

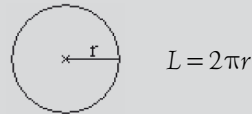
Chapitre 1

Proportionnalité

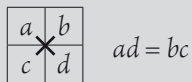
- ▲ Le périmètre d'un carré est proportionnel à son côté.



- ▲ La longueur d'un cercle est proportionnelle à son rayon.



- ▲ Dans un tableau carré extrait d'un tableau de proportionnalité, les produits en croix sont égaux.



- ▲ Les points de la représentation graphique d'une situation de proportionnalité sont alignés avec l'origine du repère.

Méthodes

1. Comment déterminer une quatrième proportionnelle à partir d'un tableau de proportionnalité ?
2. Comment déterminer une quatrième proportionnelle à partir d'un problème ?
3. Comment déterminer un pourcentage ?
4. Comment démontrer avec les points d'un graphique que l'on a ou non une situation de proportionnalité ?
5. Comment déterminer le pourcentage relatif à un caractère d'un groupe constitué de deux sous-groupes ?

Comment déterminer une quatrième proportionnelle à partir d'un tableau de proportionnalité ?

Pour déterminer une quatrième proportionnelle à partir d'un tableau de proportionnalité :

- ▲ on observe le tableau donné et on repère la seule lettre qui y figure, c'est la quatrième proportionnelle ;
- ▲ on écrit grâce aux deux colonnes du tableau une égalité de deux quotients due à la proportionnalité ;
- ▲ on écrit ensuite l'égalité des produits en croix ;
- ▲ on isole la quatrième proportionnelle et on la calcule.

EXEMPLE

Déterminer la quatrième proportionnelle à partir du tableau de proportionnalité ci-contre :

7	5
x	3

$$\frac{7}{x} = \frac{5}{3} \quad \blacktriangleright \text{ On a écrit une égalité de quotients due à la proportionnalité.}$$

$$5x = 7 \times 3 \quad \blacktriangleright \text{ On a écrit l'égalité des produits en croix.}$$

$$x = \frac{7 \times 3}{5} \quad \blacktriangleright \text{ On a isolé la quatrième proportionnelle.}$$

$$x = \frac{21}{5} \text{ d'où } x = 4,2 \quad \blacktriangleright \text{ On a effectué les calculs.}$$

EXERCICES*

- 1** Déterminer la quatrième proportionnelle pour chacun des tableaux de proportionnalité suivants :

a.

3,9	21
x	49

b.

32,4	12
9,18	y

c.

5,1	z
3,4	12

- 2** Les valeurs de deux grandeurs proportionnelles A et B sont placées dans le tableau ci-dessous :

Grandeur A	5,2	3,5	y
Grandeur B	11,96	x	18,86

- a.** Avec deux des colonnes du tableau, former un tableau carré où x sera la quatrième proportionnelle, puis trouver x.
b. Même question pour y.

* Pour les exercices complémentaires, se reporter page 287.

Comment déterminer une quatrième proportionnelle à partir d'un problème ?

méthode
2

Pour déterminer une quatrième proportionnelle à partir d'un problème :

- ▲ on commence par repérer les deux grandeurs de l'énoncé ;
- ▲ on désigne par une lettre la quatrième proportionnelle demandée ;
- ▲ on réalise un tableau, on pense à bien intituler les lignes, une des grandeurs figure sur la ligne 1 et celle qui lui est proportionnelle sur la ligne 2 ;
- ▲ on reporte les valeurs données et la lettre représentant la valeur cherchée dans les cases voulues du tableau ;
- ▲ on applique ensuite la *méthode 1* et on n'oublie pas de conclure.

EXEMPLE La masse d'une bille en étain est proportionnelle à son volume. Sachant qu'une bille en étain de $2,6 \text{ cm}^3$ a une masse de $18,98 \text{ g}$, quel est le volume d'une bille en étain de $28,47 \text{ g}$?

Masse d'une bille en g	18,98	28,47
Volume de la bille en cm^3	2,6	x

► On a réalisé un tableau où l'on a reporté les données et la lettre x qui représente la valeur du volume cherché.

$$\frac{18,98}{2,6} = \frac{28,47}{x} \quad \text{► On a écrit une égalité de quotients due à la proportionnalité.}$$

$$18,98x = 2,6 \times 28,47 \quad \text{► On a écrit l'égalité des produits en croix.}$$

$$x = \frac{2,6 \times 28,47}{18,98} \quad \text{► On a isolé } x.$$

$$x = 3,9 \quad \text{► On a terminé les calculs.}$$

Une bille d'étain dont la masse est $18,98 \text{ g}$ a un volume de $3,9 \text{ cm}^3$.

