

■ CHAPITRE 1

Les bases de l'optique géométrique

1 Quelques repères historiques

Les phénomènes lumineux sont depuis longtemps la source de nombreux questionnements dans l'histoire de l'humanité. Les premières lentilles, taillées dans des morceaux de cristaux de quartz, sont déjà utilisées dans l'Égypte antique. Le XVII^{ème} siècle marque un tournant et voit naître les premières théories abouties sur la nature de la lumière. Jusqu'au XIX^{ème} siècle, deux grands modèles s'opposent.



I. Newton

Le premier, ardemment défendu par **Isaac Newton** (1643-1727), est d'origine purement corpusculaire ; la lumière est assimilée à un flux de particules microscopiques. Cette théorie permet d'interpréter simplement de nombreuses expériences sur la dispersion des couleurs, la réfraction ou la réflexion dans un prisme. Elle se révèle cependant infructueuse lorsqu'il s'agit d'expliquer les phénomènes d'interférence ou de biréfringence, observés avec certains cristaux.

Christian Huygens (1629-1695), contemporain de Newton, propose en 1690 une interprétation ondulatoire de la lumière dans son *traité de la lumière*.



C. Huygens

La lumière est décrite comme une onde, à l'image des rides observées à la surface de l'eau lorsque l'on jette une pierre dans une flaque. Le modèle ondulatoire, jusqu'alors largement éclipsé par le modèle corpusculaire, connaît son heure de gloire au XIX^{ème} siècle, sous l'impulsion d'un jeune ingénieur des ponts et chaussées, **Augustin-Jean Fresnel** (1788-1827). Reprenant les travaux de Huygens, Fresnel réalise et interprète de très nombreuses expériences d'interférences lumineuses qui confirment la théorie ondulatoire.

Fresnel est également à l'origine de la découverte du phénomène de polarisation de la lumière.

Les deux approches corpuscule et onde à priori radicalement différentes, sont unifiées au XX^{ème} siècle avec la naissance de la Physique quantique. La lumière bénéficie désormais d'une double identité, à la fois ondulatoire et corpusculaire.



A. Fresnel

La première partie de cet ouvrage consacrée à l'**optique géométrique** a pour objet l'étude de la propagation de la lumière dans divers éléments optiques tels les dioptries ou les lentilles. Une approche basée sur le modèle très simple de rayon lumineux est amplement suffisante pour décrire le fonctionnement de la plupart des instruments optiques. Le caractère ondulatoire de la lumière est étudié dans la seconde partie sur l'**optique physique**, afin d'aborder les phénomènes de polarisation, d'interférence et de diffraction.

2 Les lois de Descartes

René Descartes (1596-1650) publie son *traité de de Dioptrique* en 1637, dans lequel il exprime de façon quantitative la propagation de la lumière lorsque celle-ci rencontre un milieu différent.

Les lois de la réflexion et de la réfraction sont au cœur de toute l'optique géométrique.



R. Descartes

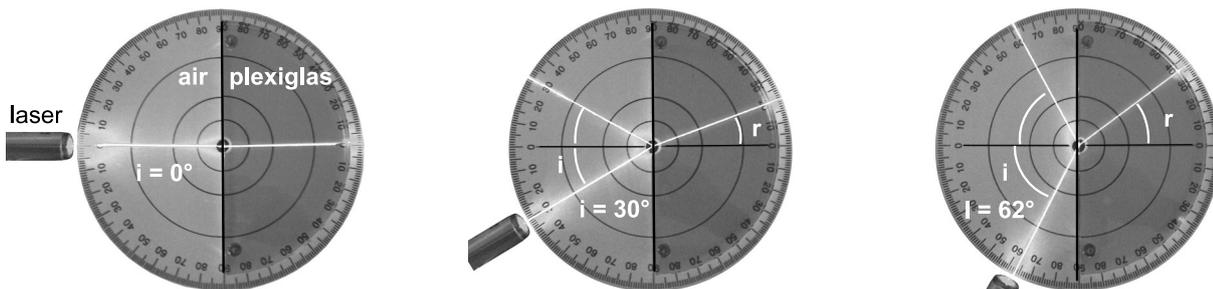
Le plan d'incidence

Lorsqu'un rayon lumineux aborde l'interface entre deux milieux homogènes, il donne naissance à deux rayons secondaires :

- le **rayon réfléchi** qui repart vers le milieu d'origine.
- le **rayon réfracté** qui poursuit sa progression dans le second milieu.

