

# **AVANT - PROPOS**

## **Introduction**

Cet ouvrage vous propose des annales corrigées des **épreuves écrites de mathématiques et de français du Concours de Recrutement de Professeurs des Ecoles** (CRPE) des années 2014 et 2015, quelle que soit l'académie dans laquelle vous allez passer ce concours.

Ces épreuves correspondent aux deux épreuves de l'admissibilité.

## **I. Le concours**

### **1. Conditions requises pour se présenter au CRPE :**

Vous trouverez l'ensemble des renseignements résumés ici sur le site de l'éducation nationale réservé au premier degré : SIAC 1<sup>1</sup> (note de service du 17 juillet 2013 n°2013-109). Rappelons rapidement les conditions les plus courantes, lorsque l'on souhaite présenter le concours externe de recrutement de professeurs des écoles dans l'enseignement public.

#### **Condition de titre ou de diplôme**

Le concours est ouvert aux candidats qui, à la date de publication des résultats d'admissibilité du concours, justifient :

- soit qu'ils sont inscrits en première année d'études (M1) en vue de l'obtention d'un master ou d'un titre ou diplôme reconnu équivalent par le ministre chargé de l'éducation [...];

Tout étudiant titulaire d'un master 1 ou d'un titre ou diplôme reconnu équivalent par le ministre chargé de l'éducation, dans quelque discipline que ce soit, peut aussi présenter le concours.

#### **Candidats dispensés de titres ou diplômes**

- Mères et pères d'au moins trois enfants ;
- Sportifs de haut niveau.

#### **Qualifications en natation et secourisme**

Les candidats doivent justifier, à la date de publication des résultats d'admissibilité, de leur qualification en natation et en secourisme.

### **2. Le calendrier et les démarches**

Ce calendrier est donné à titre indicatif, il peut être modifié, n'hésitez pas encore une fois, à vérifier ces informations sur le site SIAC 1.

- ♦ **septembre-octobre** : inscription au concours sur le site SIAC 1 ;

---

<sup>1</sup> <http://www.education.gouv.fr/pid97/siac1.html>

- ♦ **avril**: épreuves d'admissibilité ;
- ♦ **juin** : épreuves d'admission.

### **3. Les épreuves d'admissibilité du CRPE externe**

(Source : arrêté du 19 avril 2013)

L'ensemble des épreuves du concours vise à évaluer les capacités des candidats au regard des dimensions disciplinaires, scientifiques et professionnelles de l'acte d'enseigner et des situations d'enseignement.

#### **I. – Epreuves d'admissibilité**

Le cadre de référence des épreuves est celui des programmes pour l'école primaire. Les connaissances attendues des candidats sont celles que nécessite un enseignement maîtrisé de ces programmes. Le niveau attendu correspond à celui exigé par la maîtrise des programmes de collège. Les épreuves d'admissibilité portent sur le français et les mathématiques. Certaines questions portent sur le programme et le contexte de l'école primaire et **nécessitent une connaissance approfondie des cycles d'enseignement de l'école primaire, des éléments du socle commun de connaissances, de compétences et de culture et des contextes de l'école maternelle et de l'école élémentaire.**

##### *I-1. Epreuve écrite de français*

L'épreuve vise à évaluer la maîtrise de la langue française des candidats (correction syntaxique, morphologique et lexicale, niveau de langue et clarté d'expression) ainsi que leurs connaissances sur la langue ; elle doit aussi évaluer leur capacité à comprendre et à analyser des textes (dégager des problématiques, construire et développer une argumentation) ainsi que leur capacité à apprécier les intérêts et les limites didactiques de pratiques d'enseignement du français.

L'épreuve comporte trois parties (**notée sur 40 points**) :

- **La production d'une réponse (11 points)**, construite et rédigée, à une question portant sur un ou plusieurs textes littéraires ou documentaires.
- **Une partie portant sur la connaissance de la langue (11 points)** (grammaire, orthographe, lexique et système phonologique) ; le candidat peut avoir à répondre à des questions de façon argumentée, à une série de questions portant sur des connaissances ponctuelles, à procéder à des analyses d'erreurs-types dans des productions d'élèves, en formulant des hypothèses sur leurs origines.
- **Une analyse d'un dossier (13 points)** composé d'un ou plusieurs supports d'enseignement du français, choisis dans le cadre des programmes de l'école primaire qu'ils soient destinés aux élèves ou aux enseignants (manuels scolaires, documents à caractère pédagogique), et de productions d'élèves de tous types, permettant d'apprécier la capacité du candidat à maîtriser les notions présentes dans les situations d'enseignement.

