

Puissances de 10 et ordre de grandeur



Quand on ne sait pas !

■ $10^a \times 10^b = 10^{a+b}$.

EXEMPLE 1 $10^3 \times 10^{-4} = 10^{3-4} = 10^{-1}$

■ $10^0 = 1$ et $10^1 = 10$.

■ La forme de l'écriture scientifique est : $a \times 10^n$ ($1 \leq a < 10$ et n est un entier relatif).

■ L'ordre de grandeur d'une valeur est la puissance de 10 la plus proche de cette valeur.

EXEMPLE 2 L'ordre de grandeur de 4×10^3 est 10^3 et l'ordre de grandeur de 6×10^3 est 10^4 .

Que faire ?

■ Pour déterminer l'ordre de grandeur d'un nombre.

▶ Utiliser le tableau de conversions suivant pour avoir l'unité demandée :

Préfixe	Symbole	Valeur
femto	f	10^{-15}
pico	p	10^{-12}
nano	n	10^{-9}
micro	μ	10^{-6}
milli	m	10^{-3}
centi	c	10^{-2}
déci	d	10^{-1}

Préfixe	Symbole	Valeur
deca	da	10^1
hecto	h	10^2
kilo	k	10^3
méga	M	10^6
giga	G	10^9
téra	T	10^{12}
péta	P	10^{15}

- ▶ Déterminer l'écriture scientifique de ce nombre (forme $a \times 10^n$) :
 - Si $1 \leq a < 5$, on a l'ordre de grandeur en remplaçant a par 1.
 - Si $5 < a < 10$, on a l'ordre de grandeur en remplaçant a par 10.

Conseils

- Commencer par la conversion de l'unité en remplaçant l'unité par sa puissance de 10 correspondante.
- Écrire le nombre devant l'unité en écriture scientifique.
- Rassembler les puissances de 10 pour n'en laisser qu'une.
- Trouver ensuite l'ordre de grandeur.

Exemple traité

Chercher les ordres de grandeur en mètres des deux longueurs ci-dessous :

1 Distance Terre-Lune : $D_{T-L} = 384000$ km

2 Taille d'un acarien : $T_A = 0,65$ mm.

► SOLUTION

1 $D_{T-L} = 384000$ km.

On commence par convertir l'unité en utilisant le tableau de conversion :

$$1 \text{ km} = 10^3 \text{ m.}$$

On trouve $D_{T-L} = 384000 \times 10^3$ m.

On écrit le nombre devant en écriture scientifique :

$$384000 = 3,84 \times 10^5.$$

On obtient $D_{T-L} = 3,84 \times 10^5 \times 10^3$ m.

On rassemble les puissances de 10 : $10^5 \times 10^3 = 10^8$, ce qui donne :

$$D_{T-L} = 3,84 \times 10^8 \text{ m.}$$

On trouve ensuite l'ordre de grandeur : comme $3,84 < 5$, on remplace 3,84 par

1 et ainsi $D_{T-L} \approx 1 \times 10^8 \text{ m} = 10^0 \times 10^8$ m.

On trouve ainsi $D_{T-L} \approx 10^8$ m.

L'ordre de grandeur de la distance Terre-Lune est 10^8 m.

2 $T_A = 0,65$ mm.

On commence par convertir l'unité en utilisant le tableau de conversion :

$$1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m.}$$

On trouve $T_A = 0,65 \times 10^{-3}$ m.

On écrit le chiffre devant en écriture scientifique : $0,65 = 6,5 \times 10^{-1}$.

On obtient $T_A = 6,5 \times 10^{-1} \times 10^{-3}$ m.

On rassemble les puissances de 10 : $10^{-1} \times 10^{-3} = 10^{-4}$, ce qui donne : $T_A = 6,5 \times 10^{-4}$ m.

On trouve ensuite l'ordre de grandeur : comme $6,5 > 5$, on compte $6,5 \approx 10$ et ainsi $T_A \approx 10 \times 10^{-4}$ m = $10^1 \times 10^{-4}$ m

On trouve ainsi $T_A \approx 10^{-3}$ m.

L'ordre de grandeur de la taille d'un acarien est 10^{-3} m.