Ces trois rayons sont contenus dans un même plan : le **plan d'incidence**.

La droite perpendiculaire à la surface de séparation et passant par le point de contact du rayon incident sur l'interface est appelée **droite normale**. Elle joue un rôle particulièrement important puisque tous les angles sont définis par rapport à sa direction.



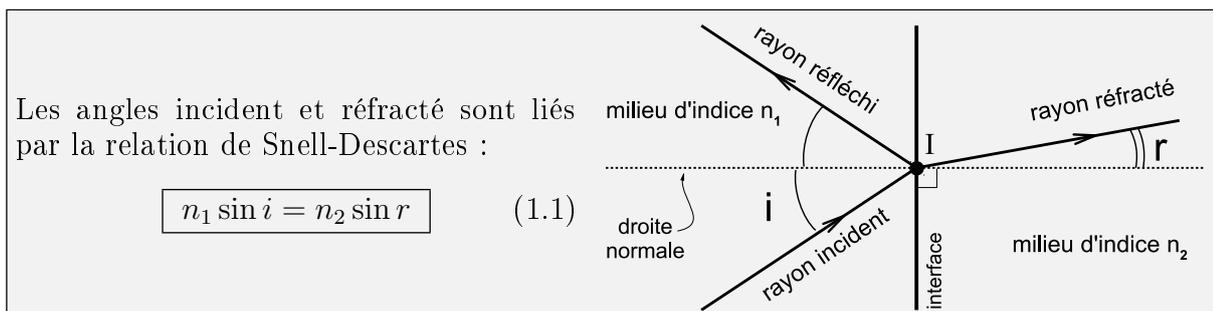
Réflexion et réfraction d'un faisceau laser dans un bloc de plexiglas

Loi de la réflexion

Les rayons incident et réfléchi sont symétriques par rapport à la droite normale à la surface de séparation. Les angles réfléchi et incident sont donc identiques.

Loi de la réfraction

Le rayon réfracté change de direction par rapport au rayon incident.



n_1 et n_2 désignent les **indices optiques** des milieux 1 et 2. Ils dépendent de la vitesse v de la lumière dans le milieu :

$$n = \frac{c}{v}$$

c désigne la célérité de la lumière dans le vide et v dans le milieu de propagation. L'indice optique n est un nombre sans unité, toujours supérieur à l'unité.

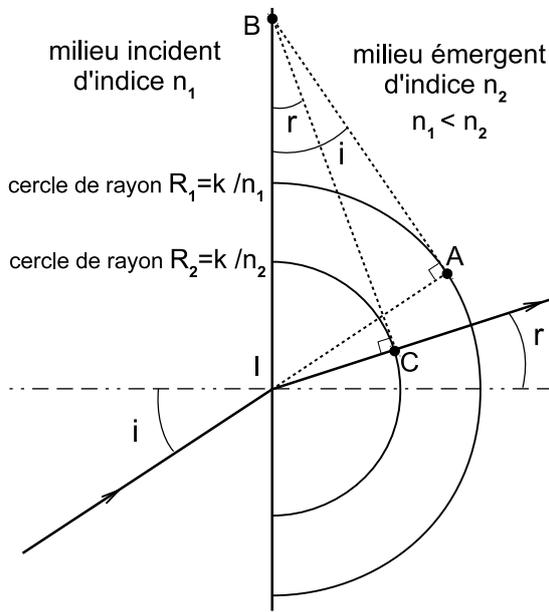
La plupart des milieux transparents tels le verre ont un caractère dispersif. Dans un milieu dispersif, la vitesse de propagation et donc l'indice optique n , dépendent de la longueur d'onde de la radiation lumineuse. Ce phénomène est à l'origine des défauts chromatiques rencontrés avec les lentilles (voir p.57). La température influence également la valeur de l'indice optique.

