

Introduction

IMPORTANCE DE LA RELATIVITÉ

L'importance pratique, scientifique et philosophique de la relativité fait que de nombreuses personnes ressentent une certaine envie de l'étudier mais ils s'aperçoivent que les ouvrages qui présentent cette théorie sont trop difficiles pour l'aborder. D'autres livres, au contraire, ne donnent qu'un aperçu descriptif sans faire appel à la moindre formule mathématique, voilant partiellement ainsi la nature fondamentale de la relativité.

DE LA THÉORIE AUX APPLICATIONS PRATIQUES

Or, le niveau mathématique nécessaire pour maîtriser les formules de base de la relativité restreinte ne dépasse pas les notions élémentaires d'algèbre et de dérivation des fonctions. Les étudiants qui seront amenés à faire des études scientifiques supérieures en physique devront apprendre un minimum de relativité restreinte. Mais, faute de temps, cette théorie sera souvent enseignée sans raconter l'historique des idées qui ont conduit à cette révolution scientifique, alors que c'est le cheminement intellectuel de la pensée des créateurs qui permet de mieux comprendre toute nouveauté. Nous avons donc consacré une partie de notre ouvrage à cet aspect pédagogique.

La relativité restreinte ayant conduit à repenser la théorie de la gravitation newtonienne, la suite logique aboutit à la relativité générale d'Einstein ou gravitation relativiste. Là également, l'historicité de la démarche s'impose pour en comprendre les raisons. Cette gravitation généralisée nécessite l'emploi des tenseurs. Aussi, l'essentiel de l'algèbre tensorielle nécessaire pour cette initiation est décrit dans cet ouvrage, permettant de comprendre la création des équations d'Einstein et leurs utilisations.

Les deux volets de la relativité, restreinte et générale, s'inscrivent dans les technologies actuelles. Lorsque les électrons de notre ancienne télévision cathodique venaient nous charmer de brillantes images, ils se déplaçaient à des vitesses atteignant le tiers de la vitesse de la lumière. Le contrôle précis de leur trajectoire jusqu'à l'écran nécessita la prise en compte des équations de la dynamique relativiste. La maîtrise des accélérateurs de particules demande également le recours à la théorie relativiste. Diverses applications médicales, directes ou indirectes, utilisent de tels accélérateurs. La microscopie électronique est également une retombée de la relativité restreinte.

La théorie de la relativité, restreinte et générale, est nécessaire pour faire fonctionner correctement le système de localisation GPS (*Global Positioning System*). Ce système est en effet basé sur la transmission, jusqu'à des antennes au sol, des émissions électromagnétiques envoyées par des horloges atomiques en orbite autour de la Terre. La synchronisation des horloges terrestres et spatiales nécessite le recours à la théorie de la relativité. D'une part, l'effet de la vitesse orbitale engendre un décalage relativiste entre les horloges au sol et dans l'espace. D'autre part, l'altitude des horloges fait que les différences du champ de gravitation engendrent des décalages horaires. Les deux effets, bien que minuscules, ne s'annulent pas et sont très importants par suite de la précision requise du chronométrage pour que le système fonctionne parfaitement. En ne tenant pas compte des effets calculés à partir de la théorie de la relativité, le GPS deviendrait inutilisable après quelques minutes. Ce système a, de nos jours, un nombre croissant d'utilisateurs : particuliers en voiture ou à pied, guidage d'avions et de bateaux, même le guidage de tracteurs aux USA, etc.

IMPLICATIONS DE LA RELATIVITÉ DANS LA PHYSIQUE

La relativité, restreinte et générale, n'est pas une théorie qui s'applique à une discipline distincte de la physique. C'est une théorie-cadre à laquelle toutes les théories particulières doivent satisfaire.

Dès 1904, Henri Poincaré avait énoncé un postulat à la base de cette nécessaire cohérence des lois de la physique :

Les lois des phénomènes physiques doivent être les mêmes, soit pour un observateur fixe, soit pour un observateur entraîné dans un mouvement de translation uniforme.

Einstein va généraliser ce postulat pour des systèmes de référence animés de mouvements quelconques, permettant n'importe quelles substitutions de variables dans les lois des phénomènes physiques :

Tous les systèmes de coordonnées de Gauss sont en principe équivalents pour la formulation des lois générales de la Nature.

Autrement dit, les lois de la physique doivent être *invariantes*, c'est-à-dire s'exprimer sous une même forme, quel que soit le système de référence auquel elles sont rapportées. C'est une contrainte considérable pour la recherche de nouvelles théories mais, en même temps, ce peut être une source d'indications précieuses pour éliminer des incohérences et trouver des solutions originales.

