

## **CHAPITRE 1**

### **FLUIDES ET CIRCULATION SANGUINE**

Ce chapitre traite les parties suivantes :

**A : HYDROSTATIQUE**

**B : DYNAMIQUE DES FLUIDES PARFAITS**

**C : DYNAMIQUE DES FLUIDES VISQUEUX**

**D : CAPILLARITÉ**

**E : DIFFUSION**

**F : PHÉNOMÈNES DE TRANSPORT**

Les variables fondamentales employées dans la description des fluides sont *la masse volumique et la pression*. La *pression* est le module de la force totale agissant perpendiculairement à une surface divisée par l'aire de cette surface

$$P = \frac{F_{\perp}}{S}$$

La pression s'exprime en  $\text{N/m}^2$  ou Pascals (Pa)

## A : HYDROSTATIQUE

**A1- Equation différentielle de l'hydrostatique** : Elle relie la variation élémentaire de la pression d'un point en fonction de la variation élémentaire de la hauteur qu'il subit.

$$dP = -\rho g dh$$

$\rho$  étant la masse volumique du fluide dans lequel se trouve le point et  $g$  l'accélération de la pesanteur.

**A2- Equation fondamentale de l'hydrostatique** : Dans le cas où la masse volumique du fluide est constante (qui est le cas en général des liquides), l'intégration de l'équation différentielle nous permet d'établir l'équation fondamentale de l'hydrostatique. Elle exprime la variation de la pression d'un point à un autre en fonction de la différence de leur hauteur  $\Delta h$ .

$$\Delta P = P_2 - P_1 = \rho g (h_2 - h_1) = \rho g \Delta h$$

D'après cette relation, deux points situés au même niveau horizontal et appartenant à un même fluide sont soumis à la même pression. Autrement dit, dans un fluide au repos, la pression est la même en tous les points situés à une même profondeur.

**A3- Pression en un point** : La pression d'un point B à une profondeur  $h$  d'un fluide au repos est égale à la somme de la pression atmosphérique  $P_{atm}$  et de la quantité  $\rho gh$  qui représente la pression due au poids de la colonne de liquide se trouvant au dessus de B.

$$P_B = P_{atm} + \rho gh$$

Si le point B du fluide est soumis à une accélération extérieure supplémentaire  $\gamma$ , sa pression change et devient :

$$P_B = P_{atm} + \rho(g \pm \gamma)h$$

+ :  $\gamma$  dirigée de bas en haut

- :  $\gamma$  dirigée de haut en bas

**A4- Pression atmosphérique** : Notée  $P_{atm}$ , elle est la pression exercée sur une surface par l'air avec lequel elle est en contact. Elle est fonction du lieu et des conditions météorologiques. Au niveau de la mer, elle est voisine de  $1,013 \cdot 10^5$  Pa soit 1 bar ; ses fluctuations en un lieu donné restent en général comprises entre 970 et 1040 millibars.

**A5- Principe d'Archimède** : Tout corps solide plongé dans un fluide déplace un volume du fluide égal à son propre volume. La force qu'il subit à l'intérieur

de ce fluide (appelée poussée d'Archimède  $F_A$ ) est dirigée vers le haut et est égale en module au poids  $P_f$  du volume du fluide déplacé.

$$F_A = P_f = m_f g = \rho V_f g$$

$\rho$  étant la masse volumique du fluide.

La poussée d'Archimède peut être considérée comme la force exercée par le restant du fluide pour maintenir l'élément au repos.

**A6- Appareils de mesure :** Le *baromètre* et le *manomètre* sont des appareils utilisés pour mesurer la pression atmosphérique et celle des gaz respectivement. Le *tube en U* est un instrument permettant de déterminer la masse volumique de certains fluides.

