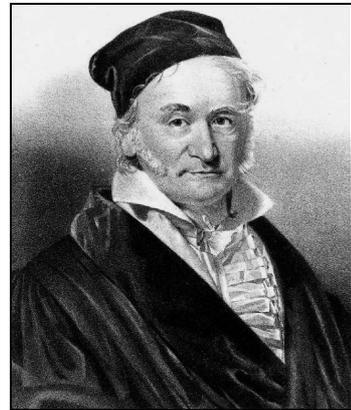


# Chapitre 1

# Bases de l'optique géométrique

Carl Friedrich **Gauss** est avant tout connu comme mathématicien et comme physicien. Pourtant c'est aussi un astronome. Il découvre par le calcul l'astéroïde Cérès, cette petite planète dont l'orbite se trouve entre celles de Mars et de Jupiter. La même année, il publie un ouvrage fondamental sur l'arithmétique. Il se tourne tardivement vers la physique dans les années 1830 grâce à sa rencontre avec Wilhelm **Weber**, et les deux hommes établissent ensemble des résultats fondamentaux en électromagnétisme. En 1841, Gauss établit une théorie sur les systèmes optiques centrés, suite à laquelle une condition d'approximation porte son nom.



Carl Friedrich Gauss  
1777-1857

## ■■■ Objectifs

### ■ Ce qu'il faut connaître

- ▷ Les définitions concernant la lumière
- ▷ Les lois de Snell-Descartes pour la réflexion et la réfraction
- ▷ Les définitions concernant les systèmes optiques et la formation d'images
- ▷ Les conditions et l'approximation de Gauss

### ■ Ce qu'il faut savoir faire

- ▷ Utiliser les lois de Snell-Descartes pour déterminer des rayons réfléchis ou réfractés
- ▷ Étudier les cas de réfraction limite et réflexion totale
- ▷ Calculer des angles et des distances avec des formules géométriques

## ■ ■ Résumé de cours

### ■ La lumière

#### □ Nature de la lumière

- La lumière est une onde électromagnétique se propageant dans les milieux transparents, avec une vitesse de propagation  $v$  dépendant du milieu. Dans le vide, elle se propage de façon rectiligne à la vitesse  $c = 299\,792\,458 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .
- Lorsque la lumière est une onde sinusoïdale, elle est dite **monochromatique**. Elle est alors caractérisée par sa fréquence  $f$  (déterminée par l'émetteur) et par sa longueur d'onde  $\lambda$  telle que  $\lambda = \frac{v}{f}$ . La longueur d'onde dans le vide est notée  $\lambda_0 = \frac{c}{f}$ .
- Généralement la lumière est un mélange contenant plusieurs longueurs d'onde : elle est alors dite **polychromatique**. La lumière visible par l'œil humain correspond à des longueurs d'onde dans le vide comprises entre  $0,4 \mu\text{m}$  (violet) et  $0,8 \mu\text{m}$  (rouge).
- La lumière peut aussi être considérée comme un flux de particules appelées **photons**. Un photon possède une énergie  $E = hf = h \frac{c}{\lambda_0}$  où  $h = 6,626 \cdot 10^{-38} \text{ J}\cdot\text{s}$  est la constante de Planck.

#### □ Les sources de lumière

Un objet est visible s'il émet de la lumière ; cette émission peut être intrinsèque, et on parle alors de source primaire, ou bien il peut renvoyer la lumière émise par d'autres sources, c'est alors une source secondaire. Parmi les sources primaires qu'on rencontrera, on peut distinguer :

- les sources à incandescence, qui émettent un spectre continu contenant toute une gamme de longueurs d'onde différentes ;
- les lampes spectrales, émettant seulement certaines longueurs d'onde ;
- les lasers, émettant une lumière quasi monochromatique.

#### □ Propagation dans les milieux matériels

Dans les milieux transparents, la vitesse de propagation de la lumière est  $v = \frac{c}{n}$ .

L'**indice de réfraction**  $n$ , supérieur ou égal à 1, caractérise le milieu. Il dépend de la fréquence (donc de la longueur d'onde) de la lumière.

