



Fiche 1. Les pourcentages

Les ratios

Un ratio est un rapport entre deux éléments quantitatifs, qui ne sont pas obligatoirement de même nature.

Exemple : Une voiture parcourt 120 km en 1h30.
Cela correspond à une vitesse moyenne de 80 km/h.

$$\text{Vitesse} = \frac{120 \text{ km}}{1,5 \text{ h}} = 80 \text{ km/h}$$



Les taux

Un taux est un rapport entre deux valeurs comparables. Il est exprimé sous forme de **pourcentage** et noté $x \%$ et vaut $\frac{x}{100}$.

Exemple :

Une entreprise réalise un chiffre d'affaires (CA) annuel de 125 000 €. En janvier son chiffre d'affaires est de 10 000 €. Cela représente 8 % de son chiffre d'affaires annuel.

$$\text{Part du CA de janvier} = \frac{10\,000 \text{ €}}{125\,000 \text{ €}} = 0,08 = 8 \%$$



Attention

La variation d'un taux s'exprime en **point**. Chaque point représente 1 %.

Exemples : Un taux qui passe de 10 % à 12 % enregistre une hausse de 2 points.
Un taux qui passe de 3,4 % à 3,3 % subit une baisse de 0,1 point.

Le taux de variation

Une **variation absolue** est l'évolution d'une valeur entre deux repères. C'est la différence entre la valeur finale et la valeur initiale.

$$\text{Variation absolue} = \text{Valeur finale} - \text{Valeur initiale}$$

Exemple : Le prix d'un pantalon passe de 125 € à 115 €. Il baisse de 10 €.

$$\text{Variation absolue} = 115 \text{ €} - 125 \text{ €} = -10 \text{ €}$$

Une **variation relative** est calculée grâce à un taux de variation qui s'exprime en pourcentage.

$$\text{Taux de variation} = \frac{\text{Valeur finale} - \text{Valeur initiale}}{\text{Valeur initiale}}$$

Exemple : Le prix du pantalon baisse de 8 %.

$$\text{Taux de variation} = \frac{115 \text{ €} - 125 \text{ €}}{125 \text{ €}} = -0,08 = -8 \%$$

Calculer une hausse

Augmenter une valeur de x % correspond à la multiplier par $\left(1 + \frac{x}{100}\right)$.

Exemple : Une chemise à 20 € voit son prix augmenter de 30 %. Son nouveau prix est de 26 €.

$$\text{Nouveau prix de la chemise} = 20 \text{ €} \times \left(1 + \frac{30}{100}\right) = 20 \text{ €} \times 1,3 = 26 \text{ €}$$

Calculer une baisse

Diminuer une valeur de x % correspond à la multiplier par $\left(1 - \frac{x}{100}\right)$.

Exemple : Une chemise à 20 € voit son prix baisser de 20 %. Son nouveau prix est de 16 €.

$$\text{Nouveau prix de la chemise} = 20 \text{ €} \times \left(1 - \frac{20}{100}\right) = 20 \text{ €} \times 0,8 = 16 \text{ €}$$

Calcul de variations successives

Si une valeur enregistre des variations successives, il faut la multiplier par les taux de variation qui correspondent à chacune des évolutions.

Exemple : Le chiffre d'affaires d'une entreprise est de 150 000 €. Il augmente de 3 % en janvier puis de 4 % en février et enregistre une baisse de 5 % en mars. À la fin du mois de mars, son chiffre d'affaires est de 152 646 €.

$$\text{CA fin mars} = 150\,000 \text{ €} \times 1,04 \times 1,03 \times 0,95 = 152\,646 \text{ €}$$

Attention

Une hausse de x % n'est pas compensée par une baisse de x %.

Exemple : Le prix d'un objet est de 100 €. Il augmente de 20 % puis baisse de 20 %. Au final, son prix n'est pas de 100 € mais de 96 € (soit $100 \text{ €} \times 1,20 \times 0,8$).

Exercice 1

1. Un libraire accorde une remise de 5 % sur les nouveaux romans. Quel est le prix, après réduction, d'un livre à 12,00 € ?

.....
.....
.....
.....

2. Un marchand propose une offre promotionnelle sur les kiwis. Un kiwi vaut 2 €. Pour 3 kiwis achetés, le quatrième est offert. Quel est le montant, en pourcentage, de la réduction accordée ?