3 Construction graphique du rayon réfracté

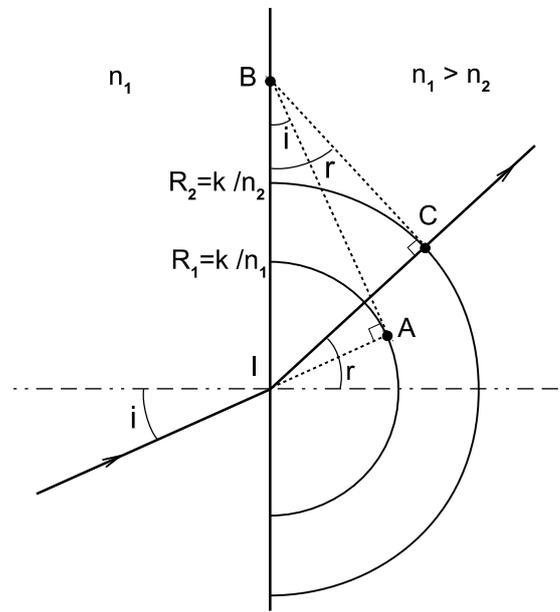
Il est possible de construire graphiquement sans calcul le rayon réfracté. On présente ici les méthodes de Huygens et de Descartes.

3.1 Construction de Huygens

- On trace les cercles dont les rayons R_1 et R_2 sont inversement proportionnels aux indices des milieux incident et émergent : $R_1 = k/n_1$ et $R_2 = k/n_2$.
- Le prolongement du rayon incident dans le second milieu intercepte le cercle de rayon k/n_1 en un point A . La tangente en A à ce cercle coupe l'interface en B .
- La droite passant par B est tangente au cercle de rayon k/n_2 en un point C . Le rayon réfracté pointe alors vers le point C .



Construction de Huygens $n_1 < n_2$



Construction de Huygens $n_1 > n_2$

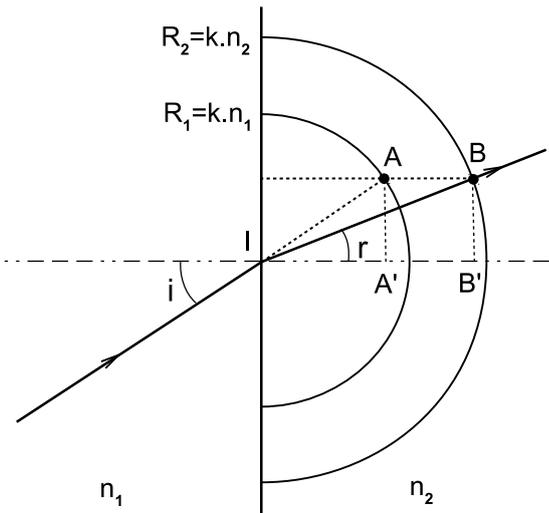
On vérifie facilement la cohérence de cette construction avec la loi de la réfraction, dans les triangles (AIB) et (BIC) , on a respectivement :

$$\sin i = \frac{IA}{IB} = \frac{R_1}{IB} = \frac{k}{n_1 \cdot IB} \quad \text{et} \quad \sin r = \frac{IC}{IB} = \frac{R_2}{IB} = \frac{k}{n_2 \cdot IB}$$

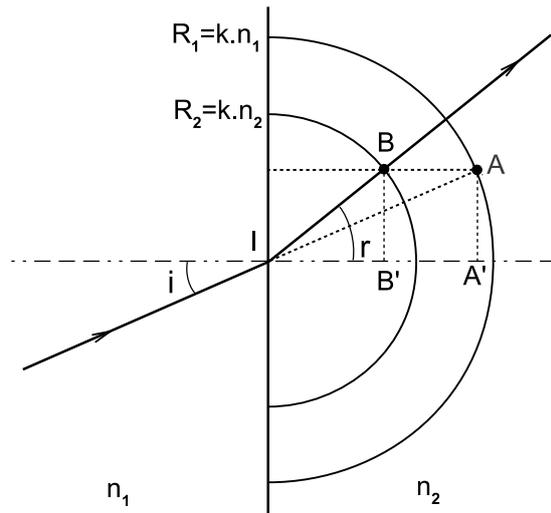
On retrouve bien l'égalité : $n_1 \cdot \sin i = n_2 \cdot \sin r$

3.2 Construction de Descartes

- On trace les cercles de rayons $R_1 = k \cdot n_1$ et $R_2 = k \cdot n_2$, respectivement proportionnels à n_1 et à n_2 .
- Le point A est l'intersection du prolongement du rayon incident dans le second milieu avec le cercle de rayon $k \cdot n_1$.
- La droite passant par A et perpendiculaire à l'interface, coupe le cercle de rayon $k \cdot n_2$ en B . Le rayon réfracté pointe alors vers le point B .