**A7- Principe de Pascal :** Une pression externe appliquée à un fluide confiné dans un récipient fermé est transmise intégralement à tout point du fluide. Donc pour maintenir l'équilibre, les forces  $F_1$  et  $F_2$  agissant sur les deux pistons de sections  $S_1$  et  $S_2$  sont reliées par :

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$$

**A8- Presse hydraulique :** Appelée également le vérin hydraulique, c'est un appareil utilisé pour produire des forces d'intensités importantes par application de forces d'intensités moyennes. Son principe de fonctionnement est basé sur l'équation précédente de *Pascal*.

## B : DYNAMIQUE DES FLUIDES PARFAITS

**B1- Débit :** Noté  $Q$ , le débit d'un fluide à travers un conduit est défini comme étant le volume de fluide qui la traverse durant l'unité de temps et il s'exprime en  $m^3 s^{-1}$ .

$$Q = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

En explicitant le volume par  $V = S.x$  où  $S$  est la surface du conduit et  $x$  la distance parcourue par le fluide dans le conduit, on peut exprimer le débit par le produit de la vitesse du fluide par la section du conduit.

$$Q = S \frac{\Delta x}{\Delta t} = S.v$$

**B2- Equation de continuité :** Elle exprime la conservation du débit et elle s'énonce par : "Le produit de la section du conduit par la vitesse du fluide reste constant même si les dimensions du tube changent".

$$Q = S.v = \text{constant}$$

Entre deux points A et B de sections  $S_A$  et  $S_B$  d'un conduit, l'équation de continuité reliant les vitesses d'écoulement du fluide aux points A et B peut être écrite sous la forme :

$$Q_A = S_A v_A = S_B v_B = Q_B$$

Notons que cette équation n'est applicable que si le fluide peut être considéré comme incompressible.

**B3- Théorème de Bernoulli :** s'énonce : "La somme de la pression et de l'énergie mécanique par unité de volume, c'est-à-dire la quantité  $P + \rho gh + \frac{1}{2}\rho v^2$  est constante tout le long du tube de courant". Ce théorème n'est en fait qu'une reformulation de la relation entre le travail et l'énergie appropriée à la mécanique des fluides. Entre deux points A et B de sections  $S_A$  et  $S_B$  situés à des hauteurs  $h_A$  et  $h_B$ , où le fluide admet des vitesses d'écoulement  $v_A$  et  $v_B$ , l'équation de Bernoulli s'écrit :

$$P_A + \rho gh_A + \frac{1}{2}\rho v_A^2 = P_B + \rho gh_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2$$

Ce théorème est valable dans les conditions suivantes :

- a- Le fluide est *incompressible*; c'est-à-dire que sa masse volumique reste constante.
- b- Le fluide est dépourvu de frottements appréciables; il est *non-visqueux*. Par conséquent, il n'y a pas de dissipation d'énergie due aux frottements.
- c- L'écoulement est *laminaire et non turbulent*.
- d- La vitesse du fluide en un point quelconque ne change pas au cours du temps. (C'est ce qu'on appelle un régime *stationnaire*.)

Dans le cas particulier d'un fluide au repos :  $v_A = v_B = 0$

$$\Rightarrow P_A + \rho gh_A = P_B + \rho gh_B \Rightarrow P_A - P_B = \rho g(h_A - h_B) = \rho g \Delta h$$

et on retrouve l'équation de l'hydrostatique.

**B4- Théorème de Torricelli :** La vitesse  $v$  de l'écoulement d'un trou, situé à une distance verticale  $h$  au-dessous de la surface du liquide dans un réservoir ouvert, est :

$$v = \sqrt{2gh}$$

**B5- Tube de Venturi :** C'est un appareil permettant la mesure de la vitesse d'écoulement en un point donné d'un fluide dans un conduit de section variable. La vitesse en un point A par exemple est donnée alors par :

$$v_A = \sqrt{\frac{2(P_A - P_B)}{\rho \left(1 - \frac{S_A^2}{S_B^2}\right)}}$$

où  $S_A$  et  $P_A$  sont la surface du conduit et la pression au point A,  $S_B$  et  $P_B$  sont la surface du conduit et la pression au point B, et  $\rho$  la masse volumique du fluide. Notons que les pressions  $P_A$  et  $P_B$  peuvent facilement se mesurer à l'aide d'un tube en U.