.....
.....
.....
.....

3. Un magasin propose un pull à 65,00 € après une réduction de 30 %. Quel était le prix de ce pull avant la réduction ?

.....
.....
.....
.....

4. Une pizzeria organise une semaine promotionnelle. Pendant une semaine, les prix de toutes les pizzas sont baissés de 9 %. La semaine suivante, les prix sont à nouveau augmentés de 9 %. Décrivez l'évolution sur les deux semaines d'une pizza à 11,00 €. Quel est son prix final ?

.....
.....
.....
.....

Corrigé 1

1. Le livre

Prix de départ = 12,00 € Réduction = 5 %

$$\begin{aligned}\text{Nouveau prix} &= \text{Prix de départ} \times \left(1 - \frac{5}{100}\right) \\ &= 12,00 \text{ €} \times 0,95 \\ &= 11,40 \text{ €}\end{aligned}$$



Le nouveau prix du livre est de 11,40 €.

2. Les kiwis

Un kiwi vaut 2 €.

Sans la réduction, 4 kiwis valent 8 € (soit 4×2 €).

Avec la réduction, 4 kiwis valent 6 € (soit 3×2 €).

$$\text{Taux de réduction} = \frac{6 \text{ €} - 8 \text{ €}}{8 \text{ €}} = -25 \%$$

La promotion de 4 kiwis pour le prix de 3 revient à une remise de 25 % sur un lot de 4 kiwis.

3. Le pull

Nouveau prix = 65,00 € Réduction = 30 %

Nouveau prix = Prix de départ $\times 0,70$

Donc

$$\text{Prix de départ} = \frac{\text{Nouveau prix}}{0,70} = \frac{65,00 \text{ €}}{0,70} = 92,86 \text{ €}$$

Le prix du pull, avant réduction, était de 92,86 €.



4. La pizza

Prix de départ = 11,00 € Baisse du prix de 9 %

Prix intermédiaire = $11,00 \text{ €} \times 0,91 = 10,01 \text{ €}$

Pendant la semaine promotionnelle, le prix de la pizza est de 10,01 €.

Prix intermédiaire = 10,01 € Hausse du prix de 9 %

Prix final de la pizza = $10,01 \text{ €} \times 1,09 = 10,91 \text{ €}$

La semaine suivante, la pizza vaut 10,91 €, soit un prix inférieur à son prix de départ.



L'évolution du prix de la pizza peut être calculée directement :

$$\text{Prix final} = 11,00 \text{ €} \times 0,91 \times 1,09 = 10,91 \text{ €}$$



Fiche 2. Les taux d'intérêt

L'intérêt est le **revenu** d'un capital placé pendant une période déterminée.

Notations

C_0 : Capital initial placé

C_n : Capital obtenu au bout de n années

n : Durée du placement en années

i : Taux d'intérêt

I : Montant total des intérêts

Les intérêts simples

Un placement produit des intérêts simples quand les intérêts sont calculés uniquement sur le capital et qu'ils ne viennent pas s'ajouter au capital à la fin de l'année. Dans ce cas, les intérêts sont versés tous les ans.

$$I = C_0 \times i \times n$$

Le montant acquis au bout de n années est de $C_n = C_0 + I$

Exemple :

Une entreprise place 10 000 € pendant 2 ans à 5 %. Ce placement produit des intérêts simples. Le montant des intérêts est de 1 000 €.

$$I = 10\,000 \text{ €} \times 0,05 \times 2 = 1\,000 \text{ €}$$

Au bout de deux ans, l'entreprise récupère 11 000 €.

$$C_2 = 10\,000 \text{ €} + 1\,000 \text{ €}$$

Les intérêts composés

Un placement produit des intérêts composés quand, à la fin de chaque année, les intérêts calculés viennent s'additionner au capital initial. On parle alors de **capitalisation** : les intérêts produisent eux-mêmes des intérêts.

$$C_n = C_0 \times (1 + i)^n$$

Exemple :