EXERCICES*

- 1 Une voiture consomme en moyenne $6,5 \text{ L}$ d'essence pour 100 km .
 - a. Quelle distance peut-elle parcourir avec 39 L ?
 - b. Combien de litres sont nécessaires pour parcourir 260 km ?
- 2 Chez le fruitier, le prix des pommes est proportionnel à la masse. Ma voisine a acheté $2,3 \text{ kg}$ de pommes pour $3,45 \text{ €}$. Quel est le prix de $1,2 \text{ kg}$ de pommes ?
- 3 Dans un lot de téléviseurs, les écrans ont une diagonale dont la longueur est proportionnelle à la largeur. Un téléviseur a un écran dont la diagonale mesure 95 cm et la largeur 57 cm . Quelle est la largeur de l'écran d'un téléviseur dont la diagonale mesure 55 cm ?

* Pour les exercices complémentaires, se reporter page 287.

Comment déterminer un pourcentage ?

Pour déterminer un pourcentage :

- ▲ on désigne par une lettre la valeur du pourcentage cherché ;
- ▲ on consigne l'information de l'énoncé dans la première colonne d'un tableau en ayant pris soin de bien intituler les lignes avec les grandeurs concernées ;
- ▲ on écrit dans la deuxième colonne le nombre 100 sur la bonne ligne et la lettre choisie sur l'autre ligne ;
- ▲ on applique la *méthode 1* et on n'oublie pas de conclure.

EXEMPLE Un terrain a une superficie de 800 m^2 , quel pourcentage de cette superficie occupe une parcelle de 120 m^2 ?

Superficie de la parcelle en m^2	120	x
Superficie totale en m^2	800	100

► On a réalisé un tableau où l'on a reporté les données et la lettre x qui représente le pourcentage cherché.

$$\frac{120}{800} = \frac{x}{100} \quad \text{► On a écrit une égalité de quotients due à la proportionnalité.}$$

$800x = 120 \times 100$ ► On a écrit l'égalité des produits en croix.

$$x = \frac{120 \times 100}{800} \quad \text{► On a isolé } x.$$

$$x = \frac{120}{8} \quad \text{d'où } x = 15 \quad \text{► On a terminé les calculs.}$$

Une parcelle de 120 m^2 occupe 15 % d'un terrain de 800 m^2 . ► On a conclu.

EXERCICES*

- 1 Dans un collège de 450 élèves, 369 sont demi-pensionnaires. Quel est le pourcentage de demi-pensionnaires dans ce collège ?
- 2 Un pot de 240 g de confiture contient 144 g de glucides. Quel est le pourcentage de glucides dans cette confiture ?
- 3 Le prix d'un jeu vidéo est passé de 35 € à 32,20 €.
 - a. Donner en euros le montant de la baisse du prix de ce jeu vidéo.
 - b. De quel pourcentage le prix a-t-il baissé ?
- 4 Pour assaisonner son foie gras, Henriette prépare un mélange de 56 g de sel et 14 g de poivre. Quel est le pourcentage de poivre dans ce mélange ?

* Pour les exercices complémentaires, se reporter page 287.

Comment démontrer avec les points d'un graphique que l'on a ou non une situation de proportionnalité ?

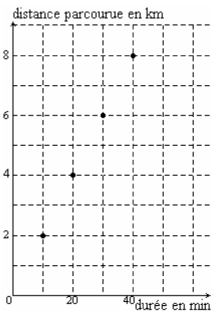
méthode
4

Pour démontrer avec les points d'un graphique que l'on a ou non une situation de proportionnalité :

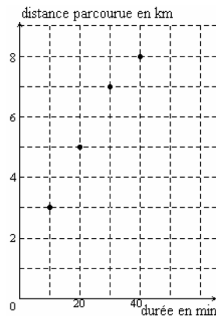
- ▲ on observe les points du graphique ;
- ▲ on écrit ce que l'on constate, il y a deux possibilités :
 - 1^{re} possibilité : tous les points du graphique sont alignés avec l'origine du repère ;
 - 2^{de} possibilité : les points ne sont pas alignés (un point n'est pas aligné avec les autres) ou les points sont alignés mais pas avec l'origine du repère ;
- ▲ on conclut à partir de ce que l'on a constaté :
 - 1^{re} possibilité : il y a proportionnalité.
 - 2^{de} possibilité : il n'y a pas proportionnalité.