### ■ Lois de l'optique géométrique

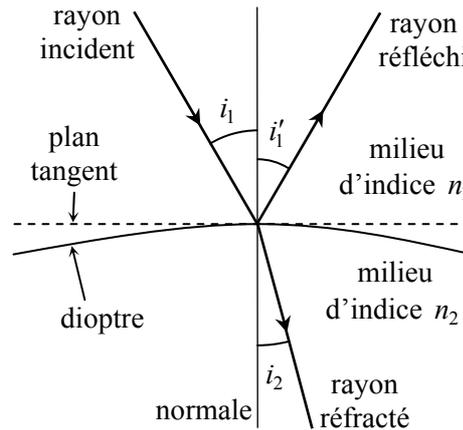
#### □ Modèle du rayon lumineux

Dans le cadre de l'optique géométrique, la lumière est modélisée comme un ensemble de rayons lumineux : chaque rayon est une courbe décrite par la lumière pour aller d'un point à un autre.

Les rayons lumineux se propagent indépendamment les uns des autres. Dans les milieux homogènes transparents et isotropes (seuls milieux envisagés ici), ils sont rectilignes.

### □ Réflexion et réfraction

Lorsqu'un rayon lumineux, dit **incident**, arrive sur un **dioptre** (interface de deux milieux d'indices différents), il donne naissance en général à un rayon **réfléchi** et à un rayon **réfracté**. À partir du point d'intersection entre le rayon incident et le dioptre, on définit la normale, droite orthogonale au dioptre. Cette normale et le rayon incident définissent le **plan d'incidence**.



### Lois de Snell-Descartes

Elles déterminent les rayons réfléchis et réfractés.

1. Les rayons réfléchis et réfractés sont dans le plan d'incidence.
2. Le rayon réfléchi est symétrique du rayon incident par rapport à la normale :  $i_1' = i_1$ .
3. L'angle  $i_2$  de réfraction est lié à l'angle  $i_1$  d'incidence par :  $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$ .

Ces lois ont pour conséquence la **loi de retour inverse** : le trajet suivi par la lumière pour aller d'un point  $A$  à un point  $B$  est le même que celui suivi pour aller de  $B$  à  $A$ .

### Remarques

- Lorsque le rayon réfracté est présent, on néglige souvent le rayon réfléchi.
- Si la surface est un miroir, il n'y a pas de rayon réfracté.

⇒ **Méthode 1.1. Déterminer un rayon réfracté**

### □ Réfraction limite et réflexion totale

- Si  $n_2 > n_1$ , il y a toujours un rayon réfracté (en plus du rayon réfléchi).
- Si  $n_2 < n_1$ , le rayon réfracté n'existe que lorsque l'angle  $i_1$  est inférieur à une valeur limite,

notée  $i_\ell$  : celle-ci correspond au cas où  $i_2 = \frac{\pi}{2}$ , soit  $i_\ell = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$ .

Lorsque  $i_1 > i_\ell$ , il n'y a pas de réfraction, il y a donc **réflexion totale**.

⇒ **Méthode 1.2. Étudier la réfraction limite**

## ■ Formation d'images par un système optique

### □ Définition

Un système optique est un ensemble de dioptries et/ou de miroirs, qui modifie la trajectoire des rayons lumineux. Son rôle est de donner une image d'un objet.

