

Chapitre 1

L'ESSENTIEL

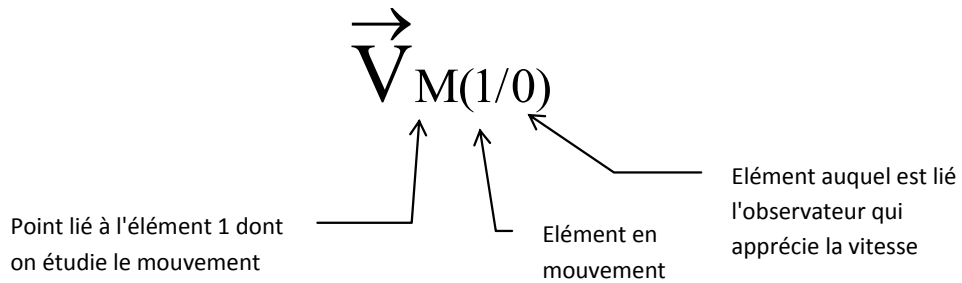
La lecture de ce chapitre est le préambule nécessaire à l'exécution des exercices proposés aux chapitres suivants. L'étudiant y découvre les bases de la cinématique plane, et notamment les quatre outils graphiques principaux que sont :

- *le triangle des vitesses*
- *l'équiprojectivité du vecteur-vitesse*
- *le centre instantané de rotation*
- *le parallélogramme des vecteurs-vitesse*

A chacun de ces outils sont associés des exercices-types dont les corrigés détaillés permettent au lecteur un auto-apprentissage desdites notions. Ces mêmes exercices sont des exemples de résolution à suivre pour les exercices proposés dans les autres chapitres de cet ouvrage.

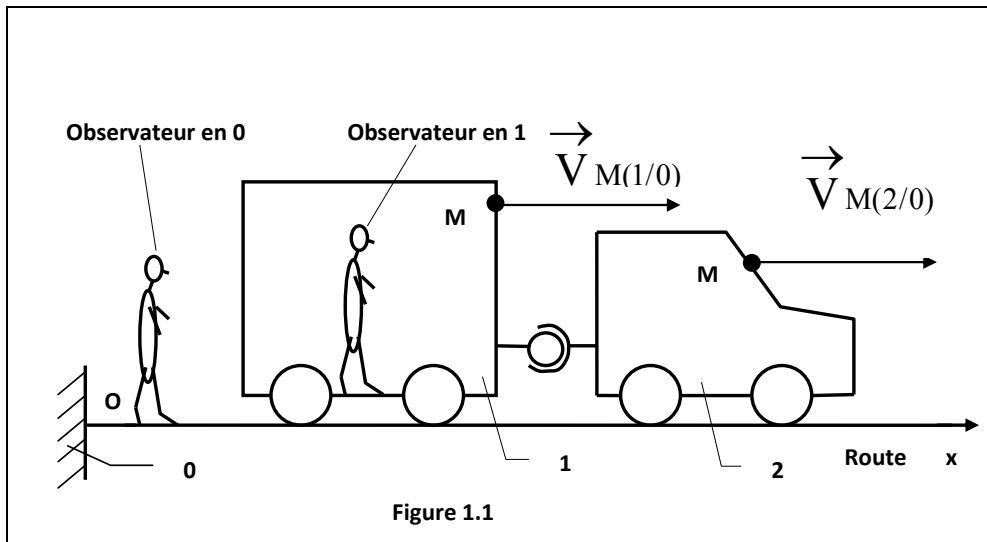
1. DESIGNATION DU VECTEUR-VITESSE

Si l'on envisage le mouvement d'un mobile repéré **1** par rapport à un autre élément repéré **0**, alors le vecteur-vitesse d'un point **M** lié au mobile **1** est le plus souvent noté ainsi:



On peut justifier la nécessité d'une telle notation sur l'exemple illustré par la figure 1.1. Celle-ci présente deux wagons **1** et **2** reliés entre eux, se déplaçant en translation suivant l'axe (O, \vec{x}) , des rails de repère **0**. Envisageons les deux cas suivants :

- l'observateur qui apprécie la vitesse est immobile sur les rails **0** ;
- l'observateur qui apprécie la vitesse est immobile sur les rails **1**.



