

Chapitre 1

Aspects généraux des systèmes asservis

1. Description d'un système asservi

1.1. Notion de système bouclé

Dans de nombreuses applications industrielles, il faut maintenir à des valeurs déterminées des grandeurs physiques (vitesse de rotation d'un moteur, température d'un four, ...) quelles que soient les **perturbations** (variation du couple résistant, ouverture de la porte du four, ...) qui peuvent influencer sur ces grandeurs.

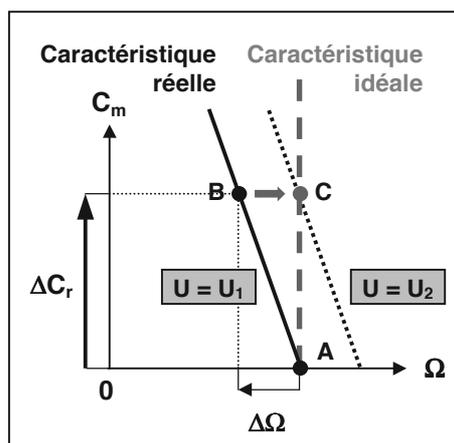
On est donc amené à concevoir des systèmes, où la grandeur à maîtriser ou **grandeur de sortie** s'aligne rigoureusement sur la grandeur souhaitée ou **consigne**, quel que soit l'environnement. On y parvient en appliquant une **rétroaction** ou **bouclage** de la sortie sur l'entrée.

□ **Exemple n°1** : Moteur électrique à courant continu

Un moteur électrique ne possède pas de caractéristique mécanique idéale $C_m = f(\Omega)$ lui permettant de fonctionner à vitesse constante quel que soit le couple résistant.

Ainsi, pour une tension U_1 fixée, une augmentation ΔC_r du couple résistant entraîne une diminution $\Delta \Omega$ de Ω . Le point de fonctionnement (C_m, Ω) passe de **A** à **B**.

Pour maintenir la vitesse de rotation constante, il faudra **observer la vitesse de rotation Ω** et agir sur la tension d'induit U (on augmente U de U_1 à U_2) pour que le point de fonctionnement passe de **B** à **C**.

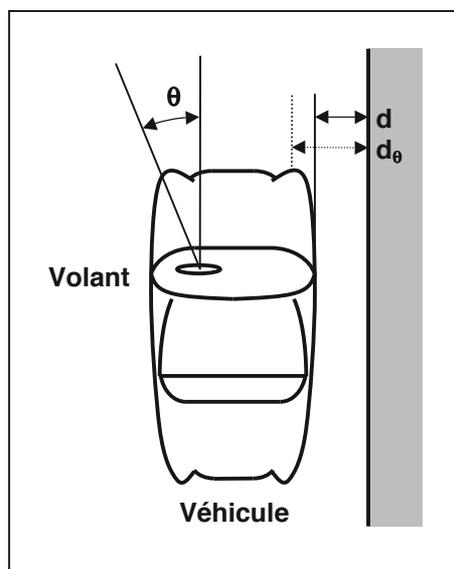


□ **Exemple n°2** : Conducteur au volant d'un véhicule

Le conducteur doit suivre la route. Pour cela, il **observe la route** et son environnement et évalue la distance d qui sépare son véhicule du bord de la route.

Il détermine en fonction du contexte, l'angle θ qu'il doit donner au volant pour suivre la route. Il agit sur le volant (donc sur le système) ; puis de nouveau, il **recommence son observation** (nouvelle distance d_θ) pendant toute la durée du déplacement.

Si un coup de vent dévie le véhicule de sa trajectoire, après avoir observé et mesuré l'écart, le conducteur agit pour s'opposer à cette perturbation.

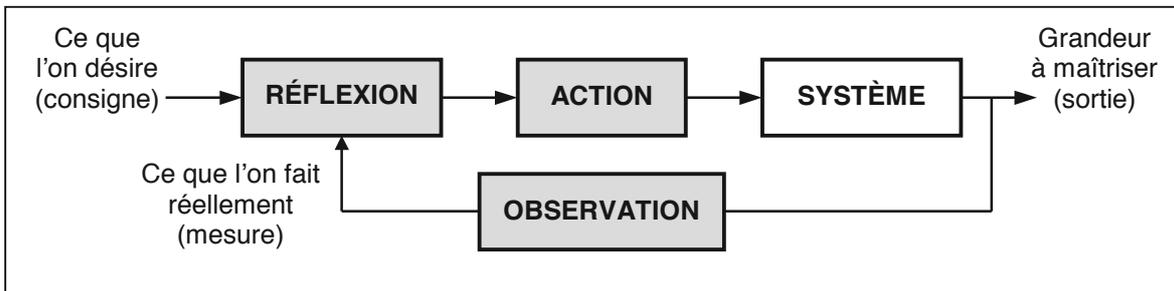


Un bouclage apparaît donc chaque fois qu'au cours d'une opération, un système prend en compte l'observation de son état pour le modifier.

