

**CHAPITRE VI**  
**DETERMINATION D'UN CORRECTEUR PID**  
**POUR UN SYSTEME APERIODIQUE DE CLASSE 0**

1. Principe de réglage du correcteur .....	135
2. Application au système $F(p) = \frac{y}{u} = \frac{K_0}{(1 + \tau_1 \cdot p)(1 + \tau_2 \cdot p)^2}$ .....	140
3. PID pour un système apériodique du second ordre .....	156
4. Application au système $F(p) = \frac{y}{u} = \frac{K_0(1 + \tau_n \cdot p)}{(1 + \tau_1 \cdot p)(1 + \tau_2 \cdot p)^3}$ .....	157
5. Correcteur PI2D pour un système de classe 0 .....	165
6. Résumé des réglages .....	171

**CHAPITRE VII**  
**DETERMINATION D'UN CORRECTEUR PID**  
**POUR UN SYSTEME APERIODIQUE DE CLASSE 1**

1. Principe de réglage du correcteur .....	175
2. Application au système $F(p) = \frac{y}{u} = \frac{K_1}{p \cdot (1 + \tau_1 \cdot p)(1 + \tau_2 \cdot p)}$ .....	177
3. Application au système $F(p) = \frac{y}{u} = \frac{K_1 \cdot (1 + \tau_n \cdot p)}{p \cdot (1 + \tau_1 \cdot p)(1 + \tau_2 \cdot p)^2}$ .....	183
4. Résumé des réglages .....	187

**CHAPITRE VIII**  
**MISE EN OEUVRE DE LA COMMANDE PID PAR UN MICROCONTROLEUR**

1. Structure matérielle et logicielle utilisée .....	188
2. Asservissement de vitesse et de position .....	204
3. Régulation de température .....	218

**ANNEXES**

1. Equation différentielle du premier ordre .....	228
2. Equation différentielle du second ordre .....	242
3. Coefficients des éléments simples des fractions rationnelles .....	258

# CHAPITRE I

## PRINCIPES DE LA REGULATION PID

*On présente le principe de la régulation. La justification qualitative du choix des effets P I et D et la nécessité d'identifier et de modéliser les systèmes pour obtenir une « bonne » commande.*

*Les notions mathématiques pré-requises pour ce chapitre sont rappelées en annexe.*

### 1. LA REGULATION

#### 1.1 Le besoin de réguler à partir d'un exemple

A partir d'un exemple simple on comprend facilement le besoin de réguler. Imaginons-nous dans un local muni d'un radiateur électrique dont on peut commander la puissance. Physiologiquement nous disposons d'un capteur de température qui nous permet de « mesurer » la température du local. Nous allons aussi naturellement définir une température souhaitée qui correspond à notre meilleur confort. La comparaison de la température ressentie (donc mesurée) avec la température souhaitée va nous conduire à agir sur la puissance dissipée dans le local par le radiateur. Si la température mesurée est inférieure à la température souhaitée on augmente la puissance et inversement on la diminue quand la température mesurée est supérieure à la température souhaitée afin d'obtenir une température mesurée proche de la température souhaitée. Ce mode de commande du radiateur correspond à une régulation de la température.

La température souhaitée est un signal cérébral qui n'existe que dans le cerveau du régulateur (le « gérant » de la régulation). La mesure de la température est un signal issu des capteurs physiologiques de température. L'écart est la différence entre la température souhaitée et la température mesurée. Ce signal permet au régulateur de prendre une décision sur le choix de la puissance nécessaire dans le local afin de tendre vers le but de la régulation : assurer que la température mesurée se rapproche de la température souhaitée c'est-à-dire que l'écart entre la consigne et la mesure tende vers 0 en régime permanent.

#### 1.2 La représentation schématique des systèmes

Une mesure (notée  $y$ ) est un signal de « sortie » du système que l'on ne peut qu'observer, telle que la température du local. Une commande (notée  $u$ ) est un signal « d'entrée » dont on peut imposer la valeur telle que la puissance de chauffage du local.

Pour la commande des systèmes on n'a pas besoin de connaître la structure interne du système mais seulement le lien  $y = f(u)$  qui existe entre la commande et le signal mesuré. On représente schématiquement un système par la figure 1.

