

Table des matières

HEC 2007

9

ex 1 : Étude de la convergence de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ telle que $u_n = \int_0^1 \frac{e^{-nx}}{1+e^{-x}} dx$.

ex 2 : Suites et séries de matrices. On définit, et on étudie, ce qui est appelé exponentielle d'une matrice, dans quelques cas particuliers.

ex 3 : Étude, dans une série de *Pile* ou *Face*, de l'apparition de deux *Pile*, ou de deux *Face* consécutifs.

ex 4 : Loi du sup de n variables à densité ayant même loi.

ECRICOME 2007

26

ex 1 : Étude de la fonction $f(x) = x + 1 + \frac{x-1+\ln x}{x^2}$.

ex 2 : Étude de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ telle que $u_0 = 1$ et $u_1 = 1$, $u_{n+2} = 5u_{n+1} - 6u_n$ à l'aide d'un calcul matriciel.

ex 3 : Temps d'attente en caisse suivant une loi à densité.

ESC 2007

38

ex 1 : Calcul matriciel.

ex 2 : Étude d'une équation et d'une fonction de répartition.

ex 3 : Étude de deux variables aléatoires discrètes définies à partir du tirage de deux jetons numérotés dans un sac.

HEC 2006

50

ex 1 : Chaîne de Markov et location de voitures.

ex 2 : Étude de la convergence de diverses suites $(I_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définies par des intégrales du type $I_n = \int_0^1 x^n f(x) dx$.

ex 3 : Étude d'une variable aléatoire à densité.

ECRICOME 2006

66

ex 1 : Étude des suites $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définies par $u_0 = 1$ et $v_0 = 1$, et les relations

$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{2}v_n \\ v_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + \frac{1}{2}v_n \end{cases} \text{ par deux moyens distincts.}$$

ex 2 : Étude de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_0 = \frac{3}{2}$, et la relation $u_{n+1} = f(u_n)$, où $f(x) = (x+1)^2 e^{-x}$.

ex 3 : Étude de la variable aléatoire égale au nombre de tirages nécessaires pour voir pour la première fois toutes les boules d'une urne.

ESC 2006

79

ex 1 : Calcul matriciel.

ex 2 : Loi de Benford (loi de la distribution du premier chiffre de certaines séries statistiques).

ex 3 : Boules et urnes.

HEC 2005 **92**

ex 1 : Quelques propriétés de la loi binomiale

ex 2 : Mathématiques financières. Quelques propriétés mathématiques de la valeur actualisée nette d'un projet d'investissement et du taux de rentabilité interne de ce projet.

ESSEC 2005 **107**

ex 1 : Calcul matriciel.

ex 2 : Résolution approchée d'une équation numérique par la construction d'une suite.

ex 3 : Des boules et des urnes.

ECRICOME 2005 **120**

ex 1 : Étude d'une fonction, et d'une suite définie à l'aide de celle-ci.

ex 2 : Calcul d'une puissance $n - i^{\text{ème}}$ de matrices, et problèmes connexes de suites.

ex 3 : Probabilités discrètes et continues autour d'une enquête de consommation.

ESC 2005 **133**

ex 1 : Une chaîne de Markov construite à l'aide de tirages de jetons dans deux urnes.

ex 2 : Calcul intégral autour des notions de densité de probabilité et de fonction de répartition.

ex 3 : Une formule permettant le calcul de l'espérance d'une variable aléatoire dont l'image est contenue dans $[[0, n]]$.

HEC 2004 **146**

ex 1 : Coût de production.

ex 2 : *Paradoxe de Walter Penney; dans une succession de jets d'une pièce de monnaie équilibrée, les temps d'attente des configurations «pile, pile, face » et «face,pile, pile » suivent la même loi alors qu'il est plus avantageux de parier sur l'apparition, en premier, de la configuration «pile, pile, face », que de la configuration «face,pile, pile ».*

ESSEC 2004 **159**

ex 1 : Étude de l'évolution dans le temps du nombre d'abonnés d'une population à un service. Utilisation de suites et de calcul matriciel.

ex 2 : Analyse et probabilités. Étude d'une variable aléatoire à densité.

ECRICOME 2004 **174**

ex 1 : Étude de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par : $u_0 = 0$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = f(u_n)$, avec $f(x) = e^{-x} \ln(1 + e^x)$.

ex 2 : Étude des suites $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définies par : $u_0 = 1, v_0 = 0$, et les relations

de récurrence :
$$\begin{cases} u_{n+1} = -\frac{1}{4}u_n - \frac{1}{2}v_n - \frac{3}{4} \\ v_{n+1} = u_n + \frac{5}{4}v_n - \frac{3}{4} \end{cases} \text{ par une méthode matricielle.}$$

ex 3 : Livraison de colis. Probabilités diverses.