Les systèmes correspondants sont appelés systèmes **bouclés** ou systèmes **asservis**.

1.2. Structure fonctionnelle

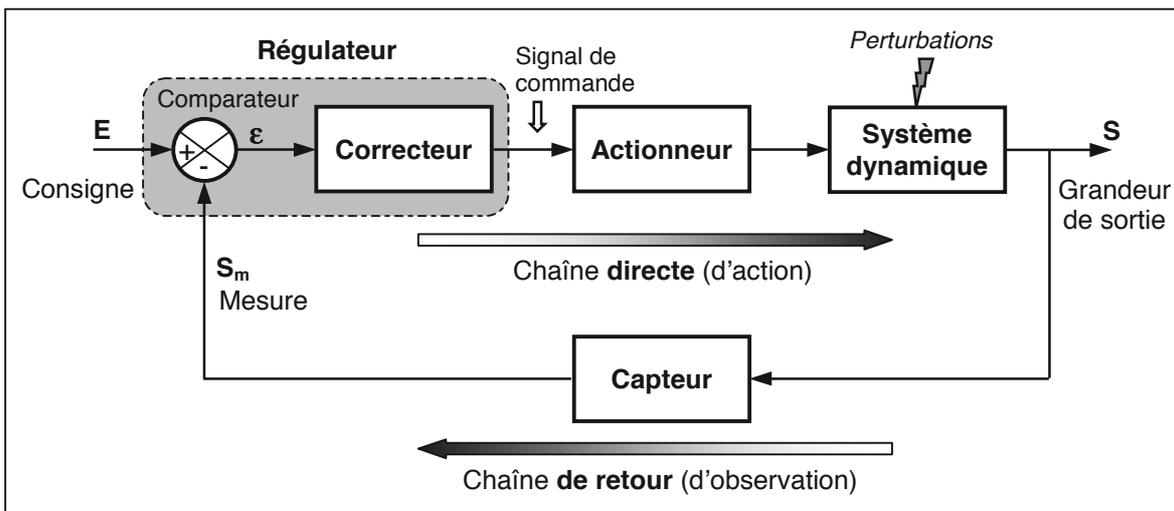
Pour constituer un bouclage, il faut réaliser trois opérations essentielles décrites ci-dessous :



L'**observation** se porte sur la grandeur à maîtriser. L'étape de **réflexion** détermine l'écart entre la grandeur observée et la grandeur souhaitée. En fonction de cet écart et des règles d'évolution fixées, on en déduit l'**action** à entreprendre. Celle-ci modifie la grandeur incidente réglante du système et donc la grandeur à maîtriser.

1.3. Structure matérielle

L'organisation fonctionnelle précédente est supportée par une structure matérielle, mise en évidence par le schéma suivant, appelé **schéma bloc** :



Il est caractérisé par deux chaînes :

- une chaîne **directe** ou **d'action** assurant les fonctions de **commande** et de **puissance** ;
- une chaîne **de retour** ou **d'observation** assurant la fonction de **mesure**.

Le **régulateur** élabore le signal de commande à partir de l'écart ε (appelé aussi erreur) constaté entre la **consigne** et la **mesure** issue du **capteur**. Il comporte :

- un **comparateur** élaborant le signal d'écart ε ;
- un **préamplificateur** (non représenté) adaptant le niveau de ce signal ;
- un **correcteur** modifiant l'allure du signal de commande, à partir de l'écart constaté, afin d'obtenir les performances fixées par le cahier des charges (stabilité, précision, rapidité, ...).

L'**actionneur** fournit la puissance au système à partir du signal élaboré par le régulateur.

Le **système dynamique** évolue selon les lois physiques le caractérisant, afin d'apporter la valeur ajoutée à la matière d'œuvre. Il peut subir des **perturbations** extérieures prévisibles ou non.

