, 5 et 7.

Différence entre un son et un bruit : un son aura des harmonies régulières c'est-à-dire respectant la formule $f_n = n.f$ tandis qu'un bruit il n'y aura pas harmonies régulières.

Si les fréquences de 2 sons musicaux sont différentes alors ils sont perçus à des hauteurs différentes.

2 sons de même hauteur, émis par 2 instruments différents, ne sont pas perçus de la même manière, car les harmoniques sont différentes.

Intensité sonore et niveau sonore

L'intensité sonore I (en W.m^{-2}) est l'énergie transportée par une onde sonore par unité de temps et de surface. Le niveau d'intensité sonore L (en décibel dB) est défini par la relation suivante :

$$L = 10 \log \frac{I}{I_0} \quad \text{et} \quad I = I_0 \times 10^{L/10}$$

Avec $I_0 = 1,0 \cdot 10^{-12} \text{ W.m}^{-2}$ c'est l'intensité minimale que l'oreille peut percevoir. Ce seuil d'audition correspond à un niveau de 0 dB.