Exercices

EXERCICE 1.1 Convertir les longueurs suivantes en mètres et donner leur écriture scientifique :

1 Rayon d'un atome d'Hydrogène : $R_H = 1,5$ fm.

2 Hauteur de la Tour Eiffel : $H = 3,13$ hm.

3 Distance Terre-Soleil : $D_{T,S} = 0,150$ Tm.

4 Diamètre d'un cheveu : $D_C = 60$ μm .

EXERCICE 1.2 Reprendre l'exercice précédent en cherchant les ordres de grandeur.

EXERCICE 1.3 Les deux longueurs ci-dessous sont-elles du même ordre de grandeur ?

1 Distance Paris-Toulon : $D_{P,T} = 694$ km.

2 Rayon de la Lune : $R_L = 1,737$ Mm.

EXERCICE 1.4 On donne plusieurs longueurs :

- a. Distance Terre-Lune : $d_1 = 384 \text{ Mm}$
- b. Taille d'un virus : $d_2 = 0,08 \text{ }\mu\text{m}$
- c. Hauteur de la statue de la liberté : $d_3 = 93 \text{ m}$
- d. Diamètre de la Terre : $d_4 = 0,04 \text{ Gm}$
- e. Diamètre cellule eucaryote : $d_5 = 2000 \text{ nm}$
- f. Diamètre du système solaire : $d_6 = 20000 \text{ milliards de km}$

- 1 Convertir ces grandeurs en mètres.
- 2 Écrire les grandeurs obtenues en écriture scientifique.
- 3 Donner leurs ordres de grandeur.

EXERCICE 1.5 Les deux longueurs ci-dessous sont-elles du même ordre de grandeur ?

- 1 Diamètre d'un atome d'Aluminium : $L_1 = 0,00000024 \text{ mm}$.
- 2 Diamètre d'un virus : $L_2 = 20 \text{ nm}$.
Sinon, indiquer le facteur entre les deux longueurs.

EXERCICE 1.6 Les deux longueurs ci-dessous sont-elles du même ordre de grandeur ?

- 1 Hauteur de l'Everest : $H_1 = 8848000 \text{ mm}$.
- 2 Fosse des Mariannes (dans le Pacifique) : $H_2 = 11,034 \text{ km}$.
Sinon, indiquer le facteur entre les deux longueurs.

EXERCICE 1.7 On donne plusieurs longueurs :

- a. Distance Nantes-Lille : $d_1 = 0,508 \text{ Mm}$
- b. Distance Soleil-Mars : $d_2 = 227,9 \text{ Gm}$
- c. Taille d'une fourmi : $d_3 = 1,3 \text{ mm}$
- d. Taille d'un œil de mouche : $d_4 = 12 \text{ }\mu\text{m}$

- 1 Convertir ces grandeurs en mètres.
- 2 Écrire les grandeurs obtenues en écriture scientifique.
- 3 Donner leurs ordres de grandeur.

- 4 Quel objet a le même ordre de grandeur qu'un objet dont la longueur est 5 100 nm ?

EXERCICE 1.8 Compléter le tableau suivant :

Écriture décimale	Écriture scientifique	Ordre de grandeur
212		
	$8,51 \times 10^{-4}$	10^{-4}
0,000 001 572		
	$1,24 \times 10^{10}$	
857 210		
	$5,87 \times 10^{-1}$	

Pour vous aider à démarrer

EXERCICE 1.1 Utiliser le tableau de conversion de la partie « Que faire ? »

EXERCICE 1.2 Le chiffre de l'écriture scientifique est-il plus petit ou plus grand que 5 ?

EXERCICE 1.3 Reprendre la démarche de l'exemple traité.

EXERCICE 1.4 1 milliard = 10^9 m.

EXERCICE 1.5 Il faut faire le quotient des deux ordres de grandeur pour avoir le facteur entre les deux.

EXERCICE 1.6 Il faut faire le quotient des deux ordres de grandeur pour avoir le facteur entre les deux.

EXERCICE 1.7 Pour comparer avec l'objet de la question 4, il faut d'abord donner l'ordre de grandeur de l'objet.