1.4. Différentes dénominations

On classe généralement les systèmes asservis en deux catégories par leur mode de fonctionnement : les **systèmes régulateurs** et les **systèmes suiveurs** ou **asservissements**.

	But	Exemples
Systèmes régulateurs	Il faut maintenir la grandeur de sortie à une valeur constante (conformément à la consigne) et ce, indépendamment des perturbations subies par le système.	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Régulations de vitesse, de débit, ... ; ▪ Pilote automatique de bateau dont la fonction est de maintenir le cap.
Systèmes suiveurs	La grandeur de sortie doit suivre la loi de variation non fixée de la consigne. Les perturbations n'existent pas ou sont très peu influentes.	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Parabole d'un radar de contrôle aérien ; ▪ Table traçante ; ▪ Bras robotisé.

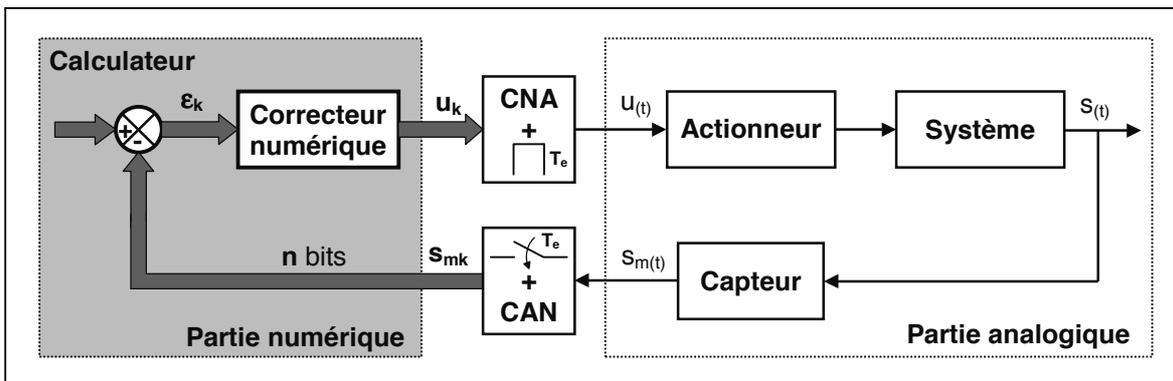
- **Nota** : En pratique, lorsqu'un changement de consigne est effectué, une régulation devient, de fait, un asservissement. De même, un asservissement maintenant une grandeur constante pendant une durée donnée peut subir une perturbation inopinée et devient une régulation. Dans beaucoup de cas, il y a à la fois régulation et asservissement.

2. Systèmes asservis linéaires et continus

2.1. Systèmes continus et échantillonnés

Les phénomènes physiques auxquels on s'intéresse dans la plupart des problèmes de régulation et d'asservissement, évoluent de façon continue, à la fois dans le temps et dans leur plage de variation en amplitude. On dit que ces systèmes sont **continus**.

Lorsqu'un ordinateur est utilisé pour la commande, la mesure continue $s_{m(t)}$ doit être convertie en un nombre s_{mk} pour pouvoir être traité. C'est le rôle du **convertisseur analogique / numérique (CAN)**. De plus, le calculateur exécutant les tâches les unes après les autres, il ne peut prendre en compte les valeurs de la mesure qu'à des intervalles de temps réguliers T_e fixés par un **échantillonneur** ($\text{---}\swarrow\text{---}$). La durée T_e est appelée **période d'échantillonnage**.



En sortie du calculateur, on doit réaliser l'opération inverse. Le signal numérique de commande u_k est transformé en un signal analogique grâce au **convertisseur numérique / analogique (CNA)**. Mais la sortie du calculateur est elle-même échantillonnée. Or, les actionneurs ont besoin, en général, d'une information continue $u(t)$. Le **bloqueur** (\square), sorte de « mémoire analogique » permet de maintenir le signal de commande constant entre deux instants d'échantillonnage.

Ces systèmes, appelés **systèmes échantillonnés**, sont de plus en plus répandus en raison de l'utilisation croissante de constituants numériques. Ils ne font pas l'objet de cet ouvrage.

2.2. Systèmes linéaires

Un système **linéaire** est un système pour lequel la relation entre la grandeur d'entrée $e(t)$ et celle de sortie $s(t)$ s'exprime sous forme d'une **équation différentielle linéaire à coefficients constants**.