EXEMPLE

Les distances parcourues par deux coureurs ont été relevées toutes les 10 min pendant 40 min. Grâce aux graphiques ci-dessous, indiquer si les distances parcourues sont proportionnelles aux durées.



Coureur 1



Coureur 2

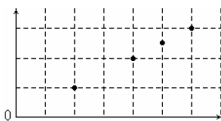
Sur le graphique du coureur 1, les points sont alignés avec l'origine du repère. Pour le coureur 1, les distances sont proportionnelles aux durées.

Sur le graphique du coureur 2, les points ne sont pas alignés. Pour le coureur 2, les distances ne sont pas proportionnelles aux durées.

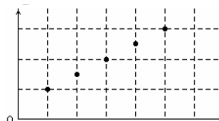
EXERCICES* Justifier les réponses.

1 Pour chaque graphique, indiquer s'il traduit une situation de proportionnalité.

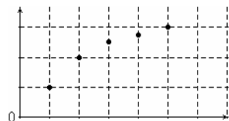
a.



b.



c.



2 Placer dans un repère les points A (2 ; 3), B (3 ; 4,5), C (4 ; 6) et D (5 ; 7). En utilisant le graphique réalisé, indiquer si les ordonnées des points A, B, C et D sont proportionnelles à leurs abscisses ?

* Pour les exercices complémentaires, se reporter page 287.

Comment déterminer le pourcentage relatif à un caractère d'un groupe constitué de deux sous-groupes ?

Pour déterminer le pourcentage relatif à un caractère d'un groupe constitué de deux sous-groupes :

- ▲ on détermine l'effectif total du groupe ;
- ▲ on détermine pour chacun des deux sous-groupes l'effectif du caractère en utilisant l'effectif du sous groupe et le pourcentage donnés ;
- ▲ on calcule la somme des deux effectifs du caractère que l'on a trouvés ;
- ▲ on calcule le pourcentage de l'effectif total représenté par cette somme en utilisant la *méthode 3* et on conclut.

EXEMPLE Dans un collège 70 % des 280 filles et 85 % des 220 garçons sont demi-pensionnaires. Quel est le pourcentage de demi-pensionnaires de ce collège ?

$280 + 220 = 500$ Il y a 500 élèves dans le collège.

► On a déterminé l'effectif total du groupe.

$280 \times \frac{70}{100} = 196$ Il y a 196 filles demi-pensionnaires.

► On a déterminé l'effectif du premier sous groupe pour le caractère étudié.

$220 \times \frac{85}{100} = 187$ Il y a 187 garçons demi-pensionnaires.

► On a déterminé l'effectif du second sous groupe pour le caractère étudié.

$196 + 187 = 383$ Il y a en tout 383 demi-pensionnaires dans ce collège.

500	100
383	x

$$\frac{383}{500} = \frac{x}{100} \text{ d'où } 500x = 383 \times 100 \text{ d'où } x = \frac{383 \times 100}{500} = 76,6$$

Le pourcentage de demi-pensionnaires dans ce collège est de 76,6 %.

EXERCICES

- 1 Lors d'une élection municipale, le candidat M. Dupont a recueilli 45 % des 18 200 voix du premier bureau et 54 % des 26 800 voix du second bureau. Quel est le pourcentage des voix obtenues par M. Dupont à cette élection ?
- 2 Pierre a une collection de 550 timbres dont 10 % sont étrangers, sa sœur Marie a une collection de 250 timbres dont 30 % sont étrangers. Les deux enfants décident de réunir tous leurs timbres. Quel est le pourcentage de timbres étrangers dans la collection obtenue ?
- 3 Julie a fait un mélange de fruits avec 240 g de pommes et 160 g de bananes. Il y a 12 % de glucides dans les pommes et 20 % dans les bananes. Quel est le pourcentage de glucides dans le mélange de Julie ?