ESC 2004

185

ex 1 : Expression, en fonction de n , de A^n , où $A = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -5 & 6 & 3 \\ -3 & 4 & 3 \\ -3 & 6 & 1 \end{pmatrix}$. Application

à l'étude des suites (x_n) , (y_n) et (z_n) définies par $x_0 = 1$, $y_0 = 1$ et $z_0 = 0$ et les

$$\text{relations: } \begin{cases} x_{n+1} = -\frac{5}{2}x_n + 3y_n + \frac{3}{2}z_n - 3 \\ y_{n+1} = -\frac{3}{2}x_n + 2y_n + \frac{3}{2}z_n - 1 \\ z_{n+1} = -\frac{3}{2}x_n + 3y_n + \frac{1}{2}z_n - 3 \end{cases} .$$

ex 2 : Étude d'une variable aléatoire à densité.

ex 3 : Probabilités discrètes. Étude d'une loi géométrique tronquée.

HEC 2003

197

ex 1 : Algèbre linéaire. "Joint de Culasse de Sierpinsky".

ex 2 : Probabilités. Étude de la rentabilité du « surbooking » pour une compagnie aérienne.

ESSEC 2003

209

ex 1 : Sommes et intégrales. Utilisation de la "méthode des rectangles" pour l'obtention d'un encadrement d'une suite, et la détermination de sa limite.

ex 2 : Étude, de deux manières différentes, des suites $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$, $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$, $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définies par $u_0 = 5$, $v_0 = 3$ et $w_0 = 1$, et les relations de récurrence

$$\begin{cases} u_{n+1} = u_n + 4v_n \\ v_{n+1} = 4u_n + v_n \\ w_{n+1} = v_n + w_n \end{cases}$$

ex 3 : Étude probabiliste de deux stratégies de mise en place d'un test de détection d'un défaut dans une production de pièces mécaniques.

ECRICOME 2003

224

ex 1 : Étude de la suite (u_n) définie par $u_0 = 0$, et $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = f(u_n)$, où $f(x) = x + 2 - 2 \ln(e^x + 1)$.

ex 2 : Une chaîne de Markov. Parcours aléatoire d'un point lumineux.

ex 3 : Probabilités discrètes diverses. Des boules et des urnes.

ESC 2003

238

ex 1 : Une chaîne de Markov au club de vacances " Les Flots Bleus ".

ex 2 : Probabilités discrètes diverses. Des boules et des urnes.

ex 3 : Résolution approchée de l'équation $f(x) = x$, où $f(0) = 0$, et $f(x) = \frac{x^2}{e^x - 1}$ pour $x > 0$, au moyen de la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = f(u_n)$.

HEC 2002**257**

ex 1 : Un contre-exemple en probabilités. Deux variables aléatoires discrètes de covariance nulle peuvent ne pas être indépendantes.

ex 2 : Probabilités discrètes et continues. Durée de vie d'un composant électronique.

ESSEC 2002**272**

ex 1 : Mathématiques financières. Comparaison de placements.

ex 2 : Étude d'une marche aléatoire. Chaîne de Markov.

ECRICOME 2002**283**

ex 1 : Étude de la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{x^2 - x + 1}$ et de la suite (u_n) définie par $u_0 = 1/2$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = f(u_n)$.

ex 2 : Étude des suites (u_n) , (v_n) et (w_n) définies par
$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ v_0 = 0 \\ w_0 = 1 \end{cases} \text{ et } \forall n \in \mathbb{N},$$

$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{u_n + 2w_n}{4} \\ v_{n+1} = \frac{u_n + 2v_n}{2} \\ w_{n+1} = \frac{u_n + 2w_n}{4} \end{cases} \text{ par le calcul des puissances de la matrice } M = \begin{pmatrix} 1/4 & 0 & 1/2 \\ 1/2 & 1 & 0 \\ 1/4 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}.$$

ex 3 : Évolution de la floraison d'un stock de plantes. Une chaîne de Markov à deux états.

ESC 2002**295**

ex 1 : Calcul matriciel autour de la matrice $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$.

ex 2 : Étude de la fonction f définie par $f(x) = x + 1 + 2\frac{\ln x}{x}$ et de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$

définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = g(u_n)$ où $g(x) = e^{-\frac{1}{2}x}$.

ex 3 : Probabilités. Des boules et des urnes.

ECRICOME 2001**310**

ex 1 : Fonction, équations, suites.

ex 2 : Calcul matriciel et suites.

ex 3 : Lois binomiales, et approximation par une loi normale, loi exponentielle.