C’est même étonnant comme le cerveau humain est mal adapté aux calculs.

Jean-Paul Delahaye

Les statistiques ont une particularité majeure : elles ne sont jamais les mêmes selon qu'elles sont avancées par un homme de gauche ou par un homme de droite.

Jacques Mailhot

Dans 95 % des occasions où ils n'ont rien à dire, 99 % des commentateurs sportifs donnent des statistiques.

Les procédés permettant de tromper, de manipuler, voire de mentir, en utilisant les statistiques, ne nécessitent pas tous une sophistication avancée. Il n’est pas besoin de recourir au raisonnement bayésien (voir section 5.6), aux statistiques multivariées, aux séries temporelles ou à quelque autre monstre mathématique pour trouver des moyens de mentir sans mentir, de faire dire aux chiffres ce qu’on veut. Au contraire, les concepts les plus élémentaires des statistiques dites « descriptives » fournissent déjà au fourbe mille moyens de manipulation. Les pourcentages et les moyennes, que nous connaissons tous, que nous pensons tous comprendre en profondeur, sont bien suffisants.

Tous les lycéens et tous les étudiants savent calculer sans peine leur moyenne. Qu’ils soient littéraires, éminemment réfractaires à toute abstraction mathématique, cela n’y changera rien : aucun ne reste interdit par le calcul de la moyenne de ses notes. Tout le monde comprend, ou croit comprendre du moins, une phrase comme « Grande braderie : – 15 % sur tout le magasin ». Que pourrait-il bien y avoir de mystérieux derrière une telle annonce ? rien, du moment qu’on a bien saisi qu’il s’agit d’une réduction des prix et non du magasin lui-même…

Et pourtant, des choses à peine plus compliquées que cela mènent à des erreurs de compréhension généralisées. Les premiers à exploiter ces interprétations fautives et prévisibles sont les conseillers en communication, qui recherchent, parmi les différentes présentations possibles des chiffres, celle qui fera l’impression voulue sur l’auditoire. Il ne s’agit pas à proprement parler de trahison, mais de manipulation et de tromperie. Les contrevérités ne sont pas affirmées, mais suggérées par une présentation *ad hoc* de la réalité. Les journalistes ne sont pas en reste, soit qu'ils s'égarent eux-mêmes, soit qu'ils cèdent à la facilité pour rendre spectaculaire ce qui ne l'est pas.

1.1 Augmentations en chaîne

Les pourcentages donnent un moyen commode et en apparence très intuitivement accessible de comprendre les variations d'une quantité. Une augmentation de 100 %, c'est ce qui se produit quand une grandeur double. Lorsque les prix sont réduits de 33 %, on comprend qu'on paiera un tiers de moins. Tout cela est tellement parlant, et tellement visuel qu'on voit mal où les erreurs pourraient se glisser.

Les notions de pourcentage et de proportionnalité, qui sont liées, sont introduites dès l'école primaire, au « cycle 3 » comme on écrit dans les textes officiels (autrement dit, entre le CE2 et le CM2). Ces questions ne quittent plus les écoliers, puis les collégiens et les lycéens. En fin de terminale, un élève a ainsi entendu parler de pourcentage, a calculé des pourcentages et résolu des exercices portant sur iceux, pendant près de 10 ans… Sans compter l'entraînement intensif extra-scolaire amené par les soldes monstres, les folles braderies et les promotions en tout genre, les offres spéciales (20 % de produit en plus), et les innombrables occurrences des pourcentages dans les actualités (augmentation de la dette, par exemple, ou indice de satisfaction, cote des hommes politiques, etc.). Sans compter que les cours d'histoire et de géographie présentent aussi leur lot de proportions. Pour un concept aussi élémentaire mathématiquement que les pourcentages, on pourrait au moins s'attendre à ce qu'un tel entraînement soit suffisant.