Construction de Descartes $n_1 < n_2$



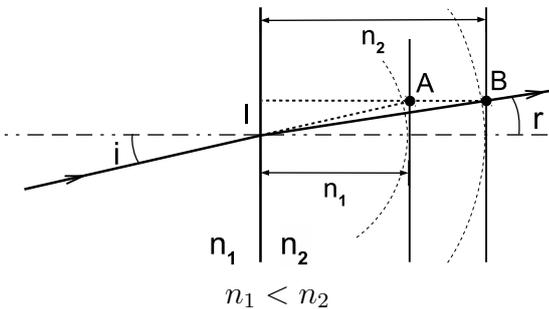
Construction de Descartes $n_1 > n_2$

Là aussi, la méthode de construction du rayon réfracté est cohérente avec la relation (1.1). En utilisant les triangles (IAA') et (IBB') , on a :

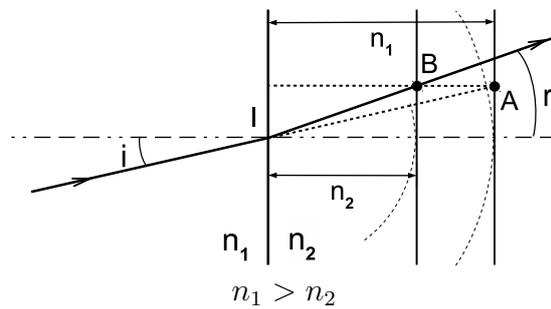
$$\sin i = \frac{AA'}{IA} = \frac{AA'}{R_1} = \frac{AA'}{k.n_1} \quad \text{et} \quad \sin r = \frac{BB'}{IB} = \frac{AA'}{R_2} = \frac{AA'}{k.n_2} \quad \text{et donc} \quad n_1 \cdot \sin i = n_2 \cdot \sin r$$

Construction simplifiée de Descartes pour des incidences faibles

Dans bien des situations (fréquemment rencontrées en ETSO), l'angle d'incidence et donc l'angle réfracté sont très petits. Les points A et B de la construction précédente restent localisés dans le voisinage de la droite normale au point d'incidence I . Dans ce voisinage, on peut simplifier la construction de Descartes en approximant les deux cercles par des plans parallèles à l'interface et situés respectivement à des distances $R_1 = k.n_1$ et $R_2 = k.n_2$ de celle-ci.



$n_1 < n_2$

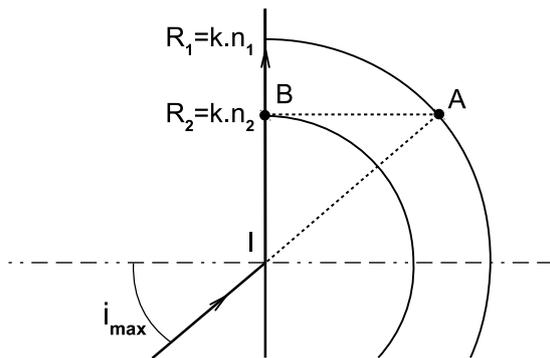


$n_1 > n_2$

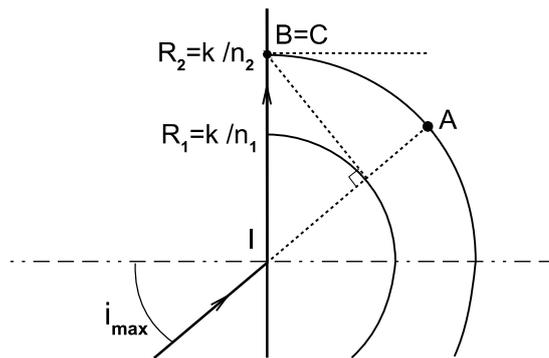
L'erreur relative induite par cette approximation est limitée à quelques % pour un angle incident inférieur à 15° .

3.3 Angle limite de réfraction

Lorsque l'indice optique du milieu incident est supérieur à celui du milieu émergent, le rayon réfracté s'écarte de la droite normale. Il existe un angle limite i_{max} pour lequel le rayon réfracté devient tangent à l'interface entre les deux milieux. Au delà de i_{max} , la réfraction devient impossible, la totalité du faisceau incident est réfléchi.