Les 5 points restant permettent d'évaluer la correction syntaxique et la qualité écrite de la production du candidat.

Une note globale égale ou inférieure à 10 est éliminatoire.

Durée de l'épreuve : quatre heures.

### I-2. Epreuve écrite de mathématiques

L'épreuve vise à évaluer la maîtrise des savoirs disciplinaires nécessaires à l'enseignement des mathématiques à l'école primaire et la capacité à prendre du recul par rapport aux différentes notions. Dans le traitement de chacune des questions, le candidat est amené à s'engager dans un raisonnement, à le conduire et à l'exposer de manière claire et rigoureuse.

L'épreuve comporte trois parties (notée sur 40 points) :

➤ **Une première partie (13 points)** constituée d'un problème portant sur un ou plusieurs domaines des programmes de l'école ou du collège, ou sur des éléments du socle commun de connaissances, de compétences et de culture, permettant d'apprécier particulièrement la capacité du candidat à rechercher, extraire et organiser l'information utile.

➤ **Une deuxième partie (13 points)** composée d'exercices indépendants, complémentaires à la première partie, permettant de vérifier les connaissances et compétences du candidat dans différents domaines des programmes de l'école ou du collège. Ces exercices pourront être proposés sous forme de questions à choix multiples, de questions à réponse construite ou bien d'analyses d'erreurs-types dans des productions d'élèves, en formulant des hypothèses sur leurs origines.

➤ **Une analyse d'un dossier (14 points)** composé d'un ou plusieurs supports d'enseignement des mathématiques, choisis dans le cadre des programmes de l'école primaire qu'ils soient destinés aux élèves ou aux enseignants (manuels scolaires, documents à caractère pédagogique), et productions d'élèves de tous types, permettant d'apprécier la capacité du candidat à maîtriser les notions présentes dans les situations d'enseignement.

5 points au maximum peuvent être retirés pour tenir compte de la correction syntaxique et de la qualité écrite de la production du candidat.

Une note globale égale ou inférieure à 10 est éliminatoire.

Durée de l'épreuve : quatre heures.

### II. – Epreuves d'admission<sup>2</sup>

Les deux épreuves orales d'admission comportent un entretien avec le jury qui permet d'évaluer la capacité du candidat à s'exprimer avec clarté et précision, à réfléchir aux enjeux scientifiques, didactiques, épistémologiques, culturels et sociaux que revêt l'enseignement des champs disciplinaires du concours, et des rapports qu'ils entretiennent entre eux.

**La première épreuve orale** est une épreuve de mise en situation professionnelle dans un domaine au choix du candidat et choisi au moment de l'inscription au concours parmi les domaines suivants : sciences et technologie, histoire, géographie, histoire des arts, arts visuels, éducation musicale, enseignement moral et civique. Le candidat remet préalablement au jury un dossier de dix pages au plus, portant sur le sujet qu'il a choisi.

L'épreuve (notée sur 60 points) comporte :

- **la présentation du dossier (vingt minutes, 20 points)** par le candidat ;
- **un entretien avec le jury (quarante minutes ,40 points)**

**La deuxième épreuve orale** consiste en un entretien à partir d'un dossier. L'épreuve comporte deux parties. La première partie permet d'évaluer les

<sup>2</sup> <http://www.education.gouv.fr/cid50557/presentation-des-nouvelles-evaluations-exemples-sujets-pour-les-concours-recrutement-professeurs-des-ecoles.html>

compétences du candidat pour l'enseignement de l'EPS ainsi que sa connaissance de la place de cet enseignement dans l'éducation à la santé à l'école primaire. La deuxième partie de l'épreuve vise à apprécier les connaissances du candidat sur le système éducatif français, et plus particulièrement sur l'école primaire, sa capacité à se situer comme futur agent du service public ainsi que sa capacité à se situer comme futur professeur des écoles dans la communauté éducative.