Les disciplines classiques : mécanique, thermodynamique, etc., ont été obligées de se généraliser pour répondre aux impératifs de la relativité. Cependant, ces généralisations vont concerner principalement les systèmes où des vitesses très grandes, de l'ordre de celle de la lumière, interviennent.

Mais le développement de la physique fondamentale, depuis la fin du XIX^e siècle, concerne essentiellement les phénomènes de l'infiniment petit, la physique quantique, et de l'infiniment grand, l'astrophysique et la cosmologie. Les avancées des recherches dans ces deux domaines ont montré que la théorie de la relativité était devenue une de leurs bases fondamentales.

Après les premiers fondements de la mécanique quantique par Louis de Broglie et Schrödinger, l'interprétation de nombreux phénomènes quantiques a

nécessité l'utilisation des données de la relativité restreinte, le premier pas étant réalisé par Paul Adrien Dirac. Puis l'électrodynamique quantique se développa, et enfin la théorie des champs quantiques.

Les observations astronomiques étaient essentiellement faites à l'aide de télescopes optiques jusque dans la première moitié du XX^e siècle. La gravitation de Newton permettait de rendre compte des trajectoires des objets célestes, mais de petites divergences restaient inexplicables. La première application de la relativité générale fut de permettre de calculer très exactement ces trajectoires.

Prévue par la relativité générale, la courbure des rayons lumineux sous l'influence des astres permit de comprendre les mirages gravitationnels, aboutissant même récemment à la découverte d'exoplanètes. La description des trous noirs est également l'une des belles applications de la relativité d'Einstein.

Mais la plus remarquable des utilisations de la relativité générale a été de fonder pour la première fois une cosmologie scientifique. Celle-ci constitue l'un des plus extraordinaires exploits de l'esprit humain pour essayer de comprendre l'Univers dans lequel il habite. La première résolution correcte des équations d'Einstein fut faite en 1922 par Alexandre Friedmann qui montra que l'Univers est en expansion. Dans son ouvrage [Lum1], Jean-Pierre Luminet souligne bien l'importance de ce résultat :

Dans la cosmologie pré-friedmannienne, le déroulement temporel de l'Univers était réduit à un cas très particulier, la staticité, c'est-à-dire l'absence de toute évolution. La cosmologie friedmannienne introduit de façon irréversible l'historicité de l'Univers comme espace-temps, et l'idée d'un commencement.

Par la suite, la cosmologie décrite par la relativité générale fut reprise par Georges Lemaître qui suggéra que l'Univers avait débuté par un « atome primitif » qui, au cours de son expansion, engendrait l'Univers que nous connaissons. L'idée d'un tel Big Bang originel fut ensuite finement modélisée grâce à la physique quantique.

SIMPLIFICATION DE CATÉGORIES PHILOSOPHIQUES FONDAMENTALES DE LA RÉALITÉ

Temps et espace — Le temps et l'espace ont été considérés, dans les philosophies occidentales, comme des entités séparées jusqu'à l'avènement de la relativité restreinte.

Le temps est une notion intuitive qu'il est bien difficile de rendre intelligible. Les plus grands penseurs se sont interrogés au cours des siècles sur la nature du temps. Dans ses *Confessions*, écrites au III^e siècle, Saint Augustin fait la remarque suivante :

Qu'est-ce donc que le temps ? Si personne ne me le demande, je le sais bien ; mais si on me le demande, et que j'entreprenne de l'expliquer, je trouve que je l'ignore.

Quelle définition peut-on en effet donner du temps avec seulement des mots ? Quoi qu'il en soit, pour le physicien, le temps se mesure à l'aide d'une horloge : c'est le *temps physique*. On peut dire que cette mesure constitue en quelque sorte la définition même du temps pour le physicien.

Quant à l'espace, c'est également une donnée première, moins impalpable que le temps, dont l'unité de mesure, le mètre, est parfaitement définie. Il semblait donc assez naturel que ces deux entités, le temps et l'espace, soient considérées comme ayant chacune leur identité propre indépendamment l'une de l'autre. Cependant, la relativité restreinte montre que le temps et l'espace ne forme qu'une seule catégorie de la réalité, écrite en général sous la forme : *l'espace-temps*. Il semble d'ailleurs plus normal de l'écrire sans trait d'union : *l'espacetemps*, ainsi que nous le ferons par la suite, pour montrer qu'il s'agit d'une seule et unique entité. C'est ce que Hermann Minkowski affirmera à Cologne en 1908 dans sa conférence restée célèbre :

Dorénavant, l'espace, considéré séparément, et le temps, considéré séparément, sont destinés à disparaître comme des ombres, et seule une sorte d'union des deux gardera une réalité indépendante.