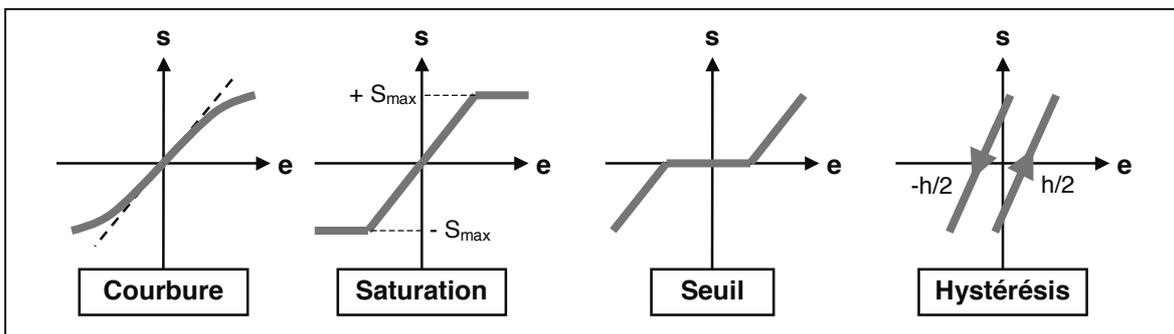
$$b_0 s(t) + b_1 \frac{ds(t)}{dt} + b_2 \frac{d^2 s(t)}{dt^2} + \dots + b_n \frac{d^n s(t)}{dt^n} = a_0 e(t) + a_1 \frac{de(t)}{dt} + a_2 \frac{d^2 e(t)}{dt^2} + \dots + a_m \frac{d^m e(t)}{dt^m}$$

On a en général $m < n$ pour un système physique réel : n est l'ordre du système.

L'équation différentielle décrit le comportement dynamique du système, mais aussi du régime statique. Celui-ci est décrit en annulant les dérivées de l'équation : la relation entre la sortie s et l'entrée e , appelée **caractéristique statique**, est une droite : $s = K.e$ avec $K = a_0 / b_0$.

2.3. Non-linéarités

Beaucoup de systèmes physiques n'ont pas de comportement linéaire. Leur caractéristique statique n'est donc pas une droite. On peut recenser quatre types usuels de non-linéarités :



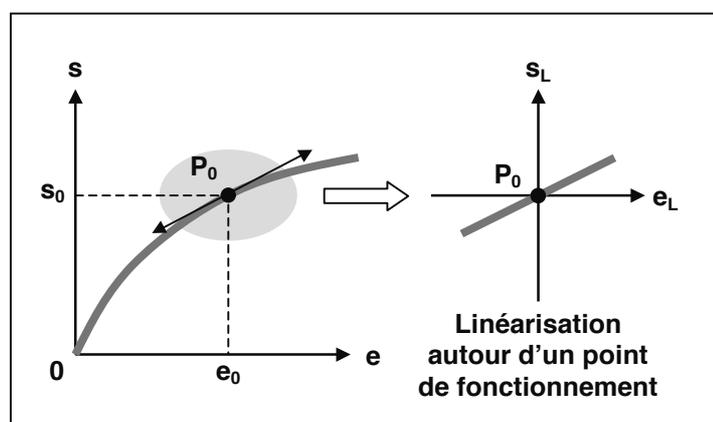
L'étude d'un système non-linéaire est difficile, c'est pourquoi pour étudier un tel système, on fixe le **point de fonctionnement** $P_0 (e_0, s_0)$ désiré et on étudie les variations locales $s_L = s - s_0$ de la sortie en fonction des variations $e_L = e - e_0$ autour du point de fonctionnement choisi P_0 .

La caractéristique $s_L = f(e_L)$ peut alors être assimilée à une **droite**.

Sa pente est le **gain statique K** du système linéarisé. C'est aussi la pente de la tangente en P_0 à la caractéristique $s = f(e)$:

$$K = \left(\frac{ds}{de} \right)_{P_0}$$

On verra que $K = H(0)$ où $H(p)$ est la fonction de transfert du système.



- **Nota** : Les non-linéarités sont parfois exploitées. C'est le cas de la saturation qui permet de limiter le courant dans un variateur de vitesse par exemple.