Et pourtant… les mêmes erreurs, constatées par les didacticiens dès le primaire, perdurent tant qu'on en voit plus la fin. Au collège, au lycée, les mêmes exercices risiblement triviaux pour un ordinateur, posent d'immenses difficultés à bien des élèves. À l'université chez les étudiants en sciences humaines, même au niveau « master » ; dans les IUFM chez les futurs professeurs des écoles, on retrouve encore très largement les conceptions trompeuses à l'origine des mêmes bêtises. Et ceux qui finissent par ne plus commettre de sottises appliquent des principes qu'ils ont admis, mais pas toujours assimilés. C'est que la statistique est par moment *très* antinaturelle. D'ailleurs, Joseph Klatzman raconte de nombreuses anecdotes prouvant que les meilleurs statisticiens de France sont eux aussi intrigués, et parfois induits en erreur, par des statistiques formellement élémentaires[1].

Mais assez de théorie. Passons maintenant à quelques exemples.

---

[1] Joseph Klatzman, *Attention statistiques !,* La découverte, 1999.

> « Le chômage a augmenté de 10 % entre 2003 et 2004, puis de 5 % entre 2004 et 2005. Quelle est en pourcentage l'augmentation du chômage entre 2003 et 2005 ? »

L'erreur fréquente (car erreur fréquente il y a) est de raisonner fallacieusement « en pourcentage », en disant 10 % + 5 % = 15 %, donc comme si le « % » était une unité de grandeur, à l'instar du mètre ou de la seconde. On imagine donc que l'augmentation est de 15 %, ce qui est faux.

Le paradoxe est résolu quand on prend en compte le fait que « 10 % » n'est pas une quantité fixe. On peut parler de 10 % *de quelque chose*, par exemple d'un prix. Mais « 10 % » tout seul n'est pas une valeur, ce n'est pas un prix, pas une grandeur associée à une unité.

Pour trouver le bon résultat à notre problème de départ, on peut raisonner par exemple en partant d'une grandeur initiale de 100. Puisqu'elle augmente de 10 %, elle passe à 110. Si elle augmente encore de 5 %, c'est le 110, et non le 100, qu'il faut considérer pour cette seconde augmentation. Or, 5 % de 110, c'est 5,5 et non pas 5 tout court. Il faut donc ajouter 5,5 à nos 110, ce qui nous fait passer à 115,5. Passer de 100 à 115,5, c'est ajouter 15,5 % et non pas 15 %. La bonne réponse est donc 15,5 %.

Une autre manière de voir la chose est de dire qu'une augmentation de 10 % est une multiplication par 1,10. En effet, si l'on ajoute 10 % à une quantité, on obtient alors 110 % de cette quantité. Mais 110 %, c'est 1,10 (110/100). De même, ajouter 5 %, c'est multiplier par 1,05. Les deux augmentations consécutives ont donc pour effet de multiplier la quantité initiale par $1{,}10 \times 1{,}05 = 1{,}155$, ce qui correspond à une augmentation de 15,5 %.

> « Entre 2002 et 2003, le pouvoir d'achat a diminué de 12 %, mais il a repris 12 % entre 2003 et 2004. Les associations de consommateurs se réjouissent du retour en 2004 au niveau de 2002. »

On a l'impression que le pouvoir d'achat est ainsi revenu à son niveau initial, parce que ses variations se sont finalement annulées. Il n'en est rien, même si l'évolution globale entre 2002 et 2004 n'est pas énorme.

L'erreur provient du fait que l'on ne tient pas compte de quelque chose d'important : la première variation, diminution de 12 %, est calculée sur le pouvoir d'achat de 2002. Au contraire, l'augmentation de 12 % entre 2003 et 2004 est déterminée par rapport au pouvoir d'achat de 2003. Or, ce pouvoir d'achat-là est plus faible que le premier, puisque entre temps il a diminué. Ainsi, les 12 % de la seconde variation sont-ils plus faibles que les 12 % du début.

On peut calculer exactement ce qui se produit. Supposons un pouvoir d'achat de 100 en 2002. En 2003, il est donc de 100 – 12, soit 88, puisque 12 % de 100 font 12.