Angle limite : méthode de Descartes



Angle limite : méthode de Huygens

La relation (1.1) donne une expression de cet angle limite en fonction des indices :

$$n_1 \cdot \sin i_{max} = n_2 \quad (r = 90^\circ) \quad \text{soit} \quad \boxed{\sin i_{max} = \frac{n_2}{n_1}}$$

4 Le principe de Fermat

En 1662, le mathématicien *Pierre de Fermat* (1605-1665) publie le *principe de parcours minimal* appliqué à l'optique dans son mémoire sur la *Synthèse pour les réfractations*. L'énoncé prend une forme particulièrement simple et synthétique : «*La nature agit toujours par les voies les plus courtes et les plus simples.*» En d'autres termes, lorsque la lumière se propage d'un point A à un point A', elle suit toujours le chemin le plus rapide.



P. Fermat

4.1 Propagation rectiligne dans un milieu homogène

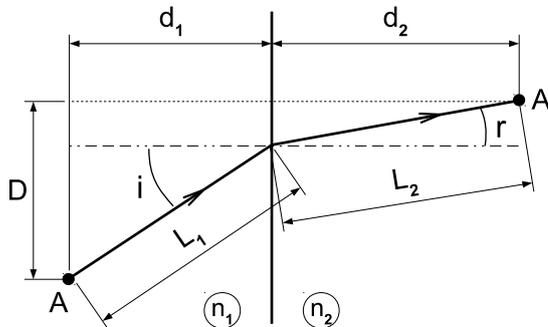
Lorsque la lumière se propage dans un milieu isotrope et homogène, le chemin le plus rapide reliant deux points est également le plus court géométriquement. Le principe de Fermat est donc cohérent avec le déplacement rectiligne de la lumière dans les milieux isotropes et homogènes.

4.2 Principe de Fermat et réfraction

Le principe de Fermat permet également de retrouver la loi de la réfraction.

Considérons deux points A et A' situés de part et d'autre de l'interface entre deux milieux homogènes d'indices n_1 et n_2 . La célérité de la lumière dans les deux milieux vaut respectivement $v_1 = \frac{c}{n_1}$ et $v_2 = \frac{c}{n_2}$.

On note d_1 et d_2 les distances séparant A et A' de l'interface et D la distance entre les deux points, mesurée parallèlement à l'interface. Un rayon issu de A subit une réfraction à l'interface avant d'atteindre le point A'.



La durée t du parcours de la lumière de A jusqu'en A' s'écrit :

$$t = \frac{L_1}{v_1} + \frac{L_2}{v_2} = \frac{1}{c} (L_1 \cdot n_1 + L_2 \cdot n_2) \quad \text{avec} \quad L_1 = \frac{d_1}{\cos i} \quad \text{et} \quad L_2 = \frac{d_2}{\cos r}$$

on obtient donc : $t = \frac{1}{c} \left(\frac{d_1 \cdot n_1}{\cos i} + \frac{d_2 \cdot n_2}{\cos r} \right)$ (1.2)

D'après le principe de Fermat, le parcours réellement effectué par la lumière correspond à la valeur de i pour laquelle la durée t est minimale, c'est à dire vérifiant $\frac{dt}{di} = 0$.

$$\text{D'après (1.2) : } \quad \frac{dt}{di} = \frac{1}{c} \left(\frac{d_1 \cdot n_1 \cdot \sin i}{\cos^2 i} + \frac{d_2 \cdot n_2 \cdot \sin r}{\cos^2 r} \cdot \frac{dr}{di} \right)$$

$$\text{La condition } \frac{dt}{di} = 0 \text{ se traduit par : } \quad \frac{d_1 \cdot n_1 \cdot \sin i}{\cos^2 i} + \frac{d_2 \cdot n_2 \cdot \sin r}{\cos^2 r} \cdot \frac{dr}{di} = 0 \quad (1.3)$$

Par ailleurs, les points A et A' étant fixes, la distance $D = d_1 \cdot \tan i + d_2 \cdot \tan r$ est constante :

$$\frac{dD}{di} = 0 \quad \text{donc} \quad \frac{d_1}{\cos^2 i} + \frac{d_2}{\cos^2 r} \cdot \frac{dr}{di} = 0 \quad \text{soit} \quad \frac{d_2}{\cos^2 r} \cdot \frac{dr}{di} = -\frac{d_1}{\cos^2 i}$$

