

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Éléments cinétiques</b>	<b>9</b>
1.1	Description . . . . .	9
1.1.1	Comment décrire qualitativement un système de points? . . . . .	9
1.1.2	Qu'est-ce que la résultante cinétique d'un système? . . . . .	10
1.1.3	Qu'est-ce que le moment cinétique d'un système en un point? . . . . .	12
1.1.4	Qu'est-ce que l'énergie cinétique d'un système? . . . . .	13
1.2	Référentiel barycentrique . . . . .	14
1.2.1	Qu'est-ce que le barycentre d'un système? . . . . .	14
1.2.2	Comment calcule-t-on le vecteur vitesse du barycentre? . . . . .	15
1.2.3	Une autre expression de la résultante cinétique . . . . .	16
1.2.4	Qu'est-ce que le référentiel barycentrique? . . . . .	16
1.3	Grandeurs cinématiques dans $\mathcal{R}_b$ . . . . .	17
1.3.1	Comment calcule-t-on les vitesses dans le référentiel barycentrique? . . . . .	17
1.3.2	Nullité de la résultante cinétique dans le référentiel barycentrique . . . . .	18
1.3.3	Comment s'exprime le moment cinétique en $G$ dans le référentiel barycentrique? . . . . .	19
1.3.4	Comment s'exprime l'énergie cinétique dans le référentiel barycentrique? . . . . .	19
1.4	Théorèmes de Kœnig (PCSI) . . . . .	19
1.4.1	Quel est l'esprit des théorèmes de Kœnig? . . . . .	20
1.4.2	Qu'est-ce que le premier théorème de Kœnig? . . . . .	20
1.4.3	Qu'est-ce que le second théorème de Kœnig? . . . . .	21
1.4.4	Comment peut-on vérifier les théorèmes de Kœnig dans un exercice de cinématique? . . . . .	21
1.4.5	Recherche de configurations correspondant à résultante, moment, ou énergie cinétique donné(e). . . . .	23
<b>2</b>	<b>Dynamique des systèmes</b>	<b>27</b>
2.1	Forces intérieures, forces extérieures . . . . .	27
2.1.1	Qu'est-ce qu'une force d'interaction? . . . . .	27
2.1.2	Comment faire la distinction entre forces intérieures et forces extérieures? . . . . .	28
2.1.3	Quelles sont les principales forces intérieures? . . . . .	28
2.1.4	Le cas particulier de la force de cohésion du bipoint indéformable . . . . .	29
2.2	Rappels de mécanique du point . . . . .	30

2.2.1	Rappel des trois lois de Newton . . . . .	30
2.2.2	Un autre rappel : comment faire de la mécanique en référentiel non galiléen ? . . . . .	31
2.3	Théorème de la résultante cinétique . . . . .	31
2.3.1	La nullité de la somme des forces intérieures . . . . .	31
2.3.2	Expression de sa conséquence : le théorème de la résultante cinétique . . . . .	31
2.3.3	Aspect méthodologique : pourquoi le théorème de la résultante cinétique n'est-il pas suffisant en mécanique des systèmes ? . . . . .	32
2.4	Théorème de la résultante cinétique dans $(\mathcal{R}_b)$ . . . . .	33
2.4.1	Comment on pourrait énoncer le théorème... . . . . .	33
2.4.2	... et pourquoi le théorème de la résultante cinétique dans $(\mathcal{R}_b)$ n'a pas d'intérêt . . . . .	33
2.5	Théorème du moment cinétique . . . . .	34
2.5.1	Rappel : le théorème du moment cinétique en mécanique du point . . . . .	34
2.5.2	Nullité de la somme des moments en $O$ des forces intérieures . . . . .	34
2.5.3	Comment on exprime simplement la somme des moments des poids . . . . .	35
2.5.4	Expression du théorème du moment cinétique pour un système . . . . .	36
2.5.5	Aspect méthodologique : l'écriture des lois qui régissent un problème de mécanique du point . . . . .	37
2.6	Théorème du moment cinétique dans $\mathcal{R}_b$ . . . . .	38
2.6.1	Comment s'exprime le moment en $G$ des forces d'inertie ? . . . . .	38
2.6.2	Comment le théorème du moment cinétique s'exprime dans $(\mathcal{R}_b)$ ? . . . . .	38
<b>3</b>	<b>Grandeurs énergétiques</b> . . . . .	<b>43</b>
3.1	Théorème de la puissance cinétique . . . . .	43
3.1.1	Non nullité de la puissance des forces intérieures . . . . .	43
3.1.2	La puissance des forces intérieures est, cependant, indépendante du référentiel . . . . .	44
3.1.3	Expression du théorème de la puissance cinétique . . . . .	45
3.2	Théorème de l'énergie cinétique . . . . .	47
3.2.1	Comment calcule-t-on le travail d'une force sur un système ? . . . . .	47
3.2.2	Expression du théorème de l'énergie cinétique . . . . .	49
3.3	Énergies potentielles . . . . .	50
3.3.1	Comment détermine-t-on l'énergie potentielle des forces extérieures conservatives ? . . . . .	50
3.3.2	Qu'est-ce que l'énergie potentielle d'interaction, et comment la détermine-t-on ? . . . . .	51
3.4	Énergie mécanique . . . . .	52
3.4.1	Qu'est-ce que l'énergie mécanique propre ? . . . . .	52
3.4.2	Qu'est-ce que l'énergie mécanique généralisée ? . . . . .	52
3.4.3	Théorème de l'énergie mécanique . . . . .	53
3.4.4	Aspect méthodologique . . . . .	54

