

Table des matières

1	Introduction	15
2	Quatorze axiomes	17
2.1	Les axiomes de l'arithmétique	17
2.2	La relation d'ordre	20
2.3	L'axiome de la borne supérieure	23
2.4	Exercices	28
3	Nombres irrationnels	31
3.1	Raisonnements par récurrence	31
3.2	Exposants rationnels	35
3.3	Exercices	38
4	Suites numériques	41
4.1	Limite d'une suite	41
4.2	L'infini en analyse	47
4.3	Existence de la limite	48
4.4	Exercices	54
5	Séries numériques	59
5.1	Convergence des séries numériques	59
5.2	Développements décimaux	63
5.3	Exercices	69
6	Fonctions continues	73
6.1	La notion de continuité	73
6.2	Polynômes	77
6.3	Exercices	81

7 Propriétés des fonctions continues	85
7.1 Propriété des ensembles ouverts	85
7.2 Propriété des valeurs intermédiaires	87
7.3 Propriété des valeurs extrêmes	89
7.4 Fonctions inverses	90
7.5 Exercices	92
8 Fonctions dérivables	95
8.1 La dérivée	95
8.2 Calcul des dérivées	97
8.3 Exercices	102
9 Propriétés des fonctions dérivables	105
9.1 Le théorème des accroissements finis	105
9.2 Extremums relatifs et absolus	106
9.3 La règle de L'Hospital	110
9.4 La méthode de Newton	113
9.5 Exercices	116
10 Fonctions convexes	121
10.1 La notion de convexité	121
10.2 Fonctions dérivables convexes	124
10.3 Exercices	126
11 Intégration des fonctions continues	129
11.1 La continuité uniforme	129
11.2 Définition de l'intégrale	131
11.3 Propriétés de l'intégrale	135
11.4 Exercices	137
12 Théorème fondamental du calcul	141
12.1 Le théorème fondamental du calcul	141
12.2 Propriétés supplémentaires de l'intégrale	144
12.3 Exercices	146
13 Logarithme et exponentielle	149
13.1 Le logarithme	149
13.2 La fonction exponentielle	152
13.3 Exposants irrationnels	153
13.4 Les fonctions hyperboliques	155
13.5 Exercices	157

14 Fonctions trigonométriques	161
14.1 Définition des fonctions trigonométriques	161
14.2 Propriétés des fonctions trigonométriques	164
14.3 Les fonctions trigonométriques inverses	167
14.4 La notion d'angle	169
14.5 Exercices	172
15 Calcul des primitives	175
15.1 Primitives des fonctions analytiques usuelles	175
15.2 Primitives des fonctions rationnelles	178
15.3 Exercices	181
16 Intégrales impropres	183
16.1 Généralisation de l'intégrale	183
16.2 La fonction gamma	187
16.3 Exercices	192
17 Suites et séries de fonctions	195
17.1 La convergence uniforme	195
17.2 L'approximation des fonction continues	200
17.3 Les séries entières	202
17.4 Exercices	207
18 Séries de Taylor	211
18.1 Développements limités	211
18.2 Séries infinies	217
18.3 Exercices	222
19 Séries de Fourier	225
19.1 La série de Fourier	225
19.2 Théorèmes de convergence	229
19.3 L'approximation des fonctions périodiques	236
19.4 Exercices	238
20 L'espace euclidien	241
20.1 Propriétés algébriques	242
20.2 Propriétés géométriques	244
20.3 Propriétés topologiques	248
20.4 Exercices	254

21 Fonctions numériques continues	257
21.1 Définition	257
21.2 Propriétés	260
21.3 Exercices	265
22 Fonctions numériques dérivables	267
22.1 Définition	267
22.2 Fonctions continûment dérivables	270
22.3 Propriétés	273
22.4 Exercices	276
23 Optimisation	279
23.1 Extremums locaux	279
23.2 Fonctions convexes	281
23.3 Exercices	283
24 Transformations de l'espace euclidien	285
24.1 Exemples	285
24.2 Transformations continues	288
24.3 Transformations différentiables	290
24.4 Exercices	293
25 Dérivation en chaîne	295
25.1 Le théorème	295
25.2 Applications	298
25.3 Exercices	302
26 Fonctions inverses	305
26.1 Le théorème	305
26.2 Exemples	309
26.3 Exercices	313
27 Fonctions implicites	315
27.1 Le théorème	315
27.2 Exemples	318
27.3 Exercices	319
28 Optimisation sous contraintes	321
28.1 Variétés différentiables	321
28.2 Exemples	323
28.3 Extremums liés	326

28.4 Exercices	329
29 Solutions des exercices	333
29.1 Introduction	333
29.2 Quatorze axiomes	333
29.3 Nombres irrationnels	335
29.4 Suites numériques	340
29.5 Séries numériques	348
29.6 Fonctions continues	353
29.7 Propriétés des fonctions continues	357
29.8 Fonctions dérivables	363
29.9 Propriétés des fonctions dérivables	366
29.10 Fonctions convexes	371
29.11 Intégration des fonctions continues	376
29.12 Théorème fondamental du calcul	379
29.13 Logarithme et exponentielle	383
29.14 Fonctions trigonométriques	390
29.15 Calcul des primitives	396
29.16 Intégrales impropres	398
29.17 Suites et séries de fonctions	403
29.18 Séries de Taylor	408
29.19 Séries de Fourier	412
29.20 L'espace euclidien	416
29.21 Fonctions numériques continues	421
29.22 Fonctions numériques dérivables	424
29.23 Optimisation	427
29.24 Transformations de l'espace euclidien	429
29.25 Dérivation en chaîne	432
29.26 Fonctions inverses	435
29.27 Fonctions implicites	437
29.28 Optimisation sous contraintes	440
Bibliographie	447
Index	449