

FICHE N° 1 : LA FONCTION D'UTILITÉ

La fonction d'utilité exprime la satisfaction totale que l'agent retire de la consommation d'un panier de biens. L'origine du concept d'utilité remonte aux débats sur la théorie de la valeur au XIX^e siècle. Est-il possible d'homogénéiser les biens grâce à une théorie de la valeur cohérente ? Si oui, de quelle manière ? Quels critères retenir ?

Pour les économistes classiques anglais du XIX^e siècle, le bon étalon de mesure de la valeur des biens est non la monnaie mais le travail. La valeur de la monnaie étant variable dans le temps, il s'agit de mesurer la richesse avec un étalon invariable ; à court terme, la quantité de travail nécessaire pour produire un bien n'est pas modifiée. La théorie de la valeur la plus aboutie est celle de Ricardo : la valeur d'un bien est déterminée par la quantité de travail direct – le facteur travail – et indirect – le facteur capital. À partir des années 1870, la révolution marginaliste entreprend un réexamen des fondements de l'école classique en développant une théorie de la valeur tout à fait nouvelle. Pour les marginalistes, le fondement de la valeur des biens réside dans l'*utilité* retirée de leur consommation. Ce tournant théorique consacre le consommateur au rang d'agent économique dont il est possible d'analyser le comportement. Cette approche microéconomique repose sur une théorie de la valeur subjective : l'individu A n'échangera avec l'individu B que si la marchandise A a moins d'utilité que la marchandise B, et *vice versa*. L'analyse de l'échange est modifiée puisque ce n'est plus le travail qui confère de la valeur aux choses. Pour des auteurs tels que Stanley Jevons, Carl Menger et Francis Y. Edgeworth, chaque individu doit opérer des choix dans un seul et unique objectif : maximiser son utilité. De fait, l'économie devient une science « dure » et il est possible de déterminer des équilibres formalisés ayant une signification économique. Pour Lionel Robbins, membre du courant néoclassique¹ : « *L'économie est la science qui étudie le comportement humain en tant que relation entre les fins et moyens à usages alternatifs* »².

L'économie étant vue comme une science des choix, il est possible de résumer la relation entre les quantités consommées par l'agent économique et l'utilité retirée.

¹ La révolution marginaliste, dont les pères fondateurs sont Stanley Jevons, Carl Menger et Léon Walras, annonce l'émergence du courant néoclassique qui s'impose à partir du début du XX^e siècle (*cf. infra*).

² L. Robbins, *An Essay on the Nature and Significance of Economic Science*, 1932, London: Macmillan.

Soit une fonction d'utilité telle que :

$$U = f(Q_A, Q_B)$$

Où :

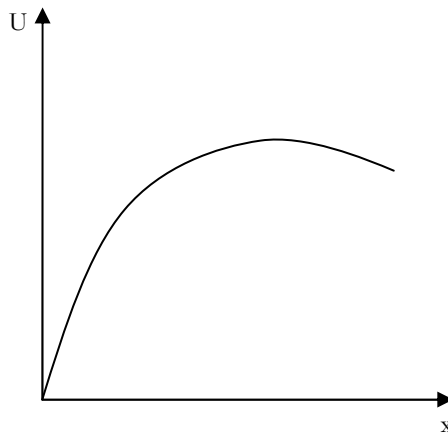
U mesure la satisfaction totale obtenue ;

Q_A représente la quantité consommée de biens A ;

Q_B représente la quantité consommée de biens B.

Cette fonction indique que pour toute combinaison de biens A et B, une utilité totale est obtenue. Ceci est extensible à une quantité plus importante de biens.

La fonction d'utilité présente deux propriétés fondamentales. D'abord, la fonction est continue. Cette hypothèse mathématique simplificatrice permet d'éviter les situations dans lesquelles une combinaison de biens A et B ne procure aucune utilité à l'agent économique. Ensuite, la fonction est concave, c'est-à-dire « en cloche ». L'intérêt de cette propriété est qu'elle permet d'affirmer qu'il existe un panier de consommation de biens qui maximise l'utilité du consommateur, c'est-à-dire permet d'atteindre le niveau de satisfaction maximum.



Comme le graphique ci-dessus le souligne, l'utilité totale est croissante jusqu'au maximum de la courbe, point représentant le niveau d'utilité maximal atteint pour la consommation d'un panier de biens. L'utilité totale est ensuite décroissante ; ceci s'explique, d'une part, par le caractère décroissant de l'utilité marginale (*cf. infra*), et, d'autre part, par le fait qu'à partir d'un certain niveau de consommation, le supplément d'utilité est négatif – on parle de « désutilité ».