2.4. Linéarisation autour d'un point de fonctionnement

Lorsqu'une fonction n'a pas les critères de linéarité (fonctions \sqrt{x} , x^n , trigonométriques, etc.), il est possible de la linéariser autour d'un **point d'équilibre** (s'il existe) aussi appelé **point stationnaire** ou **point nominal** et ceci pour de petites variations autour de ce point.

□ **Exemple** : Drone quadrirotor (sujet ENAC 2011)

Sous certaines hypothèses simplificatrices, l'équation globale modélisant le moteur et sa commande peut se mettre sous la forme suivante :

$$\boxed{\frac{d\omega}{dt} = -\frac{1}{\tau}\omega - k_Q\omega^2 + \frac{k_v}{\tau}u} \quad (1)$$

u : tension de commande du moteur

ω : vitesse de rotation angulaire du moteur



τ , k_v et k_Q sont des constantes caractéristiques de l'ensemble { moteur + hélice }. Le terme $-k_Q\omega^2$ provient du couple de frottement aérodynamique de l'air sur l'hélice tournant à grande vitesse.

L'équation fait apparaître un terme non linéaire en ω^2 , qui ne peut pas être pris en compte dans la méthode usuelle par transformation de LAPLACE (cf. page 19). On linéarise donc l'équation (1) autour du point de fonctionnement ω_0 , vitesse de rotation du moteur qui permet de maintenir le drone en équilibre en vol stationnaire. On note u_0 la tension de commande correspondante.

A l'équilibre, $\omega = \omega_0 = C^{ste}$:
$$0 = -\frac{1}{\tau}\omega_0 - k_Q\omega_0^2 + \frac{k_v}{\tau}u_0 \quad (2)$$

En posant $\omega = \omega_0 + \delta\omega$ et $u = u_0 + \delta u$, l'équation initiale (1) devient :

$$\frac{d(\omega_0 + \delta\omega)}{dt} = -\frac{1}{\tau} \cdot (\omega_0 + \delta\omega) - k_Q \cdot (\omega_0 + \delta\omega)^2 + \frac{k_v}{\tau} \cdot (u_0 + \delta u)$$

$$\frac{d(\delta\omega)}{dt} = \left(-\frac{1}{\tau}\omega_0 - k_Q\omega_0^2 + \frac{k_v}{\tau}u_0 \right) - \frac{1}{\tau}\delta\omega - 2k_Q\omega_0\delta\omega + \frac{k_v}{\tau}\delta u - k_Q(\delta\omega)^2$$

On néglige le terme du 2nd ordre $(\delta\omega)^2$. Par conséquent :

$$\frac{d(\delta\omega)}{dt} = \underbrace{\left(-\frac{1}{\tau}\omega_0 - k_Q\omega_0^2 + \frac{k_v}{\tau}u_0 \right)}_{=0 \text{ d'après (2)}} - \frac{1}{\tau}\delta\omega - 2k_Q\omega_0\delta\omega + \frac{k_v}{\tau}\delta u$$

Soit :

$$\frac{d(\delta\omega)}{dt} = -\left(\frac{1}{\tau} + 2k_Q\omega_0 \right) \cdot \delta\omega + \frac{k_v}{\tau}\delta u$$

Il s'agit d'une **équation différentielle linéaire à coefficients constants** de la forme :

$$\boxed{\frac{d(\delta\omega)}{dt} = -A\delta\omega + B\delta u} \quad \text{avec} \quad \boxed{A = \frac{1}{\tau} + 2k_Q\omega_0} \quad \text{et} \quad \boxed{B = \frac{k_v}{\tau}}$$

Tous les systèmes étudiés par la suite seront des systèmes linéaires ou linéarisés pour de petites amplitudes autour d'un point de fonctionnement.