**B6- Tube de Prandtl :** C'est également un appareil permettant la mesure de la vitesse d'écoulement en un point donné d'un fluide dans un conduit de section variable. Il est constitué d'un manomètre dont l'une des branches est fermée que l'on plonge dans le fluide en écoulement. L'application de la relation de Bernoulli nous donne :

$$v = 2 \sqrt{\frac{P_A - P_B}{\rho}}$$

où  $P_A - P_B$  est la différence de pression entre les deux points.

**B7- Tension artérielle :** La mesure de *la tension artérielle* faite au bras d'une personne en position non couchée fournit une valeur proche de la pression au voisinage du cœur puisque le bras est à peu près au même niveau que le cœur. Dans le cas du système circulatoire, il est commode d'exprimer les pressions en *kilopascal* (kPa). Mais l'ancienne unité, le *torr*, est toujours fort répandue; 1 torr = 1 millimètre de mercure = 0,1333 kPa.

**B8- Circulation sanguine :** Le sang arrive par le cœur droit, passe par les capillaires, en contact avec les alvéoles pulmonaires, et ressort par le cœur gauche. La circulation systémique est constituée de différents réseaux :

Le réseau artériel : Artère → Artérioles → Capillaires

Le réseau veineux : Capillaires → Veinules → Veines

**B9- Pression artérielle :** Le cœur travaille comme une pompe c'est-à-dire qu'il reçoit du sang et donne du sang. Entre le départ et l'arrivée (pendant un cycle cardiaque) du sang, la pression passe par un maximum (systolique) qui correspond au pompage et par un minimum (diastolique) qui correspond à la relaxation. Le temps (cycle cardiaque) est en moyenne de 54 secondes alors que le débit cardiaque au repos est de  $9,7 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{sec}$

Les pressions  $P_c$  au niveau du cœur,  $P_p$  au niveau du pied et  $P_{cv}$  au niveau du cerveau, obéissent à la relation :

$$P_p = P_c + \rho g h_c = P_{cv} + \rho g h_{cv}$$

$\rho$  est la masse volumique du sang,  $h_c$  est la hauteur pieds-cœur et  $h_{cv}$  est la hauteur cerveau-cœur.

Les différentes pressions au niveau de la tête, du cœur et des pieds pour un adulte de 80 kg en bonne santé et dans deux positions différentes sont données par :

| Pressions | Position debout | Position couchée |
|-----------|-----------------|------------------|
| Tête      | 9,3 kPa         | 13,2 kPa         |
| Cœur      | 13,3 kPa        | 13,3 kPa         |
| Pieds     | 26,8 kPa        | 13,1 kPa         |

**Tableau 1-1 :** Différentes pressions chez un sujet debout et couché

D'autres pressions sont présentes chez l'être humain :

Tension psychologique : Purement qualitative

Tension oculaire au niveau de l'œil : Elle correspond à la façon dont l'humeur aqueux exerce les forces sur la paroi (sclérotique). Cette tension est comprise entre 3 et 2 kPa

**B10- Vol des oiseaux :** Les ailes des animaux volants fournissent à la fois, les forces de propulsion et de poussée. Leur conception et leur mouvement sont beaucoup plus complexes. La poussée dynamique, appelée également la portance est donnée par :

$$F_L = SC_L \frac{\rho}{2} v^2$$

où  $S$  est la section droite d'une aile,  $v$  est la vitesse de vole,  $\rho$  est la masse volumique de l'air, et  $C_L$  est le coefficient de lift ou de poussée dynamique qui est une fonction de la forme géométrique de l'aile et de son angle d'attaque  $\alpha$ , c'est-à-dire l'angle entre l'aile et la direction de l'écoulement de l'air.