⇒ **Méthode 1.3. Déterminer une déviation par rotations successives**

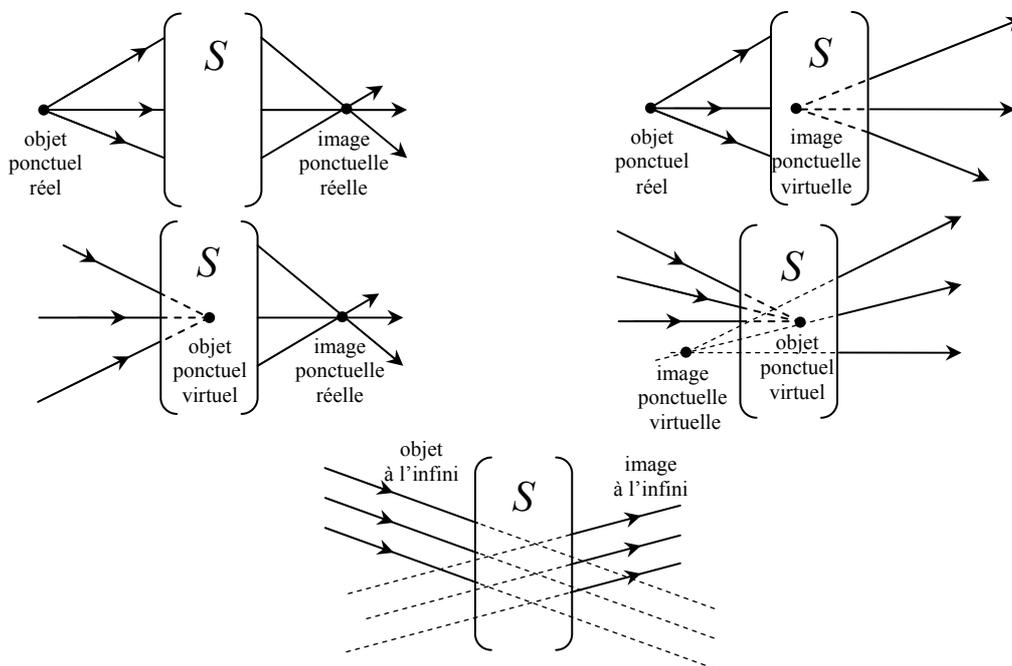
### □ Objet et image ; stigmatisme

L'intersection de tous les rayons incidents dont les supports sont concourants est appelée **point objet**. Ce point objet est **réel** si les rayons sont vraiment issus de ce point, et **virtuel** si les prolongements des rayons convergent vers ce point. Des rayons incidents parallèles entre eux définissent un objet **à l'infini** (cas limite d'un objet réel ou virtuel).

Après la traversée du système optique, on peut envisager deux cas :

- soit les rayons émergents correspondant aux rayons issus de chaque point objet  $A$  convergent vers un point  $A'$  ou semblent provenir d'un point  $A'$ , on dit alors que le système est **stigmatique** et  $A'$  est appelé **point image** de  $A$  ;
- soit ces rayons émergent de façon désordonnée, et le système n'est pas stigmatique.

Dans le cas du système stigmatique, l'image est dite **réelle** si les rayons convergent vraiment vers  $A'$ , et **virtuelle** s'ils semblent provenir de  $A'$  (leurs prolongements se coupant en  $A'$ ). Enfin l'image est **à l'infini** si les rayons émergents sont parallèles entre eux (cas limite d'une image réelle ou virtuelle).



## ■ Les systèmes centrés

### □ Définition

Un système optique est dit **centré** s'il possède un axe de symétrie de révolution, appelé axe optique.

Un rayon lumineux incident confondu avec cet axe ne sera donc pas dévié par le système.

De plus, d'après la première loi de Snell-Descartes, un rayon incident contenu dans un plan méridien (contenant l'axe) sera ensuite réfracté et/ou réfléchi dans ce plan.

### □ Aplanétisme

Un système optique centré sera utilisable comme instrument s'il possède en plus la propriété d'aplanétisme : l'image d'un objet plan perpendiculaire à l'axe optique est également plane et perpendiculaire à l'axe.

### □ Conditions de Gauss

Aucun système optique, excepté le miroir plan, n'est rigoureusement stigmatique ; en revanche, pour les systèmes optiques centrés, on peut obtenir un stigmatisme approché en ne laissant pénétrer dans le système que les rayons paraxiaux, c'est-à-dire proches de l'axe optique et peu inclinés par rapport à celui-ci. Ces conditions, dites de Gauss, se réalisent pratiquement à l'aide d'un diaphragme et en observant des objets petits et/ou éloignés.

Les calculs se font alors avec l'**approximation de Gauss** : tous les angles étant petits, on peut écrire  $\sin \alpha \approx \alpha$ ,  $\cos \alpha \approx 1$ ,  $\tan \alpha \approx \alpha$ .

### □ Foyers et plans focaux

Les systèmes optiques centrés, utilisés dans les conditions de Gauss, possèdent deux points particuliers :

- le **foyer principal objet**  $F$  dont l'image par le système est à l'infini sur l'axe ;
- le **foyer principal image**  $F'$ , image d'un point objet situé sur l'axe et à l'infini.