3. Qualités d'un système asservi

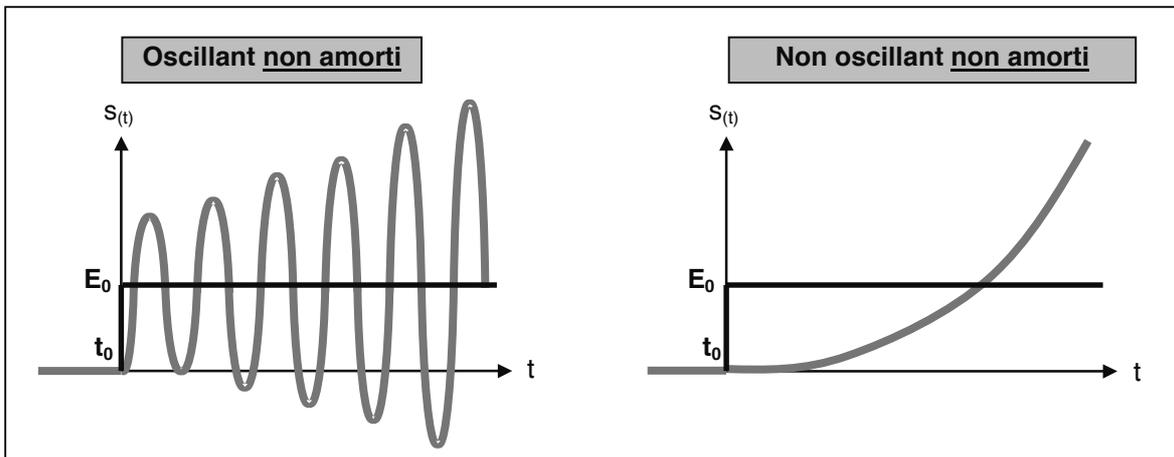
Le cahier des charges d'un système asservi impose un certain nombre de performances portant sur les comportements en régime établi (**précision**) et en régime transitoire (**rapidité** et **stabilité**).

Ces trois caractéristiques sont étroitement **liées**. Il faut donc les rendre compatibles, ce qui passe souvent par la recherche d'un **correcteur approprié**, car les exigences de précision et de stabilité imposent généralement des réglages contradictoires.

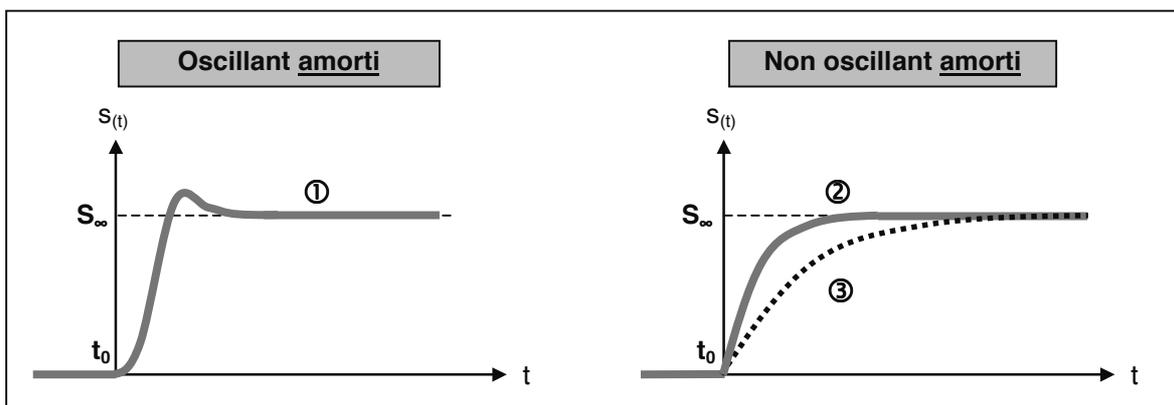
3.1. La stabilité

La qualité essentielle pour un système asservi, et donc exigée à tout prix, est la **stabilité**. Dans une approche simplifiée, un système est considéré comme stable si pour une variation d'amplitude finie de la consigne ou d'une perturbation, la grandeur de sortie se stabilise à une valeur finie.

En effet, un **système instable** se caractérise soit par des oscillations d'amplitude de plus en plus grande (régime oscillant non amorti), soit par une croissance irréversible positive ou négative de la grandeur de sortie (régime non oscillant non amorti).