<b>4</b>	<b>Bipoint indéformable</b>	<b>57</b>
4.1	Définition . . . . .	57
4.1.1	Qu'est-ce qu'un bipoint indéformable? . . . . .	57
4.1.2	Le cas particulier du bipoint indéformable dans un plan . . . . .	57
4.2	Propriétés cinématiques . . . . .	58
4.2.1	Comment peut-on décrire les mouvements de $M_1$ et $M_2$ dans le référentiel barycentrique? . . . . .	58
4.2.2	Comment peut-on décrire le mouvement du bipoint dans un référentiel donné? . . . . .	59
4.2.3	Comment s'expriment les vecteurs vitesse et résultante cinétique? . . . . .	59
4.2.4	Comment s'exprime le moment cinétique dans $(\mathcal{R}_b)$ ? . . . . .	60
4.2.5	Comment s'exprime l'énergie cinétique dans $(\mathcal{R}_b)$ ? . . . . .	61
4.3	Théorèmes généraux . . . . .	61
4.3.1	Aspect méthodologique : comment procéder à l'étude du bipoint indéformable? . . . . .	61
4.3.2	Comment s'écrit le théorème de la résultante cinétique? . . . . .	62
4.3.3	Comment s'écrit le théorème du moment cinétique dans $(\mathcal{R}_b)$ ? . . . . .	62
4.4	Étude complète . . . . .	63
4.4.1	Le bipoint indéformable isolé . . . . .	63
4.4.2	Le bipoint indéformable non isolé . . . . .	65
4.4.3	Un pseudo-bipoint isolé : la machine d'Attwood . . . . .	66
<b>5</b>	<b>Forces centrales</b>	<b>69</b>
5.1	Forces centrales conservatives . . . . .	69
5.1.1	Qu'est-ce qu'un champ de forces conservatives? . . . . .	69
5.1.2	Comment détermine-t-on le champ d'énergie potentielle associé à un champ de forces centrales conservatives? . . . . .	71
5.2	Conservation du moment cinétique . . . . .	72
5.2.1	Comment définit-on les deux vecteurs fondamentaux : vecteur moment cinétique en $O$ et vecteur "cinématique"? . . . . .	72
5.2.2	Comment peut-on établir la constance du moment cinétique ou de du vecteur cinématique et en déduire la loi de planéité du mouvement et la loi des aires? . . . . .	73
5.2.3	Pourquoi on est amené à faire l'étude dans le repère cylindrique "naturel"? . . . . .	74
5.3	Conservation de l'énergie mécanique . . . . .	76
5.3.1	Quelle est l'expression de l'énergie mécanique? . . . . .	76
5.3.2	Comment établit-on et utilise-t-on la conservation de l'énergie mécanique? . . . . .	76
5.3.3	Aspect méthodologique du problème à force centrale . . . . .	77
5.4	Énergie potentielle effective . . . . .	77
5.4.1	Description de la démarche . . . . .	77
5.4.2	Quelle est l'expression de l'énergie potentielle effective? . . . . .	78
5.4.3	Comment utilise-t-on de l'énergie potentielle effective pour l'analyse de la trajectoire? . . . . .	78