La fonction d'utilité est aisément compréhensible mais la manière de la conceptualiser a donné lieu à de nombreux débats. En effet, si l'ensemble des marginalistes puis des néoclassiques s'accordent sur le principe de l'utilité totale, la question de sa mesure ne fait pas l'unanimité. Pour les premiers marginalistes comme Stanley Jevons et Carl Menger, l'utilité est cardinale, c'est-à-dire mesurable. Il est possible de chiffrer l'utilité retirée de la consommation de tel ou tel bien. Au contraire, pour d'autres auteurs comme Vilfredo Pareto, l'approche cardinale de l'utilité n'apporte rien à la compréhension des arbitrages des consommateurs. L'important n'est pas la mesure absolue de la satisfaction mais la relation d'ordre entre deux utilités : les préférences peuvent être approchées par l'utilité ordinale.

Par exemple, un consommateur peut consommer un bien A et un bien B. La fonction d'utilité peut s'écrire de la manière suivante :

$$U = 4.A + 3.B$$

Lorsque $A = 6$ et $B = 2$, il vient $U = 30$. Ce chiffre n'a pas de signification en termes d'utilité totale, seule compte la variation à la hausse ou à la baisse de l'utilité. L'approche ordinale de l'utilité suppose donc que le consommateur n'est pas capable de mesurer l'utilité retirée de la consommation mais simplement d'établir un ordre de préférence. Cette conception est celle qui prime aujourd'hui en microéconomie. L'utilité peut être représentée par une fonction ordinale : les données premières sont les choix des consommateurs pour des prix donnés à partir desquels une fonction d'utilité est construite. La fonction d'utilité permet de représenter les préférences des agents économiques.

L'utilité marginale est définie comme l'utilité retirée de la dernière unité de bien consommée.

Le concept d'utilité marginale est au fondement de la théorie de la valeur. Ainsi qu'il a été souligné précédemment, l'échange marchand n'est possible que si l'agent économique A considère que le bien de l'agent économique B a davantage d'utilité que son propre bien, et *vice versa*. Les deux agents économiques doivent comparer les utilités relatives des deux biens pour déterminer si un échange est possible. L'agent économique n'aura qu'à faire un arbitrage : quel est le supplément de satisfaction retirée de la consommation d'un bien par rapport à un autre ? En définitive, la valeur d'une unité de bien est déterminée par son utilité marginale, relative aux préférences de chaque consommateur.

Le concept d'utilité marginale est fondamental en économie car il permet d'en déduire une loi communément admise dans la théorie des choix : la loi de l'utilité marginale décroissante. Cette loi suppose qu'à la marge, c'est-à-dire lorsque l'agent économique consomme une unité de bien supplémentaire, l'accroissement de l'utilité totale est de plus en plus faible, donc décroissante. En d'autres termes, chaque nouvelle unité consommée procure à l'agent économique moins de satisfaction que la précédente. Cette loi fut pour la première fois énoncée par Hermann H. Gossen en 1854¹ ; ainsi la définit-il : « *Le supplément d'utilité fourni par des quantités croissantes d'un bien va en diminuant jusqu'à devenir nul au point de satiété.* » Naturellement, l'utilité marginale n'est pas la même pour l'ensemble des biens ni pour l'ensemble des individus. Il est possible d'explicitier cette loi avec un exemple trivial. En état de soif, un individu retirera une utilité importante de la consommation d'un verre d'eau. En d'autres termes, l'utilité marginale du verre d'eau est importante. Mais au fur et à mesure que l'agent économique s'hydrate, il retire de moins en moins de plaisir à la consommation d'eau ; l'utilité marginale de chaque verre est toujours moins importante que la précédente de telle sorte qu'au n^{ième} verre, l'agent économique ne retire plus aucune utilité à sa consommation. Non seulement, la théorie microéconomique définit un point de satiété où l'utilité marginale est nulle, mais au-delà de ce point, l'utilité marginale devient négative de telle sorte que l'utilité totale diminue.

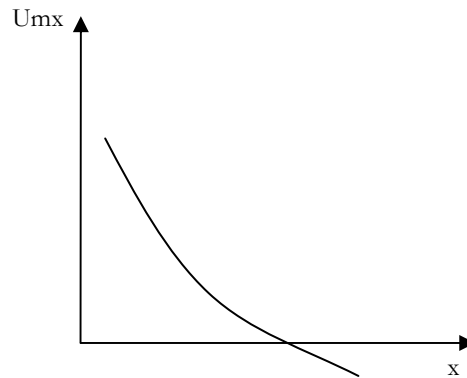
¹ H. H. Gossen (1854), *Entwicklung der Gesetze des menschlichen Verkehrs, und der daraus fließenden Regeln für menschliches Handeln*, Braunschweig: Friedrich Vieweg & Sohn.

Le tableau de Jevons permet d'expliquer ce mécanisme :

Quantités consommées de bien A	Utilité totale	Utilité marginale
0	0	
1	10	10
2	25	15
3	35	10
4	43	8
5	45	2
6	45	0
7	42	-3

Comme décrit dans le tableau, plus la consommation du bien A augmente, plus l'utilité totale de l'agent économique s'accroît elle aussi, mais moins rapidement. Au-delà d'une certaine quantité de biens consommés, ici six unités, l'utilité totale diminue, l'utilité marginale devenant négative. La situation dans laquelle la consommation d'une unité de bien supplémentaire réduit la satisfaction de l'agent économique est très peu étudiée ; le plus important est de déterminer le point de satiété. Ainsi, l'utilité totale est la somme de l'ensemble des utilités marginales qui ont été ajoutées depuis la première unité de bien consommée. Cette approche par le tableau de Jevons suppose d'accepter le principe selon lequel l'utilité peut être mesurée (principe de l'utilité cardinale). Quelle que soit la manière de mesurer l'utilité, la loi de l'utilité marginale décroissante est toujours acceptée.