➤ **Première partie (40 points)** : Le jury propose au candidat un sujet relatif à une activité physique, sportive et artistique (APSA) praticable à l'école élémentaire ou au domaine des activités physiques et expériences corporelles réalisables à l'école maternelle. Le candidat expose ses réponses (dix minutes) et s'entretient avec le jury (vingt minutes). Le jury élargit le questionnement aux pratiques sportives personnelles du candidat ou encore au type d'activités sportives qu'il peut animer ou encadrer.

➤ **Deuxième partie (60 points)** : Elle consiste en un exposé du candidat (quinze minutes) à partir d'un dossier de cinq pages maximum fourni par le jury et portant sur une situation professionnelle inscrite dans le fonctionnement de l'école primaire, suivi d'un entretien avec le jury (trente minutes).

## II. Les programmes<sup>3</sup>

### Les cycles de l'école primaire

Les cycles changent à compter de la rentrée 2016 :

- **Cycle 1** : cycle d'apprentissages premiers (petite, moyenne et grande sections de maternelle)
- **Cycle 2** : cycle des apprentissages fondamentaux (CP, CE1 et CE2)
- **Cycle 3** : cycle de consolidation (CM1, CM2 et sixième)

### Les programmes

En ce qui concerne les programmes, dans leur intégralité, il est utile de les télécharger<sup>4</sup> et de les lire, avant de commencer à travailler les annales.

## III. Fiches mathématiques, pour bien démarrer

Si vous souhaitez plus d'informations, des rappels de cours, ou plus d'exercices sur un thème donné, nous vous conseillons notre ouvrage (S. Evrard et V. Le Men), *l'épreuve écrite d'admissibilité mathématiques*, chez le même éditeur, collection « Objectif professeur des écoles », 2013, 432 p.

### 1. Qu'est-ce que la didactique des mathématiques?

**La didactique d'une discipline** « étudie les processus de transmission et d'acquisition des connaissances relatives au domaine de cette discipline. (...) Elle décrit et analyse les difficultés rencontrées et propose des moyens pour

---

<sup>3</sup> [http://www.education.gouv.fr/pid25535/bulletin\\_officiel.html?cid\\_bo=86940](http://www.education.gouv.fr/pid25535/bulletin_officiel.html?cid_bo=86940)

<sup>4</sup> <http://www.education.gouv.fr/cid95812/au-bo-special-du-26-novembre-2015-programmes-d-enseignement-de-l-ecole-elementaire-et-du-college.html>

aider les professeurs (...) à les surmonter, et notamment pour faire du savoir enseigné un savoir vivant, fonctionnel et opératoire<sup>5</sup> ».

### Analyser des travaux d'élève

Avant toute chose et même si on ne vous le demande pas il faut absolument résoudre l'exercice demandé aux élèves. Ensuite il vous faut :

- ◆ être capable d'identifier la notion mathématique en jeu dans l'exercice proposé puis d'identifier les compétences mises en jeu dans l'exercice.
- ◆ être capable d'analyser les productions des élèves, en relation avec les compétences de l'exercice et les questions posées.

Il s'agit dans un premier temps de décrire ce qu'a fait l'élève, puis d'émettre des hypothèses sur sa logique interne. Il faudra souvent expliquer les éventuelles erreurs, en indiquant en quoi ce que l'élève a fait est faux d'une part, et tenter d'expliquer ce qui l'a conduit à cette erreur, dans sa compréhension de la consigne, dans son raisonnement ou dans ses techniques de calcul.

### Analyser des documents de classe

Les questions porteront sur la place de la notion à l'école, sur les définitions et les propriétés que les élèves ou les professeurs doivent connaître. Les questions porteront aussi sur les procédures qu'un élève peut utiliser pour résoudre un exercice, sur l'efficacité de ces procédures. L'efficacité des procédures est en lien avec les choix faits par le professeur concernant la taille des nombres en jeu, leur nature, l'ordre des questions d'un problème, la façon de poser ces questions, les figures géométriques choisies etc...Toutes ces variables d'un énoncé sont appelées **variables didactiques**. Vous trouverez parfois dans les sujets la demande explicite des variables didactiques. Parfois, la question sera indirecte, par exemple « indiquez l'influence du choix des nombres de l'énoncé sur les procédures des élèves ».

---

<sup>5</sup> Rapport GRECO DIDAMAT CNRS 1983.

## 2. Calculs numériques

### Opérations sur les nombres

Rappelons la règle des signes :

Le produit de deux nombres réels de même signe est positif ;  
le produit de deux nombres réels de signes contraires est négatif.