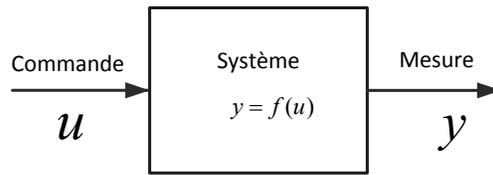


figure 1

Pour la régulation on a besoin de déterminer l'écart (noté  $\varepsilon$ ) entre la consigne (notée  $y_d$ ) et la mesure (notée  $y$ ), on a bien sûr  $\varepsilon = y_d - y$  que l'on représente graphiquement par la figure 2. On nomme ce symbole « comparateur » (c'est un soustracteur).

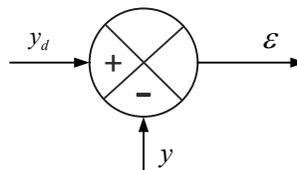


figure 2

Le système de régulation de température est alors schématisé par la figure 3.

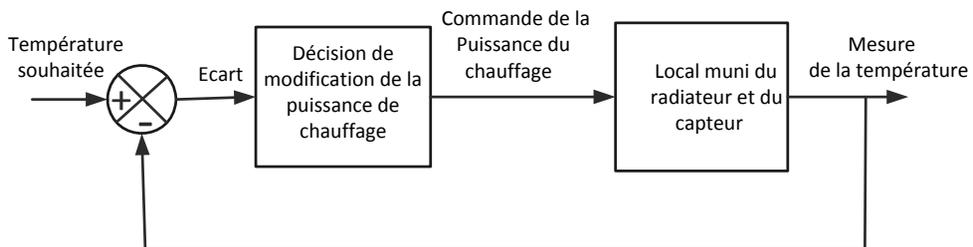


figure 3

### 1.3 Structure de commande en boucle fermée

De manière plus générale, on dispose de systèmes sur lesquels on peut agir par l'action sur un ou des paramètres commandables selon notre volonté. Ces signaux sont nommés « commandes ». Et il existe des paramètres que l'on ne peut qu'observer (ou mesurer), les « mesures ». Bien souvent ce sont ces paramètres qui nous importent.

La valeur désirée pour la mesure est nommée « consigne ». Comment obtenir que la mesure se rapproche d'une valeur désirée ? On ne peut pas agir directement sur la mesure mais seulement indirectement en commandant un signal nommé « commande ». Pour espérer obtenir que la mesure se rapproche de la consigne il faut qu'il existe une relation entre la commande et la mesure et on considérera qu'un accroissement de la commande conduit à plus ou moins long terme à un accroissement de la mesure. (Si cela n'est pas le cas, il suffit de considérer comme nouveau signal de commande l'opposé du signal de commande initial).

Un système régulé est représenté par la figure 4 dite « commande en boucle fermée ». La « boucle » est constituée par le signal de mesure qui apparaît comme une sortie du système et sert pour élaborer la commande qui est une entrée.

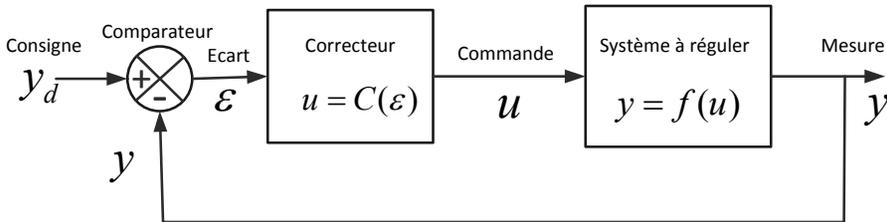


figure 4

Le comparateur réalise la fonction :  $\varepsilon = y_d - y$

Le correcteur élabore la commande à partir de l'écart :  $u = C(\varepsilon)$

Le système à réguler est aussi nommé « système en boucle ouverte » et il existe une relation  $y = f(u)$  entre la mesure  $y$  et la commande  $u$ .

Le système mis en pointillé sur la figure 5 dont l'entrée est  $y_d$  et dont la sortie est  $y$  et qui assure la relation  $y = h(y_d)$  est nommé « système en boucle fermée ».