Ainsi que l'a montré Henri Poincaré, un changement de référentiel inertiel, c'est-à-dire une translation rectiligne uniforme dans l'espace, se traduit par une *rotation* d'un angle, ayant la valeur d'un nombre imaginaire, dans l'espacetemps. *On change de l'espace en temps et du temps en espace.*

Masse et énergie — Avant la relativité restreinte, l'énergie et la matière étaient également décrites comme des entités parfaitement distinctes. D'une part, la matière était traditionnellement associée à la notion de *masse*, puisque cette dernière était considérée comme étant une certaine « quantité de matière ».

D'autre part, l'énergie était une entité immatérielle pouvant revêtir des formes très diverses : cinétique, potentielle, chimique, etc. Or, la relation $E = mc^2$ associe à toute masse m une certaine énergie E multipliée par le carré de la vitesse c de la lumière. Une particule de masse m peut se transformer en une quantité E immatérielle d'énergie, et réciproquement. Ainsi, par exemple, lors de la collision d'un électron avec un antiélectron, la particule et l'antiparticule disparaissent et il apparaît une certaine quantité d'énergie électromagnétique.

La masse est donc intimement associée à une quantité d'énergie. Il n'existe qu'une seule entité fondamentale qu'on peut appeler la *masse-énergie*.

Toute particule élémentaire isolée a une masse déterminée, immuable. C'est une propriété « génétique » pourrait-on dire. Même s'il est accéléré ou en relation dans un atome avec des protons, un électron reste un électron et sa masse est toujours la même. Par contre, il acquiert de l'énergie cinétique lorsqu'il est en mouvement, ou de l'énergie d'interaction lorsqu'il est proche d'un proton.

Si l'on appelle p l'impulsion d'une particule de masse m en mouvement, sans interaction, la relativité restreinte nous montre que l'énergie totale de la particule vérifie la relation : $E^2 = m^2c^4 + p^2c^2$. La particule acquiert une certaine énergie supplémentaire sans cesser d'être ce qu'elle est. Mais cette énergie cinétique p^2c^2 peut être transformée en masse. C'est effectivement ce qui est à l'oeuvre dans les accélérateurs de particules où l'énergie de mouvement des particules sert à créer de nouveaux corpuscules. L'énergie cinétique se transforme en particules. *Une propriété acquise se transforme en existence.*

Chapitre 1

LA RELATIVITÉ GALILÉENNE

La théorie de la relativité s'est constituée au cours des siècles en franchissant trois étapes successives. La première date du temps de Galilée, à la fin du XVI^e siècle et au début du XVII^e ; elle constitue la *relativité galiléenne* que nous étudions au cours de ce chapitre. La deuxième étape aboutit à la *relativité restreinte*, débutant vers la fin du XIX^e siècle et devenant une théorie structurée en 1905. La troisième est appelée la *relativité générale* et elle aboutit à sa mise en forme en 1915. Chaque étape utilise de nombreux résultats de la précédente ainsi qu'il en est pour la plupart des avancées scientifiques.

La théorie de la relativité est ainsi issue d'une longue suite d'expérimentations, d'hypothèses et de réflexions qui se sont peu à peu étoffées au fil des siècles. Une continuité des connaissances a toujours eu lieu à travers les siècles, chaque génération héritant des découvertes et des spéculations de ses prédécesseurs. De très nombreux savants ont participé à l'évolution de l'idée scientifique de relativité mais seuls quelques-uns sont généralement cités. En science, il faut cependant toujours se rappeler la remarque que fit Newton à propos des recherches de ses prédécesseurs dont il s'inspira :

Si j'ai vu plus loin, c'est parce que j'étais assis sur les épaules de géants.

1.1 PRINCIPE DE RELATIVITÉ GALILÉENNE

À la fin du XVI^e siècle, un moine dominicain italien, Giordano Bruno (1548-1600), met en évidence la relativité du mouvement dans un système en déplacement à vitesse uniforme. Galilée reprendra le même thème en le développant. On en déduit l'énoncé du principe fondamental de relativité galiléenne pour la mécanique classique.

1.1.1 Expérience sur un navire à voile

Giordano Bruno, en un sens quasi moderne, va préciser le concept de système mécanique, en opposition aux opinions philosophiques de ses contemporains. Bruno explique ses idées en prenant l'exemple de la pierre lâchée du haut du mât d'un navire. Si ce dernier est amarré au quai, donc immobile par rapport à celui-ci, la pierre aboutit évidemment au pied du mât.