### C : DYNAMIQUE DES FLUIDES VISQUEUX

On ne peut plus négliger les forces de frottement visqueux dans les fluides, lorsque le travail nécessaire pour les vaincre devient appréciable. Les forces de viscosité sont proportionnelles à la viscosité du fluide ainsi qu'à la différence de vitesse entre les couches du fluide.

**C1- Force de viscosité** : Elle est proportionnelle à la surface  $S$  des deux lames et à la vitesse relative  $\Delta v$ , et elle est inversement proportionnelle à la distance  $\Delta y$  entre les deux lames :

$$F = \eta S \frac{\Delta v}{\Delta y}$$

**C2- Coefficient de viscosité** : La constante de proportionnalité  $\eta$  "êta" est appelée la *viscosité* de dimension  $ML^{-1}T^{-1}$  et d'unité  $kg.m^{-1}.s^{-1}$ . Il est également appelé le coefficient de *viscosité dynamique*. D'autre part, le coefficient de viscosité cinématique est défini comme le coefficient de viscosité dynamique normalisé par rapport à la masse volumique  $\rho$  :

$$\eta_{cin} = \frac{\eta_{dyn}}{\rho}$$

Si la vitesse est suffisamment faible, l'écoulement d'un fluide visqueux a une structure *laminaire*, caractérisée par une variation continue de la vitesse de couche en couche.

**C3- Equation de continuité** : Dans le cas des fluides visqueux, l'équation de *continuité* établie précédemment dans le cas des fluides parfaits reste valable :

$$Q = S.v = constant$$

**C4- Résistance à l'écoulement** : L'expression représentant l'énergie mécanique n'est plus constante dans ce cas. Il y a présence d'une perte de charges (gradient de pression) due à la viscosité du fluide. Cette perte de charges  $\Delta P$  est fonction de la résistance à l'écoulement  $R_{éc}$  et du débit  $Q$ .

$$\Delta P = Q.R_{éc}$$

Dans le cas d'un écoulement laminaire dans un conduit cylindrique de rayon  $r$  et de longueur  $l$ , la résistance à l'écoulement est donnée en fonction de viscosité  $\eta$  par :

$$R_{éc} = \frac{8\eta l}{\pi r^4}$$

**C5 : Equation de Bernoulli :** Dans le cas de l'écoulement des fluides visqueux, l'équation de Bernoulli devient :

$$P_A + \rho g h_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 = P_B + \rho g h_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2 + Q R_{éc}$$

**C6- Loi de Poiseuille :** Elle représente un cas particulier de l'équation de Bernoulli. C'est le cas où la conduite est horizontale ( $h_A = h_B$ ), cylindrique uniforme ( $S_A = S_B \Rightarrow v_A = v_B$ ). La relation devient alors :

$$\begin{aligned} P_A &= P_B + Q R_{éc} \\ \Leftrightarrow \Delta P &= Q \cdot R_{éc} = Q \frac{8\eta l}{\pi r^4} \\ \Leftrightarrow Q &= \frac{\Delta P \cdot \pi \cdot r^4}{8\eta l} \end{aligned}$$

Cette relation exprime la variation du débit (en régime laminaire) en fonction du rayon de la conduite. Ceci implique par exemple que de faibles variations du rayon des vaisseaux sanguins entraînent d'importantes variations dans le débit. D'autre part, cette relation nous permet souvent de déterminer la viscosité du fluide à partir de la perte de charges  $\Delta P$  et des autres paramètres.

**C7- Régime d'écoulement :** La nature de l'écoulement peut être caractérisée par une grandeur physique sans dimension appelée *nombre de Reynolds* donné dans le cas d'une canalisation cylindrique par :

$$N_R = 2 \frac{\rho v r}{\eta}$$

où  $v$  est la vitesse d'écoulement,  $\eta$  la viscosité du fluide,  $\rho$  sa masse volumique,  $r$  le rayon de la conduite.