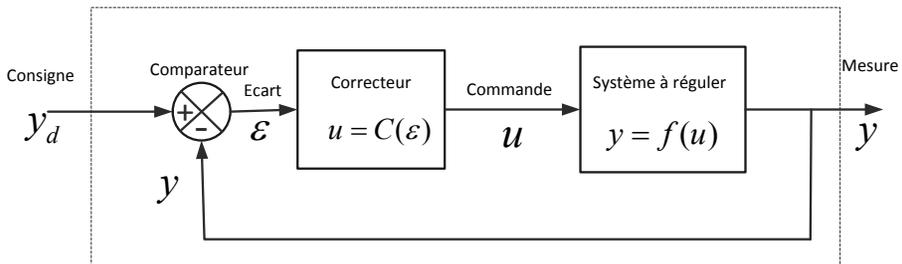


figure 5

## 1.4 Le problème du réglage du correcteur

Idéalement on souhaite que le système en boucle fermée  $y = h(y_d)$  réalise la fonction  $y = y_d$ . L'obtention de  $y = y_d$  n'est pas possible car le signal de consigne peut varier instantanément (il n'existe que dans le cerveau du régulateur) mais le signal mesuré qui est l'image d'un paramètre physique (par exemple la température) ne peut pas varier instantanément. On pourra obtenir  $y = y_d$  en régime permanent (quand les signaux sont constants) mais pas en régime transitoire (quand les signaux varient).

Le problème à résoudre est le « réglage » du correcteur, cela consiste à déterminer la loi de commande  $u = C(\varepsilon)$  compte tenu du système caractérisé par la relation  $y = f(u)$  pour que le système bouclé possède la relation  $y = h(y_d)$  la plus proche possible de  $y = y_d$ . Ce problème peut être résolu dans certains cas si on peut modéliser de façon réaliste la relation  $y = f(u)$ . On va expliciter ce problème à partir d'un deuxième exemple.

## 1.5 Deuxième exemple : régulation de vitesse d'une automobile par son conducteur : la nécessité de l'identification

Le conducteur d'une automobile réalise une régulation de vitesse en mesurant la vitesse,  $V$  exprimée en  $km/h$  via le tachymètre (ce qu'on nomme souvent le « compteur ») et en agissant sur la position,  $h$  exprimé en  $cm$  de la pédale de l'accélérateur mesurée à partir de la position de repos. Pour simplifier on envisage le cas où cette pédale commande également le freinage. Ainsi si la commande  $h$  augmente alors la vitesse  $V$  va aussi augmenter et si on diminue  $h$  (éventuellement  $h$  devient négatif) cela provoque un freinage et la vitesse va diminuer. La consigne maximale est imposée par le code de la route. Imaginons un conducteur qui sort d'une agglomération où il se déplaçait à la vitesse constante  $V = V_0$  conformément à sa consigne  $V_0 = V_{d0} = 50 km/h$ . Il souhaite alors brutalement atteindre la vitesse de consigne  $V_{d1} = 90 km/h$ . Il souhaite obtenir le plus rapidement possible et sans danger cette vitesse  $V = V_{d1}$  en régime permanent (c'est à dire quand la vitesse est devenue constante). Le signal de consigne  $V_d$  qui passe brutalement de  $V_{d0}$  à  $V_{d1}$  et ainsi varie de  $\Delta V_d = V_{d1} - V_{d0}$  est nommé échelon d'amplitude  $\Delta V_d$ , il est représenté sur la figure 6.

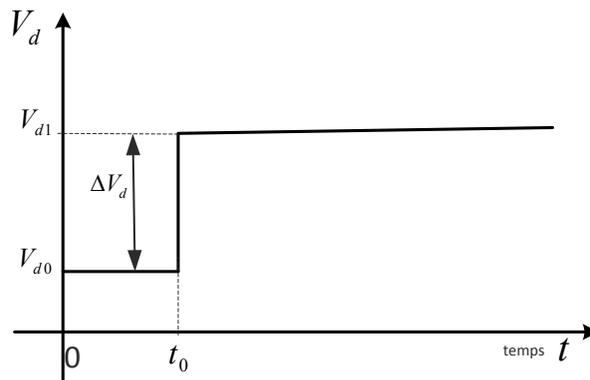


figure 6

Cherchons comment le conducteur actionne la commande  $h$  et comment va évoluer la vitesse  $V$  du véhicule.

Initialement  $V = V_0$  et  $h = h_0$  sont constants et l'écart est nul  $\varepsilon = V_{d0} - V_0 = 0$ .

Juste après l'instant  $t_0$ , l'écart devient grand et positif,  $\varepsilon = V_{d1} - V_0 > 0$  car la consigne vient de varier brutalement mais la vitesse du véhicule ne varie pas instantanément. Le conducteur va agir selon son tempérament :

- Le conducteur impétueux va augmenter au maximum la commande  $h$
- Le conducteur prudent va augmenter légèrement la commande  $h$

Selon la puissance et la masse du véhicule (donc le type de véhicule, « sportif » ou « poussif ») l'accélération va être plus ou moins grande.

