

Sommaire

Introduction	1
<i>Partie I Logique propositionnelle</i>	5
Chapitre 1 Le langage naturel restreint	7
1.1 Propositions élémentaires	8
1.2 Les connecteurs de base	8
1.2.1 La négation	8
1.2.2 La conjonction	9
1.2.3 La disjonction	9
1.2.4 L'implication	10
1.2.5 La double implication	12
1.3 Les propositions du langage naturel restreint	13
1.3.1 La composition des propositions	13
1.3.2 Arbre de décomposition d'une proposition	14
1.3.3 Les tables de vérité	16
1.4 Propositions équivalentes	18
1.4.1 Les équivalences de base	19
1.4.2 Tautologies et contradictions	23
L'essentiel du chapitre 1	27
Chapitre 2 Le langage propositionnel	29
2.1 Les formules du langage propositionnel	29
2.2 Formules équivalentes, tautologies et contradictions	31
2.3 Le cas des langages finis	32
2.3.1 Formules complètes	33
2.3.2 Formes normales disjonctives	33
2.3.3 Nombre de formules non équivalentes d'un langage fini	38

L'essentiel du chapitre 2	39
Chapitre 3 Théorèmes, preuves et démonstrations	41
3.1 Les démonstrations axiomatiques	41
3.1.1 La notion d'axiome	41
3.1.2 Les règles d'inférence	43
3.1.3 Preuves, conséquences et théorèmes en calcul propositionnel	44
3.1.4 Calcul propositionnel et sémantique	46
3.2 La déduction naturelle	48
3.2.1 Schémas de déduction et sous-déductions	48
3.2.2 Premières règles d'introduction et d'élimination des connecteurs	50
3.2.3 Deuxièmes règles d'introduction et d'élimination des connecteurs	51
L'essentiel du chapitre 1	54
Chapitre 4 La relation de conséquence en calcul propositionnel	55
4.1 La notion de monde	55
4.2 Satisfaction des formules par les mondes	58
4.3 Mondes et relation de conséquence	61
L'essentiel du chapitre 4	65
Partie II Calcul des prédicats	67
Chapitre 5 Le langage prédicatif restreint	73
5.1 Termes élémentaires, fonctions et prédicats	73
5.1.1 Termes élémentaires	75
5.1.2 Fonctions	75
5.1.3 Prédicats	76
5.2 Les quantificateurs	79
5.2.1 Le quantificateur universel	80
5.2.2 Le quantificateur existentiel	82
5.2.3 Equivalence des quantificateurs universel et existentiel	84
L'essentiel du chapitre 5	89
Chapitre 6 Le langage de la logique des prédicats	91
6.1 Les formules du langage des prédicats	91
6.2 Variables libres, variables liées, substitutions	93
L'essentiel du chapitre 6	97

Chapitre 7	La déduction en calcul des prédicats	99
7.1	La déduction axiomatique	99
7.1.1	Axiomes et règles d'inférence du calcul des prédicats	99
7.1.2	Preuves, théorèmes et conséquences en calcul des prédicats	100
7.2	La déduction naturelle en logique du premier ordre	102
7.3	Validité des formules et modèles en logique du premier ordre	104
7.3.1	Validité d'une formule close	105
7.3.2	Cas des formules libres	108
7.3.3	Formules logiquement valides	110
7.3.4	Formes prénexes	112
7.3.5	La sémantique des théorèmes en logique du premier ordre	113
7.4	La relation de conséquence en logique du premier ordre	114
	L'essentiel du chapitre 7	116
Chapitre 8	Théories axiomatiques	117
8.1	La notion de théorie axiomatique	117
8.2	L'arithmétique et les axiomes de Péano	120
8.3	Le théorème d'incomplétude de Gödel	121
8.3.1	Le codage des formules	121
8.3.2	Codage des relations arithmétiques	122
Solutions des exercices		125
	Solutions des exercices du chapitre 1	125
	Solutions des exercices du chapitre 2	132
	Solutions des exercices du chapitre 3	137
	Solutions des exercices du chapitre 4	142
	Solutions des exercices du chapitre 5	147
	Solutions des exercices du chapitre 6	153
	Solutions des exercices du chapitre 7	155
	Solutions des exercices du chapitre 8	159
	Solution du test	159
Index		161