De manière graphique, l'utilité totale est représentée comme une courbe en cloche, avec un maximum correspondant au point de satiété au-delà duquel l'agent économique ne retire plus de satisfaction de la consommation d'une unité de bien supplémentaire, mais des inconvénients. L'utilité marginale est représentée comme une fonction décroissante. Le point de satiété ou de saturation est atteint lorsque l'utilité marginale s'annule en zéro.



Où :

U_{mx} représente l'utilité marginale retirée de la consommation du bien x ;

x représente la quantité de biens x .

Du développement ci-dessus, il est possible de recourir au langage mathématique pour expliquer le raisonnement du microéconomiste.

Soient :

$U = f(x)$, une fonction d'utilité supposée continue ;

Δx l'augmentation de la consommation du bien x ;

ΔU la variation de l'utilité totale du consommateur.

Reprenant les propriétés mathématiques de la dérivée, il est possible de définir l'utilité marginale comme le rapport entre ces deux variations : $\frac{\Delta U}{\Delta x}$. Puisque U représente l'utilité totale, U' , sa valeur dérivée, peut être notée de la façon suivante :

$$U' = f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta U}{\Delta x}$$

Pourquoi l'analyse classique modélise-t-elle le raisonnement sous la forme d'une limite ? L'objectif de l'agent économique est de déterminer le niveau de consommation qui lui rapporte la satisfaction maximale. L'utilité totale augmente jusqu'à ce que l'utilité marginale s'annule : tel est le point d'équilibre. En d'autres termes, ce point d'équilibre est atteint lorsque l'accroissement de la consommation du bien x , Δx , tend vers zéro. En microéconomie, cela correspond au point où l'utilité totale maximum est

atteinte. Bien entendu, cet exemple simple est généralisable à une situation dans laquelle deux biens A et B sont consommés. Dans ce cas, les dérivées partielles doivent être calculées, c'est-à-dire $\frac{\Delta U}{\Delta A}$ et $\frac{\Delta U}{\Delta B}$. Il suffit de trouver les quantités consommées de biens A et B qui permettent de vérifier l'égalité suivante : $\frac{\Delta U}{\Delta A} = \frac{\Delta U}{\Delta B}$. Cette égalité permet d'affirmer que chaque unité supplémentaire consommée apporte à l'agent économique la même utilité.

La contrainte budgétaire exprime le plafond de dépenses que doit respecter chaque agent économique pour sa consommation. De manière générale, les consommateurs utilisent leurs ressources de façon à ce qu'elles maximisent leur utilité.

Historiquement, la notion de contrainte budgétaire est apparue avec le renouveau de la pensée économique à la fin du XIX^e siècle. Carl Menger, Stanley Jevons et Léon Walras ont révolutionné la manière de penser l'économie grâce à l'utilisation des mathématiques. Dans le courant marginaliste, qui donnera lieu au courant néoclassique au XX^e siècle, l'individu est décrit comme un acteur rationnel qui désire maximiser son utilité, laquelle provient de la consommation de biens et de services. La révolution du mode de pensée est à la fois méthodologique et théorique. Méthodologique, car il est postulé que les actions individuelles obéissent à des motivations utilitaristes. Théorique, car le calcul « coûts-avantages » permet de déterminer un équilibre économique qui est celui du consommateur. Raymond Boudon définit ainsi la logique microéconomique de l'action rationnelle et de la contrainte budgétaire : « *Tout action comporte un coût et un bénéfice et l'acteur se décide toujours pour la ligne d'action qui maximise la différence entre les deux.* »¹.

Ainsi, chaque agent économique désire maximiser son utilité sous contrainte de son revenu ou, plus généralement, de ses ressources. En effet, dans les modèles microéconomiques initiaux, l'individu ne peut emprunter sur le marché pour financer ses dépenses de consommation. Ainsi, ses ressources constituent la contrepartie du bien ou du service qu'il offre sur le marché ; par exemple, il offre sa force de travail contre une rémunération. Sur les marchés, les individus sont donc obligés d'offrir des marchandises ou des services pour une valeur strictement égale à leurs demandes. Soient deux biens, du riz et de la viande, et un budget de cent euros. Le kilo de riz est à cinq euros et celui de la viande est à vingt euros. L'individu va chercher à maximiser son utilité en affectant chaque euro à la consommation de ces deux biens en fonction de sa structure des préférences. Son panier de consommation peut être représenté par l'ensemble des combinaisons de riz R et de viande V telles que :

¹ R. Boudon (2002), « Théorie du choix rationnel ou individualisme méthodologique », *Sociologie et Société*, p. 9-34.