12 % de 88, en revanche, ne font pas 12 mais 10,56. Et le nouveau pouvoir d'achat est donc de 88 + 10,56, soit 98,56. Autrement dit, entre 2002 et 2004, le pouvoir d'achat a perdu 1,44 point, autrement dit 1,44 % (la valeur de départ étant 100).

> « Chaque année depuis 20 ans, le poids moyen des adolescents augmente de 2 %, soit une augmentation globale de 40 % »[2]

Tableau 1 —Effet d'une augmentation régulière de 2 % par an pendant 20 ans (quantité initiale année 0 : 100).

année	augmentation (%)	nouvelle valeur
1	2,00	102,00
2	2,04	104,04
3	2,08	106,12
4	2,12	108,24
...	...	....
18	2,80	142,82
19	2,86	145,68
20	2,91	148,59

On ne peut pas, vous l'avez maintenant bien compris, additionner les augmentations en pourcentage. Une augmentation de 2 % correspond à une multiplication par 1,02. Supposons par exemple un poids moyen de 100 au départ de la double décennie. Le tableau 1 (partiel), que vous pourrez vérifier

[2] Il s'agit bien sûr de valeurs imaginaires.

simplement, donne les valeurs de ce poids pour les années 1 à 20 (après augmentation).

L'augmentation globale est donc de 48,59 %, soit près de 50 %. C'est assez différent des 40 % annoncés. Ceux qui ont déjà contracté un prêt immobilier connaissent bien ce phénomène : un taux annuel apparemment dérisoire vous donne, au bout de 20 ou 25 ans, des intérêts cumulés aussi élevés que la somme empruntée (mais le cas des prêts est plus complexe que notre exemple).

> « La dette de la France, qui avait augmenté de 15 % l'an passé, n'a augmenté cette année que de 14 %. Le gouvernement se félicite de sa gestion exemplaire. »

Dans une annonce comme celle-ci, il n'y a pas — et c'est d'ailleurs le cas le plus courant — de réel mensonge *objectif*. La phrase suggère que le déficit (augmentation de la dette) a diminué. Cela est, d'un certain point de vue, vrai. Mais il s'agit bien entendu d'un point de vue très particulier : le déficit a décru *en pourcentage de la dette*.

La question à se poser dans un tel cas est : est-ce vraiment l'information pertinente ? Lorsque je m'interroge sur le déficit du pays, ce qui m'intéresse, c'est peut-être de savoir de combien il est en euros, donc en valeur absolue, et non pas en valeur relative.

Supposons par exemple une dette de départ de 100 milliards d'euros. Un an plus tard, on nous dit qu'elle a augmentée de 15 %, passant donc à 115 milliards. Cela nous fait un déficit de 15 milliards. L'année qui suit, cette dette augmente de 14 %, passant donc à $115 \times 1{,}14 = 131{,}1$. L'augmentation est donc maintenant de $131{,}1 - 115 = 16{,}1$ milliards. Autrement dit, la dette a *plus* augmenté cette année que l'année précédente.

Selon la couleur politique de votre quotidien préféré, et celle du gouvernement en place, vous pourrez donc y lire :

> Diminution du déficit : l'augmentation de la dette (15 % l'an dernier) est réduite à 14 % cette année.

ou alors :

> Augmentation du déficit : de 15 milliards l'an passé, il dépasserait cette année 16 milliards d'euros.

Et les deux informations sont rigoureusement justes…

Il ne suffit pas de constater qu'une incompréhension est fréquente. Il ne suffit pas de dire « les gens ont tort ». Ce qui est intéressant dans un cas comme celui-ci, c'est de comprendre *pourquoi* la plupart des humains (peut-être tous ?) ont de telles difficultés à bien saisir le fonctionnement d'un concept comme celui de pourcentage. Et la réponse (partielle) la plus évidente tient en deux points :

- les augmentations ou comparaisons faites avec des pourcentages renvoient à des *multiplications*, non à des additions. « Ajouter » 5 %, c'est *multiplier* par 1,05. Or, additionner est plus naturel que multiplier ;
- si la valeur de départ est différente, la même augmentation en pourcentage ne donne pas la même augmentation absolue. « Ajouter 6 % » ça peut être ajouter 5, ou 6, ou 12 selon le cas. Or, il est naturel de considérer le signe « % » comme le symbole d'une unité, et donc 6 % comme une *valeur* fixe.