Méthode 1

1 a. $\frac{3,9}{x} = \frac{21}{49}$

$$21x = 3,9 \times 49$$

$$x = \frac{3,9 \times 49}{21}$$

$$x = \frac{\cancel{3} \times 1,3 \times \cancel{7} \times 7}{\cancel{3} \times \cancel{7}}$$

$$x = 9,1$$

b. $\frac{32,4}{9,18} = \frac{12}{y}$

$$32,4y = 9,18 \times 12$$

$$y = \frac{9,18 \times 12}{32,4}$$

$$y = 3,4$$

c. $\frac{5,1}{3,4} = \frac{z}{12}$

$$3,4z = 5,1 \times 12$$

$$z = \frac{5,1 \times 12}{3,4}$$

$$z = 18$$

2 a.

5,2	3,5
11,96	x

$$\frac{5,2}{11,96} = \frac{3,5}{x}$$

$$5,2x = 11,96 \times 3,5$$

$$x = \frac{11,96 \times 3,5}{5,2}$$

$$x = 8,05$$

b.

5,2	y
11,96	18,86

$$\frac{5,2}{11,96} = \frac{y}{18,86}$$

$$11,96y = 5,2 \times 18,86$$

$$y = \frac{5,2 \times 18,86}{11,96}$$

$$y = 8,2$$

3 a. $\frac{a}{9,1} = \frac{11}{26}$

$$26a = 9,1 \times 11$$

$$a = \frac{9,1 \times 11}{26}$$

$$a = 3,85$$

b. $\frac{2,01}{51} = \frac{1,34}{b}$

$$2,01b = 51 \times 1,34$$

$$b = \frac{51 \times 1,34}{2,01}$$

$$b = 34$$

c. $\frac{45}{c} = \frac{6}{13}$

$$6c = 45 \times 13$$

$$c = \frac{45 \times 13}{6}$$

$$c = 97,5$$

Méthode 2

1 a.

Distance parcourue en km	100	x
Consommation d'essence en L	6,5	39

$$\frac{100}{6,5} = \frac{x}{39}$$

$$6,5x = 100 \times 39$$

$$x = \frac{100 \times 39}{6,5}$$

$x = 600$. La distance parcourue avec 39 L d'essence est 600 km.

b.

Distance parcourue en km	100	260
Consommation d'essence en L	6,5	x

$$\frac{100}{6,5} = \frac{260}{x}$$

$$100x = 6,5 \times 260$$

$$x = \frac{6,5 \times 260}{100}$$

$x = 16,9$. 16,9 L d'essence sont nécessaires pour parcourir 260 km.

2

Masse des pommes en kg	2,3	1,2
Prix en €	3,45	x

$$\frac{2,3}{3,45} = \frac{1,2}{x}$$

$$2,3x = 3,45 \times 1,2$$

$$x = \frac{3,45 \times 1,2}{2,3}$$

$x = 1,8$. Le prix de 1,2 kg de pommes est 1,80 €.

3

Longueur de la diagonale en cm	95	55
Largeur de l'écran en cm	57	x

$$\frac{95}{57} = \frac{55}{x}$$

$$95x = 57 \times 55$$

$$x = \frac{57 \times 55}{95}$$

$x = 33$. La largeur de l'écran d'un téléviseur dont la diagonale mesure 55 cm est 33 cm.

4 a.

Volume d'un bloc de fer en dm ³	3	5,7
Masse d'un bloc de fer en kg	23	x

$$\frac{3}{23} = \frac{5,7}{x}$$

$$3x = 23 \times 5,7$$

$$x = \frac{23 \times 5,7}{3}$$

$x = 43,7$. La masse d'un bloc de fer de 5,7 dm³ est 43,7 kg.

b.

Volume d'un bloc de fer en dm ³	3	x
Masse d'un bloc de fer en kg	23	16,1

$$\frac{3}{23} = \frac{x}{16,1}$$

$$23x = 3 \times 16,1$$

$$x = \frac{3 \times 16,1}{23}$$

$x = 2,1$. Le volume d'un bloc de fer de 16,1 kg est 2,1 dm³.

5 a.

Masse des pommes de terre en kg	9	7
Prix en €	8,91	x

$$\frac{9}{8,91} = \frac{7}{x}$$

$$9x = 8,91 \times 7$$

$$x = \frac{8,91 \times 7}{9}$$

$x = 6,93$. Le prix de 7 kg de pommes de terre est 6,93 €.

b.

Masse des pommes de terre en kg	9	x
Prix en €	8,91	10,89

$$\frac{9}{8,91} = \frac{x}{10,89}$$

$$8,91x = 9 \times 10,89$$

$$x = \frac{9 \times 10,89}{8,91}$$

$x = 11$. On peut acheter 11 kg de pommes de terre avec 10,89 €.