Lorsque le navire se déplace en mer, avec une vitesse uniforme, en supposant l'absence d'autres mouvements tels que roulis ou tangage, à quel endroit la pierre lâchée du haut du mât va-t-elle tomber ?

Puisque le navire parcourt une certaine distance durant la chute de la pierre, le « simple bon sens » voudrait que le lieu de percussion soit éloigné du pied du mât d'une distance égale à celle parcourue par le navire. Cependant, comme l'affirme Bruno à partir de cet exemple fameux, dans son ouvrage *Dialoghi metafisici* :

La pierre jetée de la hune reviendra en bas du mât de quelque manière que le navire se meuve.

L'expérience montre en effet que la pierre tombe toujours au pied du mât. En haut du mât, la pierre suit le déplacement du navire et possède donc une certaine vitesse initiale horizontale, par rapport au quai, lorsqu'elle est lâchée. La composition des mouvements transversal et vertical permet à la pierre d'aboutir finalement au pied du mât. Pour les passagers embarqués sur le bateau, la pierre suit une trajectoire verticale. Par contre, pour un observateur présent sur le quai, le mouvement de la pierre n'est pas une ligne droite verticale.

Les réflexions scientifiques de Bruno seront interrompues précocement car cet esprit indépendant va défendre d'autres théories contraires à la doctrine de l'Église. Emprisonné par l'Inquisition en 1593, Bruno est brûlé vif sur un bûcher à Rome le 17 février 1600.

1.1.2 Le navire est-il immobile ou en mouvement ?

Plus prudent que Bruno, Galilée continuera ses réflexions sur le même thème, dans son *Dialogue* [Gal1]. Il reprend l'exemple de la chute de la pierre du haut du mât d'un navire en mouvement et y ajoute diverses expériences :

Enfermez-vous avec un ami dans la plus grande cabine sous le pont d'un grand navire et prenez avec vous des mouches, des papillons et d'autres petites bêtes qui volent ; munissez-vous aussi d'un grand récipient rempli d'eau avec de petits poissons ; accrochez aussi un petit seau dont l'eau coule goutte à goutte dans un autre vase à petite ouverture placé en dessous. Quand le navire est immobile, observez soigneusement comme les petites bêtes qui volent vont à la même vitesse dans toutes les directions de la cabine, on voit les poissons nager indifféremment de tous les côtés, les gouttes qui tombent entrent toujours dans le vase placé dessous. [...] faites aller le navire à la vitesse que vous voulez ; pourvu que le mouvement soit uniforme, sans balancement dans un sens ou l'autre, vous ne remarquerez pas le moindre changement dans tous les effets qu'on vient d'indiquer ; aucun ne vous permettra de vous rendre compte si le navire est en marche ou immobile.

1.1.3 Principe de relativité galiléenne

Les expériences décrites par Galilée sont observées par rapport à un *système de référence* constitué par la cabine du navire. De manière plus dépouillée, il suffit de considérer trois axes trirectangles, Ox , Oy , Oz , pour former un système de référence (Fig. 1.1) permettant d'indiquer la position de chaque point dans l'espace. Pour mesurer les variations de phénomènes en fonction du temps, on

adjoint au système de référence une horloge indiquant le temps t . Un système de référence est encore appelé un *référentiel*.

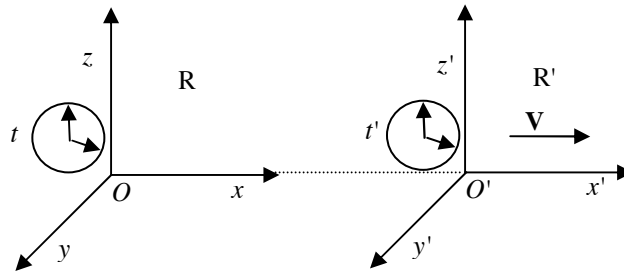


Figure 1.1

En relativité, nous aurons souvent à considérer deux référentiels en *translation uniforme* l'un par rapport à l'autre. Le terme translation est employé dans le sens de mouvement rectiligne et nous l'utiliserons par la suite avec cette signification. La translation d'un référentiel est dite uniforme lorsque sa vitesse est constante.

Nous noterons R un référentiel donné et R' un autre référentiel en translation uniforme, à la vitesse constante \mathbf{V} par rapport à R. Les axes trirectangles de R' sont notés $O'y'$, $O'z'$. Les axes Ox et $O'x'$ seront supposés confondus, sauf indication particulière. Le temps marqué par l'horloge liée à R est noté t , celui marqué par celle de R' est noté t' . On supposera toujours que le point origine O' passe au point O à l'instant $t = t' = 0$.

