

# Table des matières

1 Les fonctions . . . . .	15
1.1 Ensembles de nombres - Règles de calcul . . . . .	16
1.2 Rappels généraux sur les fonctions . . . . .	20
1.3 Les fonctions usuelles. . . . .	30
1.4 Transformations géométriques de graphes. . . . .	55
2 Trigonométrie . . . . .	61
2.1 Les angles et le cercle trigonométrique . . . . .	62
2.2 Définition des fonctions trigonométriques. . . . .	63
2.3 Des formules importantes . . . . .	67
2.4 Graphes des fonctions trigonométriques. . . . .	77
3 Nombres complexes . . . . .	83
3.1 Définition et propriétés. . . . .	83
3.2 Forme algébrique d'un nombre complexe . . . . .	84
3.3 Forme trigonométrique d'un nombre complexe . . . . .	87
3.4 Forme exponentielle d'un nombre complexe. . . . .	91
3.5 Formules de Moivre et d'Euler. . . . .	93
3.6 Equations du second degré. . . . .	94
3.7 Transformations géométriques dans le plan complexe . . . . .	97
4 Limites et fonctions continues . . . . .	99
4.1 Définition des limites . . . . .	99
4.2 Opérations sur les limites . . . . .	105
4.3 Calcul de limites en cas de formes indéterminées. . . . .	109
4.4 Application des limites. . . . .	115
4.5 Fonctions continues . . . . .	119

5	Dérivation . . . . .	125
5.1	Généralités . . . . .	125
5.2	Applications des dérivées. . . . .	136
6	Fonctions rationnelles . . . . .	155
6.1	Polynômes . . . . .	155
6.2	Décomposition d'une fonction rationnelle en éléments simples . . . . .	159
7	Développements limités . . . . .	167
7.1	Définition . . . . .	167
7.2	Théorème de Taylor-Young . . . . .	169
7.3	Calcul du développement limité des fonctions usuelles . . . . .	170
7.4	Opérations sur les développements limités . . . . .	172
7.5	Application des développements limités . . . . .	177
8	Intégrales . . . . .	181
8.1	Définition d'intégrale. . . . .	181
8.2	Méthodes d'intégration. . . . .	188
8.3	Applications . . . . .	199
9	Équations différentielles . . . . .	205
9.1	Introduction . . . . .	206
9.2	Équations linéaires . . . . .	206
9.3	Applications physiques. . . . .	215
9.4	Équations à variables séparables. . . . .	217
10	Transformées de Laplace . . . . .	221
10.1	Définition . . . . .	221
10.2	Propriétés de la transformée de Laplace . . . . .	224
10.3	Transformée de Laplace inverse . . . . .	234
10.4	Applications des transformées de Laplace . . . . .	236
11	Matrices et systèmes linéaires . . . . .	239
11.1	Définition de matrice . . . . .	239
11.2	Calcul matriciel . . . . .	241
11.3	Déterminant d'une matrice . . . . .	244
11.4	Résolution de systèmes linéaires . . . . .	248
11.5	Inverse d'une matrice . . . . .	251
11.6	Applications géométriques . . . . .	253

---

12 Suites et séries numériques . . . . .	.257
12.1 Suites numériques . . . . .	.257
12.2 Définition de série . . . . .	.268
12.3 Critères de convergence . . . . .	.271
12.4 Séries entières . . . . .	.277
12.5 Appendice : le paradoxe de Zénon . . . . .	.279
13 Transformées en $z$ . . . . .	.281
13.1 Définition . . . . .	.281
13.2 Propriétés . . . . .	.283
13.3 Équations aux différences . . . . .	.292
14 Séries de Fourier . . . . .	.295
14.1 Définition de la série de Fourier . . . . .	.295
14.2 Convergence de la série de Fourier . . . . .	.298
14.3 Propriétés . . . . .	.302
14.4 Applications : énergie, spectre . . . . .	.308
15 Fonctions de plusieurs variables . . . . .	.311
15.1 Définition et représentation du domaine de définition . . . . .	.312
15.2 Le graphe d'une fonction à deux variables . . . . .	.323
15.3 Continuité et différentiabilité . . . . .	.330
16 Intégrales doubles . . . . .	.337
16.1 Définition d'une intégrale double . . . . .	.337
16.2 Théorème de Fubini-Tonelli . . . . .	.339
16.3 Changement de variables dans une intégrale double . . . . .	.347
17 Outils logiciels . . . . .	.355
17.1 Introduction . . . . .	.355
17.2 Fonctions à une variable . . . . .	.363
17.3 Calcul trigonométrique . . . . .	.366
17.4 Calcul dans les complexes . . . . .	.367
17.5 Calcul de limites et dérivées . . . . .	.368
17.6 Calcul polynômial . . . . .	.369
17.7 Analyse numérique : zéros d'une fonction . . . . .	.369
17.8 Calcul de développements limités . . . . .	.374
17.9 Calcul d'intégrales . . . . .	.375
17.10 Analyse numérique : calcul d'une intégrale . . . . .	.376
17.11 Équations différentielles . . . . .	.382

---

17.12 Analyse numérique : solution d'une équation différentielle . . . . .	383
17.13 Transformées de Laplace. . . . .	387
17.14 Calcul matriciel . . . . .	388
17.15 Suites et séries . . . . .	390
17.16 Transformée en $z$ . . . . .	392
17.17 Séries de Fourier . . . . .	393
17.18 Fonctions de deux variables . . . . .	393
17.19 Intégrales doubles . . . . .	396
A Corrigés des exercices guidés . . . . .	397
B Corrigés des exercices . . . . .	451