Une autre propriété de la multiplication sera largement utilisée :

Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul.

### Priorités opératoires

Dans une succession de calculs, on calcule dans l'ordre :

1. dans les parenthèses ;
2. les puissances ;
3. les multiplications et divisions (de gauche à droite) ;
4. les additions et soustractions (de gauche à droite).

### Comparaison

Soient  $a, b, c$  et  $d$  des réels.

*Si  $a \leq b$  et  $c \leq d$  alors  $a + c \leq b + d$*

*Si  $a \leq b$  et si  $c \geq 0$  alors  $a \times c \leq b \times c$*

### Division euclidienne

Soit  $a$  un entier naturel et  $b$  un entier naturel non nul.

**Effectuer la division euclidienne de  $a$  par  $b$ ,** c'est trouver l'unique couple d'entiers naturels  $(q ; r)$  vérifiant les relations :

$$\begin{cases} a = b \times q + r \\ r < b \end{cases}$$

On dit que  $a$  est le **dividende**,  $b$  est le **diviseur**,  $q$  est le **quotient** et  $r$  le **reste** de cette division euclidienne

Cette relation peut se mettre aussi sous la forme :

Soit  $a$  un entier naturel et  $b$  un entier naturel non nul. Il existe un unique entier  $q$  vérifiant :

$$bq \leq a < b(q + 1)$$

### Calculs avec les fractions

Soient  $a, b, c$  et  $d$  des entiers relatifs, avec  $b$  et  $d$  non nuls.

$$\begin{aligned} \frac{a}{b} + \frac{c}{b} &= \frac{a+c}{b} & \frac{a}{b} &= \frac{a \times d}{b \times d} & \frac{a}{b} + \frac{c}{d} &= \frac{a \times d + b \times c}{b \times d} \\ \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} &= \frac{a \times c}{b \times d} & \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} &= \frac{a \times d}{b \times c} \quad (c \neq 0) \end{aligned}$$

### Produit en croix :

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \times d = b \times c \quad (b \neq 0; d \neq 0)$$

### Avec les puissances et les racines carrées

Soient  $a$  et  $b$  deux réels non nuls et  $(n, m)$  deux entiers relatifs.

$$\begin{array}{lll} 0^n = 0 \quad (n \neq 0) & 1^n = 1 & a^0 = 1 \\ a^n \times a^m = a^{n+m} & (a^n)^m = a^{n \times m} & (a \times b)^n = a^n \times b^n \\ a^{-n} = \frac{1}{a^n} & & \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} \end{array}$$

### Les identités remarquables

Soient  $a$  et  $b$  deux réels.

$$\begin{aligned} (a + b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\ (a - b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 \\ a^2 - b^2 &= (a + b)(a - b) \end{aligned}$$

### Calcul avec les racines carrées

Soient  $a$  et  $b$  deux réels positifs.

$$\begin{array}{ll} (\sqrt{a})^2 = a & \sqrt{a^2} = a \\ \sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b} & \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \end{array}$$

### Proportionnalité

Deux suites numériques à  $n$  valeurs  $(u) = (u_1, u_2, \dots, u_n)$  et  $(v) = (v_1, v_2, \dots, v_n)$  sont dites proportionnelles s'il existe un réel  $k$  non nul tel que pour tout entier  $i$ , avec  $1 \leq i \leq n$  on ait :  $v_i = k \times u_i$ .

Le réel  $k$  est appelé le coefficient de proportionnalité.

				linéarité additive			linéarité multiplicative	
antécédents	$u_i$	0	1	$x$	$x'$	$x + x'$	$x$	$mx$
images	$v_i$	0	$k$	$y$	$y'$	$y + y'$	$y$	$my$

Et puisque tout  $y$  s'écrit de la forme  $kx$ , on peut aussi écrire :

$$\frac{v_1}{u_1} = \frac{v_2}{u_2} = \dots = \frac{y}{x} = k$$

### Appliquer un pourcentage de $p\%$

- Augmenter une valeur  $x$  de  $p\%$  revient à multiplier  $x$  par  $(1 + p/100)$
- Diminuer une valeur  $x$  de  $p\%$  revient à multiplier  $x$  par  $(1 - p/100)$

### Echelle

On dit que l'échelle d'une carte est de  $1/a$  si 1 cm (ou toute autre unité  $u$ ) sur la carte représente en réalité  $a$  cm (ou  $a$  unités  $u$ ).

