

# Table des matières

<b>A</b>	<b>Transformation de Fourier</b>	<b>11</b>
<b>I</b>	<b>Signaux et spectres</b>	<b>12</b>
I.1	Transformation de Fourier . . . . .	13
I.1.1	Définitions . . . . .	13
I.1.2	Fonctions admettant une transformée de Fourier . . . . .	16
I.1.3	Propriétés élémentaires . . . . .	19
I.1.4	Séries de Fourier . . . . .	23
I.2	Quelques signaux courants . . . . .	25
I.2.1	Créneau ou fonction rectangle . . . . .	25
I.2.2	Fonction triangle . . . . .	26
I.2.3	Gaussienne . . . . .	26
I.2.4	Echelon ou fonction de Heaviside . . . . .	28
I.2.5	Sinus cardinal . . . . .	29
I.3	Impulsions et fonction de Dirac . . . . .	30
I.3.1	Phénomènes ponctuels . . . . .	30
I.3.2	Fonction de Dirac . . . . .	31
I.3.3	Propriétés de la fonction de Dirac . . . . .	34
I.3.4	Autres fonctions impulsionnelles . . . . .	36
<b>II</b>	<b>Transformées de Fourier usuelles</b>	<b>41</b>
II.1	Propriétés générales . . . . .	45
II.2	Calcul des transformées de Fourier . . . . .	46
II.2.1	Intégrales convergentes . . . . .	46
II.2.2	Intégrales non convergentes et fonctions de Dirac . . . . .	47
<b>III</b>	<b>Propriétés fondamentales</b>	<b>50</b>
III.1	Changements d'échelle . . . . .	50
III.2	Produit de convolution . . . . .	52
III.2.1	Définition . . . . .	52
III.2.2	Transformée de Fourier . . . . .	54
III.2.3	Application aux systèmes linéaires et invariants . . . . .	55
III.3	Corrélation . . . . .	57
III.4	Puissance, énergie . . . . .	59
III.5	Dérivation . . . . .	60
III.6	Transformation en dimension 2 et 3 . . . . .	62
<b>IV</b>	<b>Applications</b>	<b>64</b>
IV.1	Mesures . . . . .	64
IV.1.1	Largeurs effectives et d'auto-corrélation . . . . .	64

IV.1.2	Largeur et écart-type . . . . .	68
IV.2	Traitement du signal . . . . .	74
IV.2.1	Filtres . . . . .	75
IV.2.2	Détection synchrone et modulation . . . . .	79
IV.3	Optique . . . . .	82
IV.3.1	Ouvertures . . . . .	82
IV.3.2	Spectromètre à transformée de Fourier, apodisation . . . . .	86
<b>V</b>	<b>Méthodes numériques</b>	<b>90</b>
V.1	Echantillonnage . . . . .	90
V.2	Transformation de Fourier discrète . . . . .	93
	<b>Exercices</b>	<b>98</b>
<b>B</b>	<b>Algèbre et mécanique quantique</b>	<b>101</b>
<b>VI</b>	<b>Espaces de Hilbert</b>	<b>102</b>
VI.1	Définitions et propriétés . . . . .	103
VI.1.1	Espaces de Hilbert . . . . .	103
VI.1.2	Produit scalaire . . . . .	104
VI.1.3	Bases . . . . .	105
VI.2	Opérateurs . . . . .	108
VI.2.1	Définition . . . . .	108
VI.2.2	Kets et valeurs propres . . . . .	111
VI.2.3	Produit extérieur et projecteurs . . . . .	112
VI.2.4	Opérateurs et produit scalaire . . . . .	116
VI.3	Produit tensoriel . . . . .	124
<b>VII</b>	<b>Applications en mécanique quantique</b>	<b>129</b>
VII.1	Postulats de la mécanique quantique . . . . .	129
VII.2	Etats et mesure . . . . .	136
VII.2.1	Phase . . . . .	136
VII.2.2	Etats discernables . . . . .	138
VII.2.3	Valeur moyenne . . . . .	138
VII.2.4	Variance et écart-type . . . . .	139
VII.2.5	Espaces produits tensoriels . . . . .	141
VII.2.6	Espaces de fonctions . . . . .	146
VII.3	Information quantique . . . . .	146
VII.3.1	Bits quantiques et opérateurs . . . . .	147
VII.3.2	Cryptographie quantique . . . . .	150
VII.3.3	Duplication ou clonage de qubits . . . . .	156
VII.3.4	Téléportation . . . . .	157
	<b>Exercices</b>	<b>162</b>

---

<b>C</b>	<b>Equations aux dérivées partielles</b>	<b>164</b>
<b>VIII</b>	<b>Définitions et classification</b>	<b>165</b>
VIII.1	Notations . . . . .	165
VIII.2	Equations aux dérivées partielles usuelles . . . . .	168
VIII.3	Classification . . . . .	168
VIII.4	Conditions initiales et aux limites . . . . .	170
VIII.4.1	Unicité des solutions . . . . .	171
<b>IX</b>	<b>Méthodes de résolution</b>	<b>172</b>
IX.1	Solutions générales . . . . .	172
IX.1.1	Propagation . . . . .	172
IX.2	Séparation des variables . . . . .	173
IX.2.1	Diffusion . . . . .	174
IX.2.2	Equation de Laplace . . . . .	178
IX.3	Fonctions propres . . . . .	183
IX.3.1	Diffusion avec terme source ou puits . . . . .	184
IX.4	Transformations intégrales . . . . .	187
IX.4.1	Diffusion dans un milieu infini - transformation de Fourier . . .	187
IX.4.2	Diffusion dans un milieu semi-infini - transformation de Laplace	189
	<b>Exercices</b>	<b>193</b>
	<b>Annexes</b>	<b>195</b>
1	Transformation de Laplace	195
2	Corrigés des exercices	197
	Table des figures	206
	Liste des tables	209
	Index	210