EXERCICE 1.8 Attention au signe des puissances pour écrire les nombres en écriture décimale.



Solutions des exercices

EXERCICE 1.1

- 1 Rayon d'un atome d'Hydrogène : $R_H = 1,5 \text{ fm}$.
 $1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$ donc $R_H = 1,5 \times 10^{-15} \text{ m}$.
- 2 Hauteur de la Tour Eiffel : $H = 3,13 \text{ hm}$.
 $1 \text{ hm} = 10^2 \text{ m}$ donc $H = 3,13 \times 10^2 \text{ m}$.
- 3 Distance Terre-Soleil : $D_{T,S} = 0,150 \text{ Tm}$.
 $1 \text{ Tm} = 10^{12} \text{ m}$ donc $D_{T,S} = 0,150 \times 10^{12} \text{ m}$.
 $0,150 = 1,50 \times 10^{-1}$ donc $D_{T,S} = 1,50 \times 10^{-1} \times 10^{12} \text{ m}$
On peut conclure $D_{T,S} = 1,50 \times 10^{11} \text{ m}$.
- 4 Diamètre d'un cheveu : $D_C = 60 \text{ }\mu\text{m}$.
 $1 \text{ }\mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m}$ donc $D_C = 60 \times 10^{-6} \text{ m}$.
 $60 = 6,0 \times 10^1$ donc $D_C = 6,0 \times 10^1 \times 10^{-6} \text{ m}$
On peut conclure $D_C = 6,0 \times 10^{-5} \text{ m}$.

EXERCICE 1.2

- 1 Rayon d'un atome d'Hydrogène : $R_H = 1,5 \text{ fm}$.
On a trouvé $R_H = 1,5 \times 10^{-15} \text{ m}$.
 $1,5 < 5$ donc l'ordre de grandeur du rayon d'un atome d'Hydrogène est : 10^{-15} m .
- 2 Hauteur de la Tour Eiffel : $H = 3,13 \text{ hm}$.
On a trouvé $H = 3,13 \times 10^2 \text{ m}$.
 $3,13 < 5$ donc l'ordre de grandeur de la hauteur de la Tour Eiffel est : 10^2 m .
- 3 Distance Terre-Soleil : $D_{T,S} = 0,150 \text{ Tm}$.
On a trouvé $D_{T,S} = 1,50 \times 10^{11} \text{ m}$.
 $1,50 < 5$ donc l'ordre de grandeur de la distance Terre-Soleil est : 10^{11} m .
- 4 Diamètre d'un cheveu : $D_C = 60 \text{ }\mu\text{m}$.
On a trouvé $D_C = 6,0 \times 10^{-5} \text{ m}$.
 $6 > 5$ donc l'ordre de grandeur du diamètre d'un cheveu est : 10^{-4} m .

EXERCICE 1.3 On commence par chercher les ordres de grandeur de chacun pour les comparer.

1 Distance Paris-Toulon : $D_{P-T} = 694$ km.

$1 \text{ km} = 10^3 \text{ m}$ donc $D_{P-T} = 694 \times 10^3 \text{ m}$.

$694 = 6,94 \times 10^2$ donc $D_{P-T} = 6,94 \times 10^2 \times 10^3 \text{ m}$

Ainsi $D_{P-T} = 6,94 \times 10^5 \text{ m}$.

Comme $6,94 > 5$, $D_{P-T} \approx 10 \times 10^5 \text{ m} = 10^6 \text{ m}$.

L'ordre de grandeur de la distance Paris-Toulon est 10^6 m .

2 Rayon de la Lune : $R_L = 1,737$ Mm.

$1 \text{ Mm} = 10^6 \text{ m}$ donc $R_L = 1,737 \times 10^6 \text{ m}$.

1,737 est une écriture scientifique.

Ainsi $R_L = 1,737 \times 10^6 \text{ m}$.

Comme $1,737 < 5$, $R_L \approx 1 \times 10^6 \text{ m}$.

L'ordre de grandeur du rayon de la Lune est 10^6 m .

Les deux longueurs ont le même ordre de grandeur.