Ainsi on a deux cas extrêmes.

Le conducteur impétueux avec un véhicule sportif : l'accélération est très forte, la vitesse augmente rapidement et sans doute va dépasser la consigne souhaitée à cause de l'inertie du véhicule. Alors le conducteur va freiner brutalement (quand l'écart est devenu négatif) et la décélération sera très forte la vitesse peut osciller sans cesse au-dessus ou au-

dessous de la consigne ou, on espère se stabiliser après quelques oscillations. Cette commande, par exemple obtenue figure 7 n'est pas satisfaisante. La mesure présente des oscillations souvent inacceptables et parfois ces oscillations ne s'atténuent pas. Le système en boucle fermée est un oscillateur, il n'y a pas de régime permanent. On dit que le système « pompe », il est instable. La première des qualités à obtenir pour un système bouclé est qu'il ne soit pas instable !

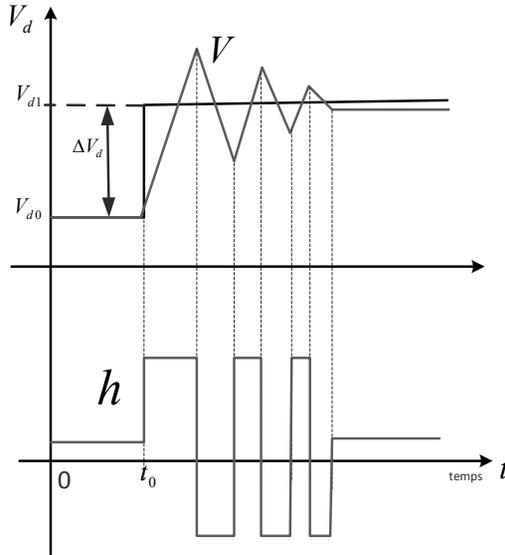


figure 7

A l'inverse le conducteur prudent avec un véhicule poussif va obtenir une accélération très faible, la vitesse augmente lentement, à mesure que l'écart diminue lentement le conducteur diminue la commande et après un temps qui peut être long la vitesse est stabilisé. Cette commande présentée figure 8 n'est pas satisfaisante du fait du temps de réponse très long pour atteindre le régime permanent.

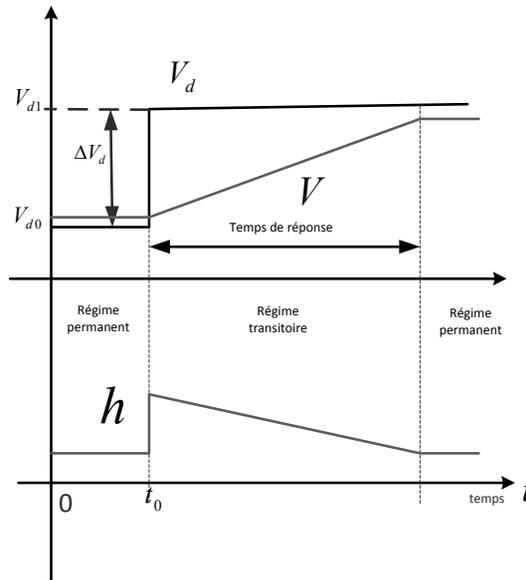


figure 8

Néanmoins on retient que l'action intuitive qui consiste à effectuer une commande  $h$  proportionnelle à l'écart  $\varepsilon$  (de type  $h = A.\varepsilon$ ) permet de tendre vers le fonctionnement souhaité. On retient aussi que la loi de commande ici  $h = C(\varepsilon)$  dépend grandement du système à réguler, donc ici de la relation  $V = f(h)$

Cet essai qui consiste à observer l'évolution en régime transitoire (donc entre deux régimes permanents) de la sortie d'un système quand l'entrée est un échelon est nommé essai à l'échelon (ou essai indiciel). Un essai indiciel permet de caractériser le temps de réponse du système et aussi son gain qui est le rapport entre la sortie et l'entrée. Une petite commande a-t-elle un petit ou un grand effet. Ici la gain du véhicule serait  $G = \frac{\Delta V}{\Delta h}$

exprimé en  $(km/h)/cm$ . Lors d'un essai en boucle ouverte on place un signal en échelon directement sur la commande et on observe la sortie. Un véhicule « sportif » aura a priori un grand gain car la vitesse maximale est élevée et obtenue rapidement lors d'une action sur la commande d'accélérateur, et le temps de réponse sera court. Par contre, un véhicule « poussif » a un faible gain et un temps de réponse long car la vitesse maximale est plus faible et obtenue plus lentement lors de la même action sur la commande d'accélérateur.

