

TABLE DES MATIERES

Avant-propos	9
Chapitre premier. Espace vectoriel complexe	13
§ 1. Dépendance et indépendance linéaires. Rang d'une famille de vecteurs	14
§ 2. Bases et dimension des espaces. Espaces isomorphes	19
§ 3. Sous-espaces	23
§ 4. Espace quotient. Homomorphismes. Alternative de Fredholm	29
§ 5. Opérations avec les homomorphismes	36
§ 6. Fonctionnelles linéaires. Orthogonalité. Systèmes biorthogonaux	45
§ 7. Homomorphisme adjoint et théorie de Fredholm	50
§ 8. Fonctionnelles bilinéaires et produits tensoriels	53
§ 9. Dual complexe. Homomorphismes hermitiens	58
§ 10. Théorie générale de l'orthogonalité	61
§ 11. Topologie	63
§ 12. Théorie des limites. Séries. Eléments de l'analyse infinitésimale	67
Chapitre II. Opérateurs linéaires dans un espace vectoriel complexe	77
§ 1. Algèbre des opérateurs linéaires	77
§ 2. Valeurs propres et vecteurs propres d'un opérateur linéaire. Sous-espaces invariants	82
§ 3. Sous-espaces de racine. Théorème spectral fondamental	88
§ 4. Théorème de Jordan. Classification des opérateurs	94
§ 5. Résolvante et calcul opérationnel	100
§ 6. Opérateurs commutants. Fonctions d'opérateur	107
§ 7. Trace d'un opérateur. Commutants	112
§ 8. Projecteurs et décomposition de l'unité	115
§ 9. Eléments de la théorie des perturbations	121
§ 10. Déterminant de l'opérateur. Commutants de groupe	123
Chapitre III. Fonctionnelles bilinéaires et bilinéaires hermitiennes. Espace unitaire. Opérateurs dans un espace unitaire	126
§ 1. Fonctionnelles bilinéaires et quadratiques	126

§ 2. Fonctionnelles bilinéaires hermitiennes et quadratiques. Loi d'inertie	131
§ 3. Espace unitaire	135
§ 4. Opérateur adjoint. Sous-espaces orthogonalement réduisibles	145
§ 5. Théorie spectrale des opérateurs autoadjoints. Algèbre des orthoprojecteurs	148
§ 6. Théorie spectrale des opérateurs unitaires. Transformation de Cayley. Représentation polaire d'un opérateur	154
§ 7. Théorie spectrale des opérateurs normaux	159
§ 8. Propriétés extrémales des valeurs propres d'un opérateur autoadjoint	161
§ 9. Théorème de Schur. Nombres singuliers (<i>s</i> -nombres) des opérateurs	164
§ 10. Ensemble hausdorffien d'un opérateur	167
 <i>Chapitre IV. Espaces normés. Fonctionnelles et opérateurs dans les espaces normés</i>	
§ 1. Norme, distance, topologie	170
§ 2. Semi-normes et normes induites	174
§ 3. Ensembles absolument convexes et semi-normes. Semi-normes généralisées	177
§ 4. Théorie de Hahn-Banach	179
§ 5. Isométrie, universalité, injection	183
§ 6. La meilleure approximation	186
§ 7. Ecart entre deux sous-espaces. Espace métrique de sous-espaces	189
§ 8. Opérateurs isométriques et contractions. Théorie ergodique	194
§ 9. Norme et rayon spectral d'un opérateur	198
§ 10. Normes dans l'espace des opérateurs	201
§ 11. Inégalités entre les normes des puissances d'un opérateur	205
 <i>Chapitre V. Algèbre multilinéaire et extérieure</i>	
§ 1. Applications multilinéaires et tenseurs	207
§ 2. Tenseurs symétriques et antisymétriques. Théorie des déterminants	211
§ 3. Produits extérieurs et formes extérieures	214
§ 4. Puissances tensorielles et extérieures d'un opérateur	219
§ 5. Volume d'une famille de vecteurs. Existence de la base d'Auerbach	221
§ 6. Normes dans les produits tensoriels d'espaces	224
§ 7. Polynômes et séries entières formels de plusieurs variables	225
 <i>Chapitre VI. Espace vectoriel réel</i>	
§ 1. Complexification	231

§ 2. Décomplexification	235
§ 3. Opérateurs dans un espace réel	238
§ 4. Applications différentiables. Normes lisses	242
§ 5. Différentiation des fonctions dépendant d'un opérateur	247
§ 6. Théorème de Steinitz sur les séries vectorielles	251
<i>Chapitre VII. Ensembles convexes dans un espace réel</i>	<i>252</i>
§ 1. Coins et cônes	252
§ 2. Ensembles convexes	257
§ 3. Théorèmes de séparation	260
§ 4. Points extrémaux	264
§ 5. Inégalités entre les valeurs propres et les nombres singuliers	267
§ 6. Ensembles convexes dans les problèmes de localisation du spectre des opérateurs autoadjoints	271
§ 7. Normes unitairement invariantes et corps symétriques convexes	274
<i>Chapitre VIII. Espaces ordonnés</i>	<i>280</i>
§ 1. Relations d'ordre dans un espace vectoriel.	280
§ 2. Théorie des inégalités linéaires	283
§ 3. Problèmes linéaires et convexes d'extrémum	289
§ 4. Problèmes d'extrémum dans l'espace des opérateurs	297
§ 5. Opérateurs monotones	301
§ 6. Relations d'ordre dans l'espace des opérateurs	305
§ 7. Espace ordonné des opérateurs autoadjoints	307
§ 8. Opérateurs positifs et inégalités pour les valeurs propres	310
§ 9. Fonctions monotones et convexes d'un opérateur autoadjoint	313
<i>Chapitre IX. Extensions des opérateurs</i>	<i>317</i>
§ 1. Opérateurs linéaires agissant d'un sous-espace d'un espace vectoriel	317
§ 2. Opérateurs linéaires agissant d'un sous-espace d'un espace unitaire	320
§ 3. Opérateur inverse généralisé	323
§ 4. Théorie des extensions des opérateurs hermitiens et isométriques	325
§ 5. Extensions autoadjointes conservant la norme	328
§ 6. Spectres des extensions autoadjointes et unitaires	332
§ 7. Extensions quasi autoadjointes et quasi unitaires	339
§ 8. Représentation triangulaire par blocs des opérateurs de rang de non-autoadjointicité non nul	345
§ 9. Problème des moments	348
<i>Chapitre X. Certaines classes spéciales d'opérateurs</i>	<i>352</i>
§ 1. Opérateurs dissipatifs et contraction dans un espace euclidien	352

§ 2. Ensembles spectraux	355
§ 3. Problème abstrait de Cauchy et familles d'opérateurs dans un espace normé qui s'y rapportent	358
§ 4. Pseudo-métrie	363
§ 5. Opérateurs pseudo-autoadjoints et pseudo-unitaires	365
§ 6. Sous-espaces invariants des opérateurs pseudo-autoadjoints et pseudo-unitaires	367
§ 7. Faisceau quadratique d'opérateurs autoadjoints	371
§ 8. Transformations homographiques dont les coefficients sont des opérateurs	372
Dictionnaire des notions générales	376
Index des principales notations	379
Auteurs des théorèmes cités	381
Bibliographie	382
Index alphabétique	394