Si ces deux points sont à l'infini, le système est dit **afocal**.

Le plan passant par  $F$  et perpendiculaire à l'axe est le **plan focal objet**.

Le plan passant par  $F'$  et perpendiculaire à l'axe est le **plan focal image**.

D'après la propriété d'aplanétisme :

- en dehors de  $F'$ , tout point du plan focal image est appelé foyer image secondaire, étant l'image d'un point objet situé à l'infini mais hors de l'axe ;
- de même, tout point du plan focal objet, excepté  $F$ , est appelé foyer objet secondaire, son image étant à l'infini mais hors de l'axe.

⇒ **Méthode 1.4. Calculer des distances**

## ■ ■ Méthodes

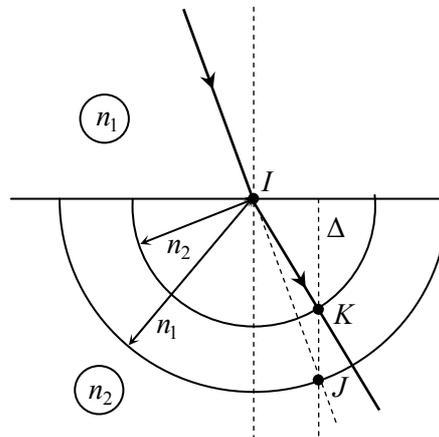
### ■ Comment utiliser les lois de Snell-Descartes ?

#### □ Méthode 1.1. Déterminer un rayon réfracté

- La loi de la réfraction donne  $\sin i_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin i_1$ , d'où  $i_2 = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \sin i_1\right)$ .
- On peut également déterminer graphiquement le rayon réfracté avec la construction de Descartes.  
À partir du point  $I$  d'intersection du rayon avec le dioptre, on construit deux demi-cercles de même centre  $I$ , l'un de rayon  $n_1$  et l'autre de rayon  $n_2$ .  
Soit  $J$  le point d'intersection du prolongement du rayon incident avec le cercle de rayon  $n_1$  : à partir de  $J$ , on trace une droite  $\Delta$  parallèle à la normale.  
On note alors  $K$  le point d'intersection de  $\Delta$  avec le cercle rayon  $n_2$  : le rayon réfracté est porté par la droite  $(IK)$ .

⇒ Exercice 1.4, Exercice 1.7

Par exemple, pour  $n_1 = 1,5$  (verre) et  $n_2 = 1,0$  (air), un angle d'incidence  $i_1 = 30^\circ$  donne  $i_2 = 48,6^\circ$  (ou encore  $i_2 = 48^\circ 35'$ ).



### □ Méthode 1.2. Étudier la réfraction limite

- La loi de la réfraction donne  $\sin i_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin i_1$ . Or le rayon réfracté n'existe que si on trouve  $\sin i_2 \leq 1$ , donc si  $\frac{n_1}{n_2} \sin i_1 \leq 1$  ou encore  $\sin i_1 \leq \frac{n_2}{n_1}$ . Cette condition est toujours vérifiée si  $n_2 > n_1$ ; mais si  $n_2 < n_1$  alors l'angle incident  $i_1$  ne doit pas dépasser la valeur limite  $i_\ell = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$  pour que le rayon réfracté existe.
- L'angle limite d'incidence  $i_\ell$  s'obtient pour  $i_2 = \frac{\pi}{2}$  (ou  $90^\circ$ ), on peut donc le déterminer graphiquement. Pour une valeur de  $i_1$  supérieure à  $i_\ell$ , il n'y a plus de point  $K$  donc on ne peut plus construire de rayon réfracté.

⇒ Exercice 1.5, Exercice 1.7

Exemple : dans le cas où un rayon lumineux passe du verre ( $n_1 = 1,5$ ) à l'air ( $n_2 = 1$ ), l'angle limite vaut  $i_\ell = \arcsin\left(\frac{1}{1,5}\right) = 41,8^\circ$ . Pour  $i_1 > 41,8^\circ$  il y aura réflexion totale.