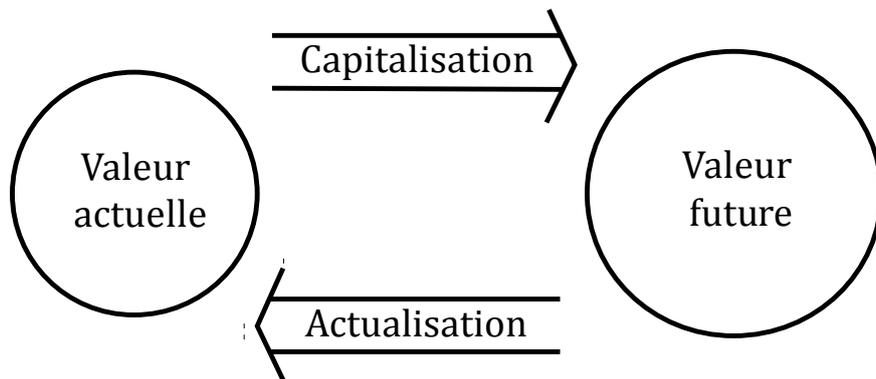
Une entreprise place 10 000 € pendant 2 ans à 5 %. Ce placement produit des intérêts composés.

L'entreprise récupère 11 025 € au bout de deux ans.

$$C_2 = 10\,000 \text{ €} \times 1,05^2 = 11\,025 \text{ €}$$

L'actualisation

L'actualisation est l'effet inverse de la capitalisation. L'actualisation permet de déterminer la valeur présente d'une valeur future. Pour cela, on utilise un taux d'intérêt appelé le **taux d'actualisation**. Il est aussi noté i .



Le taux d'actualisation est en quelque sorte le prix du temps.

L'actualisation cherche à déterminer la somme qu'il faut placer aujourd'hui pour obtenir un capital déterminé au bout de n années.

$$C_0 = C_n \times (1 + i)^{-n}$$

Exemple :

Une entreprise souhaite disposer d'un capital de 25 000 € dans 5 ans à un taux de 4 %. Elle doit donc placer maintenant la somme de 20 548,18 €.

$$C_0 = 25\,000 \text{ €} \times 1,04^{-5} = 20\,548,18 \text{ €}$$

Exercice 2

Vous êtes responsable d'une société de location de voitures. Votre entreprise disposant d'une forte trésorerie, vous cherchez des solutions de placements avantageuses. (Tous les résultats seront arrondis à l'euro près.)

1. Vous souhaitez placer 30 000 € pendant 3 ans à 4 % mais vous voulez récupérer les intérêts à la fin de chaque année. Quelle somme allez-vous obtenir au bout des 3 ans ?

.....
.....
.....
.....
.....
.....

2. Dans 6 ans, vous prévoyez un investissement de 125 000 €. Quelle somme devez-vous placer aujourd'hui pour obtenir ce montant au taux d'actualisation de 5 % ?

.....
.....
.....
.....
.....
.....

3. Vous voulez placer 13 254 € pendant 4 ans à 6 %. Cette fois, vous acceptez un placement qui produit des intérêts composés. De combien pourrez-vous disposer dans 4 ans ?

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Corrigé 2

1. Intérêts simples

$$C_0 = 30\,000 \text{ €} \quad n = 3 \text{ ans} \quad i = 4 \%$$

$$I = C_0 \times i \times n$$

$$I = 30\,000 \text{ €} \times 0,04 \times 3 = 3\,600 \text{ €}$$

$$C_n = C_0 + I$$

$$C_3 = 30\,000 \text{ €} + 3\,600 \text{ €} = 33\,600 \text{ €}$$

Au bout de 3 ans, vous allez récupérer 33 600 €.

2. Actualisation

$$C_n = 125\,000 \text{ €} \quad n = 6 \text{ ans} \quad i = 5 \%$$

$$C_0 = C_n \times (1 + i)^{-n}$$

$$C_0 = 125\,000 \text{ €} \times 1,05^{-6} = 93\,277 \text{ €}$$

Vous devez placer 93 277 € pour obtenir 125 000 € dans 6 ans.

3. Intérêts composés

$$C_0 = 13\,254 \text{ €} \quad n = 4 \text{ ans} \quad i = 6 \%$$

$$C_n = C_0 \times (1 + i)^n$$

$$C_4 = 13\,254 \text{ €} \times 1,06^4 = 16\,733 \text{ €}$$

Au bout de 4 ans, vous allez récupérer la somme de 16 733 €.