En reportant dans l'équation (1.3), on obtient :

$$\frac{d_1}{\cos^2 i} \cdot (n_1 \cdot \sin i - n_2 \cdot \sin r) = 0 \quad \text{d'où l'on tire effectivement : } \quad n_1 \cdot \sin i = n_2 \cdot \sin r$$

4.3 Retour inverse de la lumière

Supposons que l'on inverse les rôles entre A et A' : A' devient le point objet. Les considérations précédentes sur la durée minimale du parcours effectif impliquent que le chemin suivi par la lumière en sens inverse est identique à celui suivi dans le sens direct, seul le sens de propagation est inversé.

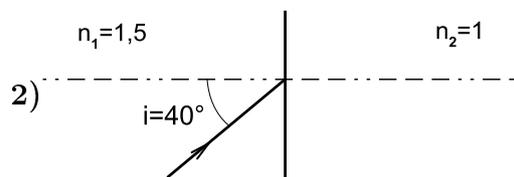
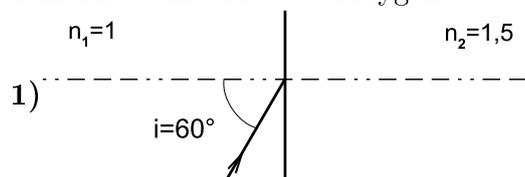
5 Exercices

■ Ex. n° 1 chap.1 ————— Indice de réfraction ————— solution p. 199

La célérité de la lumière dans le vide est $c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$. Calculer la célérité d'un faisceau lumineux lorsqu'il pénètre dans le bloc de verre d'indice optique $n_{\text{verre}} = 1,5$.

■ Ex. n° 2 chap.1 ————— Construction graphique du rayon réfracté ————— solution p. 199

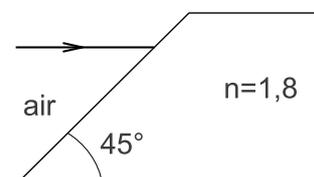
Dans les deux cas suivants, calculer l'angle de réfraction et tracer le rayon réfracté en utilisant la méthode de Huygens.



■ Ex. n° 3 chap.1 ————— Réfraction dans un prisme ————— solution p. 199

Un prisme isocèle (face inclinée à 45°) est taillé dans un verre d'indice optique $n = 1,8$.

Construire graphiquement la marche du rayon incident au travers du prisme en utilisant la méthode de Descartes.



■ Ex. n° 4 chap.1 ————— **Lame à faces parallèles** —————

solution p. 199

Construire la marche d'un rayon abordant, sous une incidence de 10° , la face d'entrée d'une plaque en verre à faces parallèles d'épaisseur 20 mm . L'indice du verre vaut $1,5$. (échelle horizontale : $4/1$)



■ Ex. n° 5 chap.1 ————— **Réfraction , angle limite** —————

solution p. 200

Un faisceau lumineux passe de l'eau d'indice optique $n_{eau} = 1,3$ à l'air ($n_{air} = 1,0$).

1. Calculer l'angle de réfraction lorsque l'angle d'incidence vaut $i = 45^\circ$.
2. Calculer la valeur de l'angle limite de réfraction.

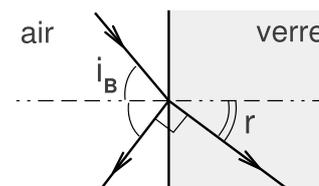
■ Ex. n° 6 chap.1 ————— **Angle de Brewster** —————

solution p. 200

On appelle angle de Brewster la valeur particulière de l'angle d'incidence pour laquelle les rayons réfléchi et réfracté sont perpendiculaires.

Un faisceau incident provenant de l'air pénètre dans une lame de verre d'indice $n = 1,5$.

Calculer l'angle de Brewster correspondant.

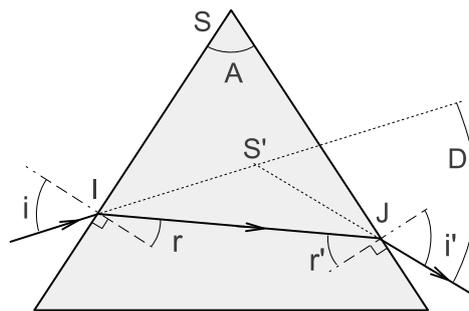


■ Ex. n° 7 chap.1 ————— **Prisme** —————

solution p. 200

Un prisme en verre dont la base est un triangle équilatéral ($A = 60^\circ$) est taillé dans un verre d'indice $n = 1,5$.