## Arithmétique

### Ecriture des entiers

Soit  $N$  un nombre entier naturel non nul. Il existe un unique entier  $n$  et une suite unique d'entiers  $a_0, a_1, \dots, a_n$  appartenant à  $\{0; 1; \dots; 9\}$  (avec  $a_n \neq 0$ ) tels que

$$N = a_n \times 10^n + a_{n-1} \times 10^{n-1} + \dots + a_1 \times 10^1 + a_0 \times 10^0$$

Cette décomposition s'appelle **décomposition canonique de  $N$**  en base 10 et  $N$  s'écrit alors  $N = \overline{a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0}$

### Multiples – diviseurs – PGCD - PPCM

Soit  $a$  un entier et  $b$  un entier non nul. On dit que  $a$  est **multiple** de  $b$ , ou  $b$  est **un diviseur** de  $a$  si on peut trouver un entier  $k$  vérifiant :  $a = k \times b$

Un entier  $n > 1$  est dit **premier** s'il a exactement 2 diviseurs : 1 et lui-même.

- Si  $a$  et  $b$  sont multiples de  $c$ , alors  $a + b$ ,  $a - b$  et  $a \times b$  sont aussi multiples de  $c$  ;
- Si  $a$  est multiple de  $b$  et si  $b$  est multiple de  $c$  alors  $a$  est multiple de  $c$ .

Les critères de divisibilité

- ◆ Un nombre est divisible par 2 SSI son chiffre des unités est divisible par 2.
- ◆ Un nombre est divisible par 5 SSI son chiffre des unités est divisible par 5.
- ◆ Un nombre est divisible par 3 SSI la somme de ses chiffres est divisible par 3.
- ◆ Un nombre est divisible par 9 SSI la somme de ses chiffres est divisible par 9.
- ◆ Un nombre est divisible par 11 si et seulement si la différence entre la somme de ses chiffres de rang pair et la somme de ses chiffres de rang impair est divisible par 11.

Soient deux entiers naturels  $A$  et  $B$ , avec  $B$  non nul.

- **Le pgcd de A et de B** est le plus grand diviseur commun à  $A$  et  $B$ .
- **Le ppcm de A et de B** est le plus petit multiple commun aux nombres  $A$  et  $B$ , différent de 0.
- Les nombres  $A$  et  $B$  sont dits **premiers entre eux** si leur PGCD vaut 1

Si un nombre entier  $N$  est multiple de deux entiers  $A$  et  $B$ , et si  $A$  et  $B$  sont premiers entre eux, alors  $N$  est multiple du produit  $A \times B$ .

De manière plus générale, nous pouvons écrire :

Pour tout entier naturel strictement supérieur à 1, il existe un entier naturel  $n$  non nul, une famille  $(p_1, p_2, \dots, p_n)$  de nombres premiers et une famille  $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$  d'entiers tous plus grands ou égaux à 1, tels que

$$N = p_1^{\alpha_1} \times p_2^{\alpha_2} \times \dots \times p_n^{\alpha_n}$$

Méthode de recherche du pgcd

Soient  $A = p_1^{\alpha_1} \times p_2^{\alpha_2} \times \dots \times p_n^{\alpha_n}$  et  $B = p_1^{\beta_1} \times p_2^{\beta_2} \times \dots \times p_n^{\beta_n}$ ,

Leur pgcd est alors  $D = p_1^{\delta_1} \times p_2^{\delta_2} \times \dots \times p_n^{\delta_n}$

Avec, pour tout entier  $i$  compris entre 1 et  $n$ ,  $\delta_i = \min(\alpha_i; \beta_i)$

Méthode de recherche du ppcm

Soient  $A = p_1^{\alpha_1} \times p_2^{\alpha_2} \times \dots \times p_n^{\alpha_n}$  et  $B = p_1^{\beta_1} \times p_2^{\beta_2} \times \dots \times p_n^{\beta_n}$ ,

Le ppcm de  $A$  et  $B$  est  $M = p_1^{\gamma_1} \times p_2^{\gamma_2} \times \dots \times p_n^{\gamma_n}$

Avec pour tout  $i$  compris entre 1 et  $n$ ,  $\gamma_i = \max(\alpha_i; \beta_i)$