Énonçons alors la conclusion précédente relative aux expériences de Bruno et Galilée, puis reprise par la suite par Newton quelques décennies plus tard, en la mettant sous une forme moderne :

Il existe un nombre infini de systèmes de référence en mouvement relatif de translation uniforme les uns par rapport aux autres, dans lesquels les lois de la mécanique classique sont identiques.

C'est le principe de relativité dite *galiléenne*. Pour préciser mathématiquement ce principe, nous allons déterminer ce qu'on appelle la *transformation de Galilée*.

1.2 RELATIONS ENTRE LES RÉFÉRENTIELS GALILÉENS

La première loi de la mécanique de Newton est la *loi de l'inertie* qui stipule qu'un corps isolé, c'est-à-dire ne subissant aucune action qui viendrait provoquer ou gêner son mouvement, a une accélération nulle. Dans ce cas, ou bien il est immobile, ou bien il est animé d'un mouvement uniforme (à vitesse constante) rectiligne.

Les référentiels dont nous avons parlé précédemment (Fig. 1.1) sont supposés être en translation uniforme l'un par rapport à l'autre. Si la loi de l'inertie se trouve vérifiée dans ces référentiels, on dira qu'il s'agit de référentiels *galiléens*, ou *référentiels inertiels*. Nous utiliserons par la suite de tels référentiels.

1.2.1 La transformation de Galilée

Cherchons les relations entre les coordonnées de deux référentiels galiléens R et R' en mouvement l'un par rapport à l'autre à la vitesse \mathbf{V} , de module V . Reprenons le cas décrit par la figure 1.1 dont on suppose que les origines O et O' coïncident au temps $t = t' = 0$. Après un temps de déplacement du référentiel R' , par rapport à R , les points O et O' se trouvent à une distance Vt l'un de l'autre. Notons x une distance quelconque \overline{OM} sur l'axe Ox , et soit x' la distance $\overline{O'M}$. On a la relation :

$$\overline{OM} = \overline{OO'} + \overline{O'M} \quad (1.2.1)$$

soit :

$$x = Vt + x' \quad (1.2.2)$$

Le mouvement de translation des référentiels laisse inchangées les autres coordonnées, d'où les relations suivantes entre les coordonnées spatiales et le temps lors d'un déplacement des référentiels :

$$x' = x - Vt ; y' = y ; z' = z ; t' = t \quad (1.2.3)$$

Ces relations forment une transformation particulière de Galilée. Dans le cas d'un mouvement quelconque des référentiels l'un par rapport à l'autre, à vitesse constante \mathbf{V} , les rayons vecteurs \mathbf{r} et \mathbf{r}' d'un point M sont tels que :

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \mathbf{V}t ; t' = t \quad (1.2.4)$$

Les relations (1.2.4) forment ce qu'on appelle la *transformation de Galilée*.

Lorsqu'un corps est mobile par rapport au référentiel R' avec une vitesse $\mathbf{v}' = d\mathbf{r}'/dt'$, la vitesse \mathbf{v} de ce corps, par rapport au référentiel R , s'obtient en dérivant la première expression (1.2.4) par rapport au temps. On obtient, avec $\mathbf{v} = d\mathbf{r}/dt$:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}' + \mathbf{V} \quad (1.2.5)$$

Considérons, par exemple, un train qui se déplace à la vitesse \mathbf{V} par rapport au quai de la gare. Lorsqu'un voyageur marche dans le train à la vitesse \mathbf{v}' , sa vitesse \mathbf{v} par rapport au quai est égale à la somme $\mathbf{v}' + \mathbf{V}$.

1.2.2 Invariance des lois de la mécanique classique

Nous avons vu précédemment que les observations de Giordano Bruno et de Galilée conduisent à admettre un principe général selon lequel les lois de la mécanique classique sont identiques dans tous les systèmes de référence galiléens. Plus précisément, cette invariance signifie que les équations qui décrivent les phénomènes mécaniques, en fonction des coordonnées d'espace et de temps, ont la même forme mathématique quel que soit le référentiel galiléen considéré.

Lorsqu'on passe d'un référentiel à un autre, les coordonnées d'espaces qui figurent dans une loi de la mécanique vont se transformer selon la relation (1.2.4) mais la forme générale de la loi va rester la même. Voyons sur l'exemple de la loi fondamentale de la dynamique de Newton comment cette loi se conserve.

Selon Newton, une force \mathbf{F} appliquée à une masse m lui communique une accélération proportionnelle à cette force. Dans un référentiel R , cette loi s'écrit :