

## Table des matières

<b>1</b>	Un problème de mise en jambes . . . . .	1
1.1.	Énoncé : commande optimale d'un système gouverné par une équation différentielle linéaire . . .	1
1.1.1.	Rappels . . . . .	1
1.1.2.	Première partie . . . . .	2
1.1.3.	Seconde partie . . . . .	4
1.2.	Corrigé . . . . .	5
1.2.1.	Première partie . . . . .	5
1.2.2.	Seconde partie . . . . .	9
<b>2</b>	Commande optimale : formulations diverses des problèmes et exemples . . . . .	16
2.1.	Introduction . . . . .	16
2.2.	Formulations diverses d'un problème de Commande optimale . . . . .	16
2.2.1.	Formulation de LAGRANGE . . . . .	16
2.2.2.	Formulation de MAYER . . . . .	24
2.2.3.	Formulation de BOLZA . . . . .	24
2.2.4.	D'une formulation à l'autre . . . . .	25
2.3.	Modélisations et exemples (suite) . . . . .	30
2.4.	Annexe : des outils pour la commande optimale . . . . .	41
2.5.	Fonctions continues par morceaux, $C^1$ par morceaux . . . . .	42
2.5.1.	Fonctions continues par morceaux . . . . .	42
2.5.2.	Fonctions $C^1$ par morceaux . . . . .	43
2.5.3.	Équations différentielles avec données continues par morceaux . . . . .	43

	2.5.4.	Retour à l'ensemble contrainte relatif à la commande . . . . .	44
	2.5.5.	Un exemple tout simple . . . . .	45
	2.6.	Fonctions absolument continues . . . . .	46
	2.6.1.	Rudiments sur les fonctions absolument continues . . . . .	46
	2.6.2.	Solution au sens de CARATHÉODORY d'un problème de CAUCHY . . . . .	47
<b>3</b>		Conditions d'optimalité, PMP . . . . .	48
	3.1.	Introduction . . . . .	48
	3.2.	Exemples de résultats d'existence . . . . .	50
	3.2.1.	Existence de solutions dans un problème formulé à la MAYER . . . . .	50
	3.2.2.	Existence dans un problème formulé à la LAGRANGE . . . . .	51
	3.2.3.	Commandes "en butée" ou "bang-bang" . . . . .	51
	3.3.	Conditions nécessaires d'optimalité . . . . .	52
	3.3.1.	Problème de BOLZA à temps terminal fixé . . . . .	53
	3.3.2.	Cas d'un problème de BOLZA à temps terminal libre . . . . .	63
	3.3.3.	Dérivation du PMP dans un problème où $t_f$ est libre . . . . .	64
	3.3.4.	PMP : tableau-résumé des conditions . . . . .	67
	3.3.5.	Exemples simples . . . . .	69
	3.4.	Conditions suffisantes d'optimalité . . . . .	75
	3.5.	Un mot des méthodes numériques de résolution . . . . .	81
	3.5.1.	Les méthodes directes ou la discrétisation à tout va . . . . .	81
	3.5.2.	Les méthodes indirectes . . . . .	82
<b>4</b>		Exemples de problèmes résolus . . . . .	85
	4.1.	Un problème variationnel isopérimétrique . . . . .	85
	4.2.	Dosage du niveau de glucose dans le sang . . . . .	88

4.2.1.	Premier cas : on veut opérer en temps minimum . . . . .	89
4.2.2.	Second cas : on veut opérer de manière à minimiser la quantité de glucose transfusée . . . . .	91
4.3.	Commande de la production d'acier . . . . .	92
4.4.	Gestion optimale d'une campagne de pêche . . . . .	95
4.5.	Insectes nuisibles versus insectes prédateurs . . . . .	98
4.6.	Gestion de portefeuille en présence de coûts de transaction . . . . .	100
4.7.	Transfert optimal de fichiers informatiques . . . . .	101
4.8.	Commander au mieux une rame de métro . . . . .	104
4.9.	Commande en temps minimal d'une rame de métro . . . . .	110
4.10.	Commande d'un mobile avec frottement . . . . .	117
4.11.	Mouvement plan en temps minimal . . . . .	121
4.12.	Décollage d'un avion en temps minimal . . . . .	127
4.13.	Traversée en bateau en temps minimal . . . . .	132
4.14.	Alunissage en douceur d'un engin spatial . . . . .	136
4.15.	Transfert optimal en agissant sur la vitesse . . . . .	141
4.16.	Campagne de vaccination optimale . . . . .	145
<hr/>		
	<i>Notices biographiques . . . . .</i>	<i>151</i>
	<i>Éléments de bibliographie . . . . .</i>	<i>157</i>
	<i>Index . . . . .</i>	<i>161</i>
	<i>Liste des noms cités . . . . .</i>	<i>163</i>