Dans les deux cas, il y a **risque de détérioration physique du système** et donc d'insécurité. Le comportement que l'on souhaite souvent obtenir est semblable à ceux proposés ci-dessous :



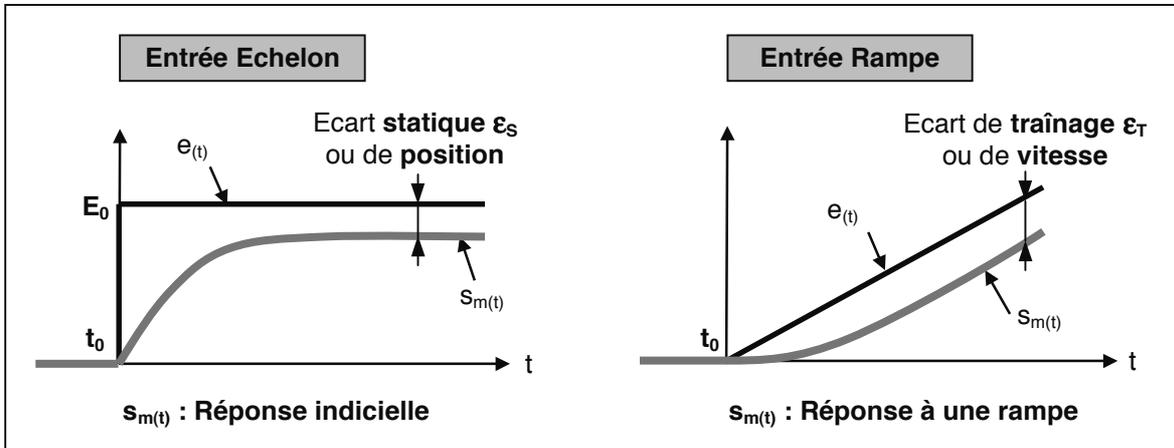
Plus le régime transitoire est amorti, plus le système asservi est stable.

Le **degré de stabilité** est alors caractérisé par l'**amortissement** de ce régime transitoire.

Si l'amortissement est trop important (courbe ③), cela conduit à une perte significative de rapidité pour le système. La réponse ① propose un bon compromis entre **amortissement** et **rapidité** pour un système oscillant. On lui préférera la réponse ② dans les applications où l'amplitude des oscillations doit impérativement rester nulle. C'est notamment le cas des machines outils à commande numérique (MOCN) où aucun dépassement n'est toléré.

3.2. La précision

La précision d'un système asservi se mesure à l'écart entre la consigne $e(t)$ demandée et la mesure $s_m(t)$ en **régime permanent**. On parle alors de **précision statique**. Cet écart dépend de la nature de l'excitation à l'entrée. Ainsi, aux deux sortes de signaux d'entrée les plus usités correspondent deux expressions de l'écart :



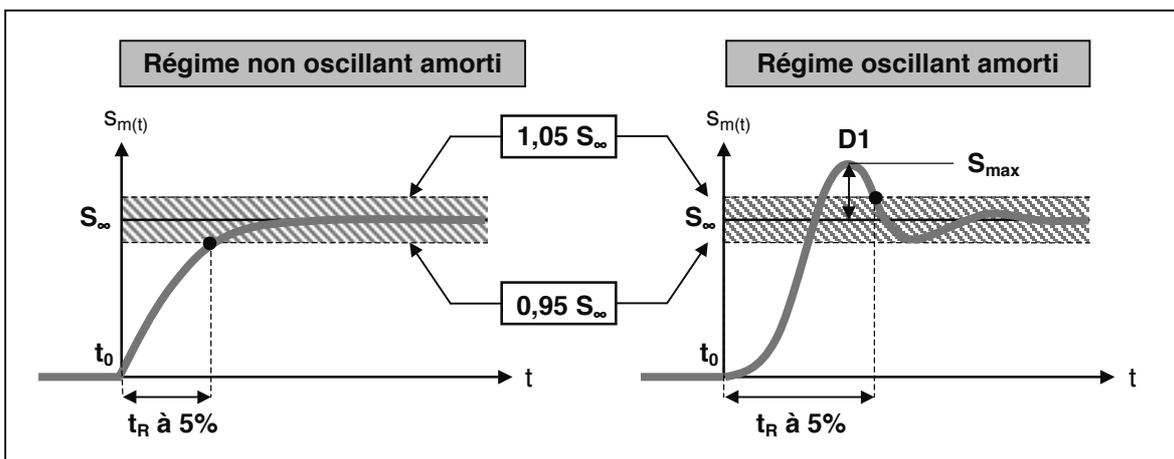
- **Nota** : Il existe un autre signal d'entrée, qui est une fonction quadratique du temps : la **parabole**. L'écart correspondant est appelé **écart d'accélération**, noté ϵ_A .