Pour des sections non circulaires, le nombre de Reynolds est donné en fonction du périmètre mouillé  $R$  appelé rayon hydraulique (les autres paramètres étant les mêmes) par :

$$N_R = 4 \frac{\rho v R}{\eta}$$

Pour une canalisation cylindrique, il a été montré que l'écoulement est *laminaire* si  $N_R < 2000$ , et il est *turbulent* si  $N_R > 3000$ . Entre ces deux valeurs, l'écoulement est considéré comme transitoire ou instable. Le *régime turbulent* de l'écoulement s'amorce à partir d'une vitesse suffisamment élevée.

**C8- Puissance :** La viscosité freine l'écoulement, ce freinage est accompagné d'une dissipation d'énergie. C'est l'équivalent du mouvement uniformément retardé. La puissance moyenne  $P_m$  qu'il faut pour compenser cette dissipation est donnée par :

$$P_m = Q \Delta P = R_{éc} \cdot Q^2$$

Cette relation est analogue à celle utilisée en électricité. Ainsi l'analogie entre les grandeurs électriques et fluides peut facilement être établie ;

- la différence de pression  $\Delta P$  correspond à la différence de tension  $\Delta U$  ( $\Delta P \Leftrightarrow \Delta U$ )

- le débit  $Q$  correspond à l'intensité de courant  $I$ . Ceci vient du fait que l'intensité de courant représente physiquement un déplacement collectif de charges électroniques donc un débit électronique.

Dans le cas particulier où l'écoulement se fait dans un tube cylindrique de rayon  $r$  :

$$P_m = \Delta P \pi r^2 v_m$$

où  $v_m$  est la vitesse moyenne. Ce résultat s'applique particulièrement bien à l'écoulement dans les vaisseaux sanguins où cette puissance est fournie par le métabolisme de l'être humain.

**C9- Application en physiologie :** Dans le domaine physiologique (circulation du sang) où nous considérons le sang comme étant un liquide uniforme de viscosité  $\eta = 2,084 \cdot 10^{-3}$  Pa.s et de masse volumique  $\rho = 1,0595 \cdot 10^3$  kg.m<sup>-3</sup>, à température normale du corps, la résistance à l'écoulement est appelée la *résistance vasculaire*. Le débit cardiaque d'un adulte au repos est de 97 cm<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup>. La perte de charge (chute de pression) entre les systèmes artériel et veineux est de 11,7 kPa. La puissance mécanique dépensée par le cœur pour vaincre les forces visqueuses vaut 1,1 W. Les tableaux suivants nous donnent quelques informations concernant les propriétés du système cardio-vasculaire et du corps humain en général.

| Fluide                                    | $P_M$ (kPa) |
|---|-------------|
| Liquide entourant le cerveau              | 0,7 -1,6    |
| Humeur aqueuse de l'œil                   | 1,6 -3,2    |
| Gastro-intestinal                         | 1,3 -2,7    |
| Poumons en inhalation                     | -0,3        |
| Poumons en exhalation                     | 0,4         |
| Poitrine (intra thoracique) en inhalation | -0,8        |
| Poitrine (intra thoracique) en exhalation | -0,3        |
| Sang veineux                              |             |
| Veinules                                  | 1 -2        |
| Veines                                    | 0,5 - 1     |
| Veines majeures                           | 0,5         |
| Sang artériel au niveau du cœur           |             |
| Maximum (cyclonique)                      | 13 -19      |
| Minimum (diastolique)                     | 8 -12       |
| Vessie moyenne                            | 0 -3        |
| Vessie pendant la miction                 | 2 -4        |

**Tableau 1-2 :** Pressions manométriques de quelques fluides dans le corps humain