Le deuxième point est bien évidemment lié au premier. Dit autrement il exprime le fait que, si l'on veut, contre l'évidence mathématique, considérer qu'une augmentation de 10 % est *l'ajout* d'une certaine quantité (et non la multiplication par un certain facteur), alors il faut savoir que la valeur à ajouter dépend de la valeur de départ.

Psychologiquement, « ajouter » quelque chose, c'est faire une addition, et non une multiplication. Les termes « ajouter » ou « augmentation », ou « réduction », que l'on utilise souvent dans le cadre des proportions, sont donc trompeurs, et viennent se combiner au fait que l'addition est infiniment plus naturelle que la multiplication[3].

C'est ainsi qu'un plombier qui doit calculer le prix « toutes taxes comprises » correspondant à une prestation de 120 € hors taxe, la taxe étant de 5,5 %, calcule fréquemment de la manière suivante :

- il détermine d'abord 5,5 % de 120 €, soit $120 \times 0{,}055 = 6{,}6$
- il ajoute ensuite ce résultat au prix de départ : $120 + 6{,}6 = 126{,}6$.

Cette procédure est plus longue que celle consistant à multiplier directement 120 par 1,055 (si l'on dispose d'une calculatrice), et elle revient au même. Mais, si elle est mathématiquement inférieure, elle est psychologiquement plus logique. En utilisant le calcul intermédiaire des 5,5 % de 120, le plombier peut faire ensuite une *addition*, ce qui correspond bien à l'idée qu'on se fait de la taxe : c'est une somme qui vient s'ajouter, donc s'additionner, au prix de départ.

1.2 Augmentations et moyennes

C'est souvent dans le cadre des augmentations ou des réductions que l'on rencontre les exemples les plus simples de statistiques — mais non les moins

[3] Pour ceux qui s'intéressent à ces questions de psychologie des mathématiques, le livre de Stanislas Dehaene (*La bosse des maths,* Odile Jacob) est une excellente référence.

trompeurs. Que ce soit la dette de la France, le pouvoir d'achat des citoyens, les salaires des cadres, les soldes, la cote de popularité d'un ministre ou la température qu'il fait, les médias et ceux qui les consultent sont friands de comparaisons sur ces grandeurs.

Selon les situations, on exprime les augmentations (ou réductions) soit en valeur relative (pourcentage de la valeur initiale), soit en valeur absolue (augmentation brute). Ces deux types d'écriture sont assez différents, et leur confusion mène potentiellement à des erreurs, ou des manipulations. Pour bien comprendre la différence entre les augmentations relatives et absolues, il n'est pas besoin d'exemples tarabiscotés : les soldes suffisent. Sur un article initialement vendu 10 €, une baisse de 20 % correspond à une remise de 2 €. La diminution relative du prix est donc de 20 %, la diminution absolue de 2 €. Le passage entre les variations relatives et absolues n'est pas aussi simple qu'on pourrait le rêver, du fait qu'une même remise de 20 % par exemple ne correspond pas, comme vous le savez, à une même remise absolue (en euro). Bien entendu, aucun des lecteurs n'aurait compris les choses autrement. On ne saurait vous berner aussi simplement.

Pourtant, mélangeons à cette confusion potentielle des variations relative et absolue un brin de moyennes, et nous pouvons obtenir un fameux paradoxe.

Dans la plupart des cas, on préfère connaître les évolutions de grandeurs sous forme relative (pourcentage). C'est souvent bien plus parlant. Par exemple, on voudra savoir de combien a augmenté le nombre d'habitants en France en pourcentage du nombre d'habitants de l'an passé. Bien sûr, cette augmentation dépend des zones, et elle pourrait être de 10 % dans une région, et de 2 % seulement dans une autre. Comment s'exprime le pourcentage global en fonction de ces pourcentages « locaux » ? Nous allons voir au cours d'une fable que la réponse n'est pas nécessairement évidente.