Il convient donc pour bien commander le véhicule d'abord **d'identifier** la relation  $V = f(h)$  caractéristique du véhicule. Et on voit que les deux paramètres essentiels à connaître sont le gain  $G = \frac{\Delta V}{\Delta h}$  et le temps de réponse. Ces deux paramètres pourront être obtenus expérimentalement à partir d'un essai à l'échelon en boucle ouverte.

## 1.6 Le problème de l'instabilité en boucle fermée

Pour illustrer ce problème on étudie un troisième exemple. On souhaite réguler la température,  $\theta$ , d'un fluide (de l'eau) à la sortie d'une canalisation. La température de l'eau est commandée par un robinet thermostatique. On peut donc imposer directement la température de l'eau,  $\theta_k$  à la sortie du robinet. Mais la canalisation entre le robinet et l'utilisation est longue et il existe un retard de 5 s pour que l'eau effectue le trajet dans la canalisation. On va imaginer une commande proportionnelle, la commande,  $\theta_k$  de la température est égale à l'écart et observer l'évolution des signaux lors d'une variation de la température souhaitée  $\theta_d$ , soit  $\theta_k = \varepsilon = \theta_d - \theta$ . Le système est conforme à la figure 9.

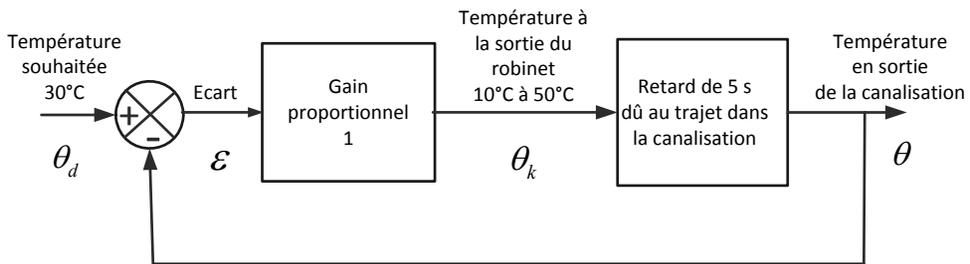


figure 9

L'évolution des signaux lorsque la température souhaitée passe de 10°C à 30°C est donnée figure 10. On distingue plusieurs phases de fonctionnement.

Initialement, on a la phase 0, la température en sortie est de 10°C et la consigne de 10°C, l'écart est nul, donc la commande est nulle c'est-à-dire que le robinet fournit de l'eau à la température minimale possible donc 10°C.

À l'instant  $t_0$  commence la phase 1. La consigne  $\theta_d$  passe à 30°C mais l'eau en sortie de la canalisation est encore à 10°C et y restera pendant au moins 5s, ainsi on a  $\theta_k = \varepsilon = \theta_d - \theta = 30 - 10 = 20^\circ\text{C}$ , l'eau sortant du robinet est à 20°C et commence le transit dans la canalisation. La phase 1 dure tant que l'eau en sortie de la canalisation ne change pas soit donc pendant 5s.

À l'instant  $t_0 + 5s$  l'eau chauffée à 20°C arrive à la sortie de la canalisation, la phase 2 commence. La consigne est  $\theta_d = 30^\circ\text{C}$ , l'eau en sortie de la canalisation est à 20°C, ainsi on a  $\theta_k = \varepsilon = \theta_d - \theta = 30 - 20 = 10^\circ\text{C}$ , donc l'eau à la sortie du robinet est à 10°C. La phase 2 dure tant que l'eau en sortie de la canalisation ne change pas soit donc pendant 5s.

À l'instant  $t_0 + 10s$  l'eau à 10°C arrive à la sortie de la canalisation, la phase 3 commence. La consigne est  $\theta_d = 30^\circ\text{C}$ , l'eau en sortie de la canalisation est à 10°C, ainsi on a  $\theta_k = \varepsilon = \theta_d - \theta = 30 - 10 = 20^\circ\text{C}$ . On retrouve les mêmes conditions que lors de la phase 1. La phase 3 dure tant que l'eau en sortie de la canalisation ne change pas soit donc pendant 5s.

On observe alors que la température de l'eau en sortie de la canalisation n'aura jamais la température souhaitée mais oscille de 10°C à 20°C avec une période de 10s. Le système bouclé est instable. La commande proportionnelle ne convient pas pour ce système.