1. En utilisant les triangles (I, J, S) et (I, J, S') , écrire deux relations liant les angles A , r , r' , i , i' et D .
2. Le maximum de déviation est obtenu lorsque $i' = 90^\circ$. Calculer la valeur i_0 de l'angle incident correspondant.
3. En déduire la valeur D_{\max} de la déviation maximale du faisceau par le prisme.



■ CHAPITRE 2

Formation d'une image, généralités

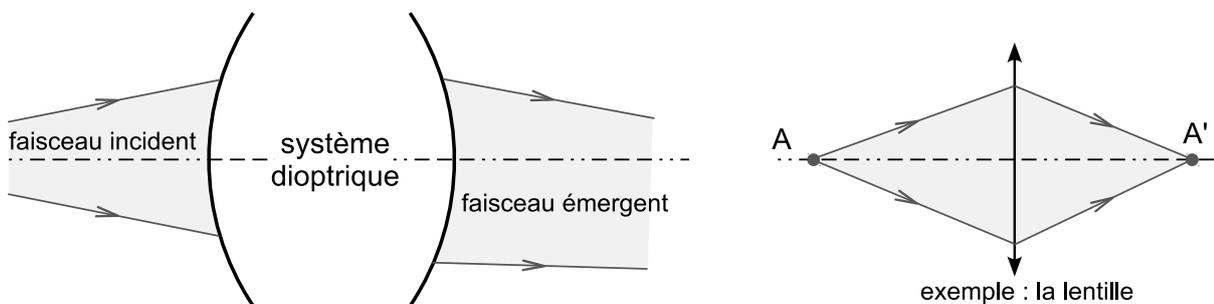
1 Système optique

Un système optique est constitué d'un ou plusieurs milieux transparents ou réfléchissants. La lumière traverse ces milieux en subissant des réfractions et (ou) des réflexions.

On distingue deux catégories de systèmes optiques :

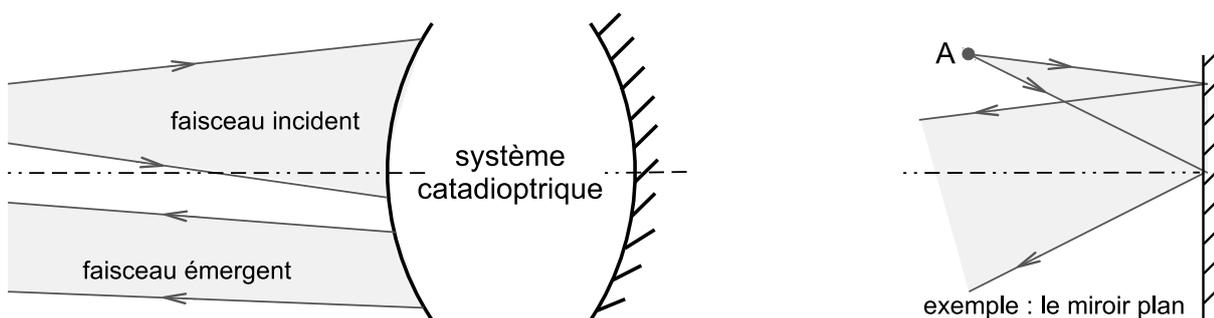
les systèmes dioptriques

La lumière se déplace d'un bout à l'autre ; un système dioptrique possède donc une face d'entrée et une face de sortie. Ces systèmes comportent des éléments transparents et reposent essentiellement sur le phénomène de réfraction. Les nombreux montages optiques composés de l'association de plusieurs lentilles sont des exemples type de systèmes dioptriques.



les systèmes catadioptriques

La lumière y subit au moins une réflexion et ressort finalement par la face d'entrée. C'est le cas des systèmes réfléchissant comme les miroirs.



2 Image réelle et image virtuelle

On considère un point lumineux A et son image A' donnée par le système optique.

Image réelle

L'image A' est qualifiée d'**image réelle** si les rayons issus de A et transmis par le système optique convergent en A'.

Une image réelle est directement projetable sur un écran.