> Un grand remous secouait avant-hier l'entreprise *Marchive et fils*. Des centaines d'employés, un patron sévère. On connaît dans les parages la réputation des Marchive.
>
> Janvier 2009 : les salaires sont modifiés. On licencie à gauche, on embauche à droite. C'est un drôle de cafouillage. Promotions internes en tous genres. Le syndicat principal ne l'entend pas de cette oreille ni ne le voit de cet œil, et lance aussitôt une grande campagne d'affichage : « Non à la précarité, non à la baisse (de 10 %) des salaires ! ». Un appel à la grève générale suit, et les ouvriers, ainsi que les cadres, se retrouvent massivement dans la rue, à l'exception des quelques promus et de la secrétaire du patron.
>
> Les médias accourent, légion de l'information. On se bat pour fourrer un micro sous la lippe d'un ouvrier, une caméra dans le nez d'un cadre.

Robert, syndicaliste convaincu, se pâme, chiffres en main, devant le journaliste : « Les salaires ouvriers ont été arbitrairement réduits de 10 %, ainsi que les salaires des cadres. Nous nous battons pour les uns comme les autres, car tous sont des travailleurs, et nul ne doit être oublié ! ». Satisfait, le journaliste remballe son attirail et court au bureau du patron.

« On dit dehors que vous baissez les salaires. Qu'avez-vous à répondre ? ». Le patron ne se mit pas en colère, comme on l'aurait pu croire d'un Marchive, mais partit d'un rire énorme et tonitruant. Une fois la crise passée, il dit au journaliste, exhibant autoritairement une liste de chiffres signée de sa propre main : « Ah ! Je baisse les salaires ? Tous les salaires ? Expliquez-moi alors pourquoi je dépense plus, alors que le nombre de salariés est inchangé. Vous savez bien, Monsieur, que les syndicalistes n'ont qu'un but. Notre déontologie est simple : nous payons nos employés aussi cher que cela nous est matériellement possible. Les syndicats truquent les chiffres, déforment la vérité. Ils prétendent que nous licencions, et c'est faux. Il y avait, monsieur, 1100 personnes travaillant dans mon entreprise l'an dernier, il y en a aujourd'hui, en 2009, 1100 : le même nombre à l'unité près ! On dit que je réduis les salaires ? Mes employés touchaient mensuellement 400 000 € dans leur ensemble, et nous en sommes cette année à 1 008 000 € ! Et ces ingrats osent se plaindre ! »

Voilà notre héros journaliste dans un fichu embarra : qui doit-il accuser de mensonge ? Le syndicat ? Le patron ? On n'imagine pas très bien, en effet, que les deux puissent avoir raison, ce qui voudrait dire que les salaires montent et baissent… Voilà bien une astuce qui ne nous convaincra pas.

L'affaire, à première vue, doit se résoudre simplement, puisque l'entreprise du sieur Marchive fonctionne selon un principe pour le moins élémentaire : tout employé est soit ouvrier, soit cadre. Le salaire est le même pour tous les ouvriers. Le salaire est identique pour tous les cadres. Pas d'heures supplémentaires, pas de primes.

On lit sur le rapport du syndicat : « Les ouvriers touchaient 200 € mensuels en 2008, on leur offre désormais 180 €, soit une baisse de 10 % ». Gustave prend sa calculatrice et vérifie. Ça fait bien une baisse de 10 %. Il reprend la lecture du document : « Les cadres gagnaient l'an dernier 2000 € mensuels, et aujourd'hui 1800 €, soit, là encore, une baisse de 10 % ».

« Ah Ah ! fait le journaliste en sa large moustache. Ainsi donc notre patron Marchive est un fieffé menteur : les salaires ont bien baissé, et il m'a menti. Voyons donc son papier… ».

Dans un encart sur la page deux, vermeil sur fond citrin : « L'an dernier, le salaire mensuel moyen était de 363,64 €. Il passe cette année à 916,34 €,