EXERCICE 1.4

1 a. Distance Terre-Lune : $d_1 = 384$ Mm.

$1 \text{ Mm} = 10^6 \text{ m}$ donc $d_1 = 384 \times 10^6 \text{ m}$.

b. Taille d'un virus : $d_2 = 0,08$ μm .

$1 \mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m}$ donc $d_2 = 0,08 \times 10^{-6} \text{ m}$.

c. Hauteur de la statue de la liberté : $d_3 = 93$ m.

Cette grandeur est déjà en mètres.

d. Diamètre de la Terre : $d_4 = 0,04$ Gm.

$1 \text{ Gm} = 10^9 \text{ m}$ donc $d_4 = 0,04 \times 10^9 \text{ m}$.

e. Diamètre cellule eucaryote : $d_5 = 2000$ nm.

$1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$ donc $d_5 = 2000 \times 10^{-9} \text{ m}$.

f. Diamètre du système solaire : $d_6 = 20000$ milliards de km.

$1 \text{ km} = 10^3 \text{ m}$ et $1 \text{ milliard} = 10^9$ donc : $d_6 = 20000 \times 10^9 \times 10^3 \text{ m}$

- 2** a. $d_1 = 384 \times 10^6$ m et $384 = 3,84 \times 10^2$
donc $d_1 = 3,84 \times 10^2 \times 10^6 = 3,84 \times 10^8$ m.
- b. $d_2 = 0,08 \times 10^{-6}$ m et $0,08 = 8 \times 10^{-2}$
donc $d_2 = 8 \times 10^{-2} \times 10^{-6} = 8 \times 10^{-8}$ m.
- c. $d_3 = 93$ m $= 9,3 \times 10^1$ m.
- d. $d_4 = 0,04 \times 10^9$ m et $0,04 = 4 \times 10^{-2}$
donc $d_4 = 4 \times 10^{-2} \times 10^9 = 4 \times 10^7$ m.
- e. $d_5 = 2000 \times 10^{-9}$ m et $2000 = 2 \times 10^3$
donc $d_5 = 2 \times 10^3 \times 10^{-9} = 2 \times 10^{-6}$ m.
- f. $d_6 = 20000 \times 10^9 \times 10^3$ m et $20000 = 2 \times 10^4$
donc $d_6 = 2 \times 10^4 \times 10^9 \times 10^3 = 2 \times 10^{16}$ m.
- 3** a. $3,84 < 5$ donc $d_1 \approx 10^8$ m.
- b. $8 > 5$ donc $d_2 \approx 10 \times 10^{-8}$ m $= 10^{-7}$ m.
- c. $9,3 > 5$ donc $d_3 \approx 10 \times 10^1$ m $= 10^2$ m.
- d. $4 < 5$ donc $d_4 \approx 10^7$ m.
- e. $2 < 5$ donc $d_5 \approx 10^{-6}$ m.
- f. $2 < 5$ donc $d_6 \approx 10^{16}$ m.

EXERCICE 1.5

On commence par chercher les ordres de grandeur (en mètres) de chacun pour les comparer.

- 1** Diamètre d'un atome d'Aluminium : $L_1 = 0,00000024$ mm.

$$1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m} \text{ donc } L_1 = 0,00000024 \times 10^{-3} \text{ m.}$$

$$0,00000024 = 2,4 \times 10^{-7} \text{ donc } L_1 = 2,4 \times 10^{-7} \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\text{Ainsi } L_1 = 2,4 \times 10^{-10} \text{ m.}$$

$$\text{Comme } 2,4 < 5, L_1 \approx 10^{-10} \text{ m.}$$

L'ordre de grandeur du diamètre de l'atome d'Aluminium est :

$$L_1 \approx 10^{-10} \text{ m}$$

- 2** Diamètre d'un virus : $L_2 = 20$ nm.

$$1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m} \text{ donc } L_2 = 20 \times 10^{-9} \text{ m.}$$

$$20 = 2 \times 10^1 \text{ donc } L_2 = 2 \times 10^1 \times 10^{-9} \text{ m.}$$

$$\text{Ainsi } L_2 = 2 \times 10^{-8} \text{ m.}$$