3.3. La rapidité

On peut juger de la rapidité d'un système en mesurant sur sa réponse indicielle le **temps de réponse t_R à 5%**. C'est le temps que met la mesure pour entrer dans une zone à $\pm 5\%$ de sa valeur finale S_∞ et ne peut plus s'en écarter.

Ceci peut s'écrire sous la forme suivante :

$$t \geq t_{R(5\%)} \Rightarrow 0,95 \cdot S_\infty \leq s_m(t) \leq 1,05 \cdot S_\infty$$



Le système asservi est d'autant plus rapide que le temps de réponse t_R à 5% est court.

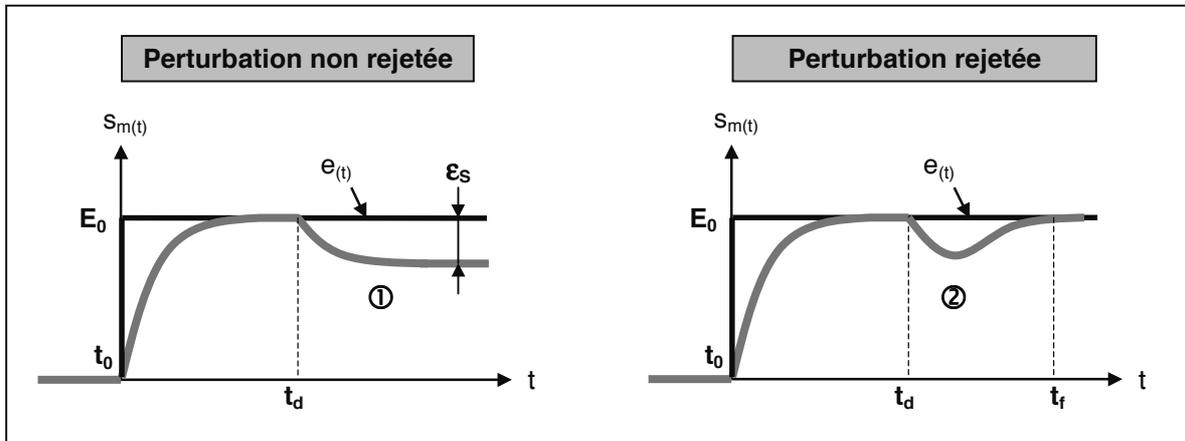
Dans le cas du **régime oscillant amorti**, on complète le temps de réponse par le premier dépassement **D1** exprimé en %, qui caractérise l'amplitude des oscillations :

$$D1\% = 100 \cdot \left| \frac{S_{\max} - S_\infty}{S_\infty} \right|$$

On peut trouver également des contraintes sur le **temps du 1^{er} maximum** et sur le **temps de montée** (temps nécessaire pour que $s_m(t)$ passe de 10% à 90% de S_∞) pour quantifier la rapidité.

3.4. Rejet de perturbation

Une perturbation est un signal parasite qui vient modifier le comportement du système et que l'on traite comme une entrée subie. « Rejeter une perturbation », c'est faire en sorte que celle-ci n'affecte pas (ou pas trop longtemps) le fonctionnement du système.



Dans le cas ①, la mesure commence par rejoindre la consigne puis il se produit une perturbation en t_d qui engendre un écart statique ε_s .

Dans le cas ②, la mesure subit la perturbation dans un premier temps, tout comme le cas ①, mais elle finit par la vaincre et en t_f , elle rejoint de nouveau sa consigne. Dans ce dernier cas, on dit que la perturbation a été rejetée en un temps égal à $t_f - t_d$.

3.5. Conclusion

Qu'il soit linéaire ou non-linéaire, continu ou échantillonné, un système asservi est d'abord caractérisé par la présence d'une boucle fermée. Cette structure permet de :

- Stabiliser un système qui serait instable en boucle ouverte (c'est le cas des avions modernes) ;
- Compenser les perturbations qui ne sont pas mesurables ou pas mesurées (variations de température extérieure, de vent, ...)
- Améliorer les performances globales d'un système.

Enfin, un point qui n'est pas abordé dans cet ouvrage est la désensibilisation d'un système vis à vis de variations paramétriques, autrement dit la compensation des variations du système lui-même, rendant le modèle utilisé faux. On peut citer notamment les variations dues au changement d'altitude et la variation de masse induite (les réservoirs se vident) pour le pilotage automatique d'un avion, les variations de charge d'un système mécanique, ... Ces variations peuvent changer de manière importante le comportement du système.