5.4.4	Comment définit-on et distingue-t-on un état lié et un état de diffusion ?	82
<b>6</b>	<b>Interaction newtonienne</b>	<b>83</b>
6.1	Champ de forces newtonien . . . . .	83
6.1.1	Qu'est-ce qu'un champ newtonien ? . . . . .	83
6.1.2	Les deux forces newtoniennes de référence . . . . .	84
6.2	Établissement des lois algébriques . . . . .	84
6.2.1	Quelle est la démarche adoptée ? . . . . .	84
6.2.2	Un exemple de méthode : établissement des formules de Binet . . . . .	85
6.2.3	Comment établir l'équation différentielle en $u$ du mouvement ? . . . . .	87
6.2.4	Résolution de l'équation différentielle : équation polaire de la trajectoire . . . . .	87
6.2.5	Expression de l'énergie mécanique . . . . .	88
6.3	Nature et propriétés des trajectoires . . . . .	88
6.3.1	Premier cas : $e < 1$ . . . . .	89
6.3.2	Deuxième cas : $e = 1$ . . . . .	89
6.3.3	Troisième cas : $e > 1$ . . . . .	90
6.4	Aspects énergétiques . . . . .	90
6.4.1	Comment détermine-t-on la nature de la trajectoire en raisonnant sur le signe de l'énergie mécanique ? . . . . .	90
6.4.2	Quelle est l'interprétation physique du raisonnement sur le signe de $E_m$ ? . . . . .	91
6.4.3	Comment peut-on enfin faire l'analyse du mouvement en utilisant l'énergie potentielle effective ? . . . . .	91
6.4.4	Comment calcule-t-on la vitesse de libération ? . . . . .	94
6.5	Étude de l'orbite elliptique . . . . .	94
6.5.1	Quelles sont les trois lois de Kepler et leurs principales conséquences ? . . . . .	95
6.5.2	Comment exprime-t-on l'énergie mécanique dans le cas du satellite elliptique ? . . . . .	97
6.5.3	Aspect méthodologique : comment peut-on organiser tous ces résultats dans un exercice ? . . . . .	97
6.6	Le satellite en orbite circulaire . . . . .	100
6.6.1	Comment peut-on établir très rapidement la "loi clé" ? . . . . .	100
6.6.2	Quelles sont les lois de l'orbite circulaire ? . . . . .	101
6.7	Transposition gravitationnel-électrique . . . . .	102
6.7.1	Comment passe-t-on des lois gravitationnelles aux lois électriques lorsque les charges sont de signes contraires ? . . . . .	103
6.7.2	Que se passe-t-il si les deux charges sont de même signe ? . . . . .	103
<b>7</b>	<b>Système isolé</b>	<b>107</b>
7.1	Définition et rappels . . . . .	107
7.1.1	Qu'est-ce qu'un système isolé de deux points matériels en interaction ? . . . . .	107
7.1.2	Étude dans le référentiel barycentrique . . . . .	108
7.2	Réduction du problème à deux corps . . . . .	109
7.2.1	Comment peut-on ramener l'étude des deux corps isolés à celle d'un corps fictif unique ? . . . . .	109

7.2.2	Comment retrouve-t-on les mouvements des deux corps à partir de celui du mobile fictif? . . . . .	110
7.3	Le problème à deux corps . . . . .	112
7.3.1	Qu'est-ce qu'un système à deux corps massifs isolés, à symétrie sphérique? . . . . .	112
7.3.2	Comment appliquer les lois du problème à deux corps isolés dans ce cas? . . . . .	112
7.3.3	Comment résout-on en pratique le problème à deux corps isolés en interaction gravitationnelle? . . . . .	113
7.3.4	Comment, réciproquement, peut-on tirer des informations de l'observation d'un système à deux corps? . . . . .	116