Cherchons à tracer les vecteurs $\vec{V}_{M(1/0)}$ et $\vec{V}_{M(2/0)}$ sachant que ces vecteurs ont la propriété d'admettre pour support la tangente à la trajectoire de **M** dans le mouvement considéré.

$$\blacklozenge \vec{V}_{M(1/0)} = ?$$

L'observateur est lié à **0**. Le mouvement (1/0) est une translation. Le tracé du vecteur $\vec{V}_{M(1/0)}$ est évident.

$$\blacklozenge \vec{V}_{M(2/0)} = ?$$

L'observateur est lié à **0**. Le mouvement (2/0) est une translation (remorque et tracteur reliés). Le tracé du vecteur $\vec{V}_{M(2/0)}$ équipollent à $\vec{V}_{M(1/0)}$ est évident.

$$\blacklozenge \vec{V}_{M(2/1)} = ?$$

L'observateur est lié à **1**. Le mouvement (2/1) est nul (remorque et tracteur reliés) : $\vec{V}_{M(2/1)} = \vec{0}$

Cet exemple montre l'**importance de la rigueur** dans la notation du vecteur-vitesse. Celle-ci précise en effet la **position de l'observateur**, ce qui est essentiel. On remarque que $\vec{V}_{M(2/1)}$ est nul alors que ce n'est pas le cas pour $\vec{V}_{M(2/0)}$ car l'observateur a changé de position.

La rigueur apportée à l'écriture du vecteur-vitesse est prépondérante. Elle évite de graves erreurs souvent commises dans l'application des propriétés cinématiques qui seront définies ultérieurement.

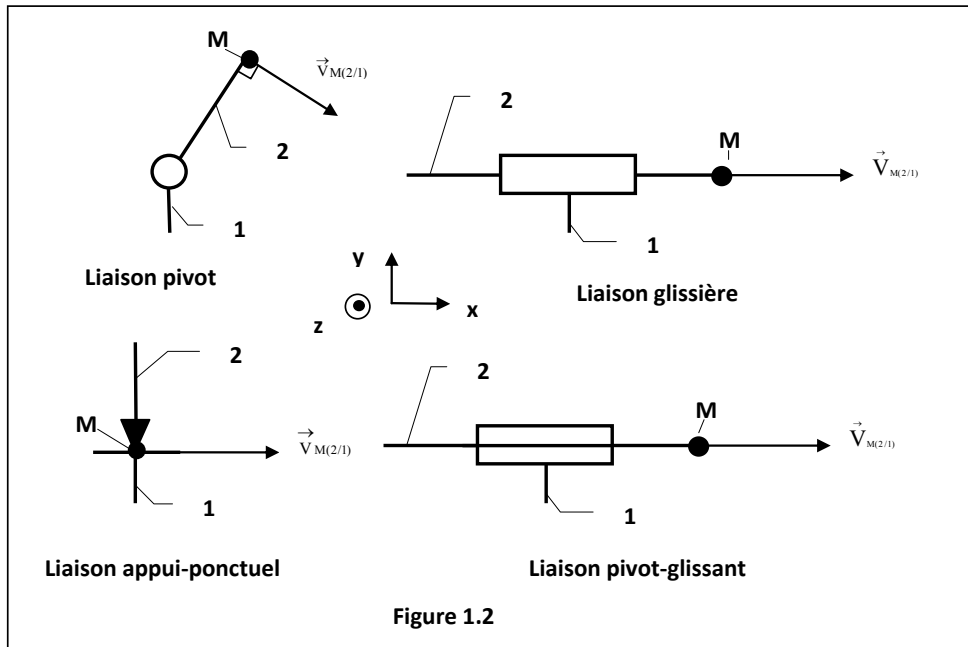
Nota : ici, l'élément auquel est lié l'observateur qui apprécie la vitesse est fixe, et par conséquent repéré **0**. Pour les mécanismes étudiés, il s'agit généralement de l'élément désigné "bâti". Il arrive aussi que cet élément de référence soit lui-même en mouvement. Dans ce cas plus général, il est le plus souvent désigné différemment de **0**.

2. REPRESENTATION SCHEMATIQUE DES MECANISMES PLANS

La nature du mouvement pouvant exister entre deux éléments voisins d'un mécanisme en fonctionnement fait l'objet d'une classification connue. Celle-ci, largement développée dans les ouvrages de mécanique, fait apparaître **dix cas de mobilité** différente quand le mouvement relatif est plan ou spatial. Les liaisons mécaniques correspondantes sont ainsi désignées :

- | | | |
|-------------------------|----------------------|-----------------------------|
| -pivot | - sphérique | - appui plan |
| - pivot glissant | - sphérique à doigt | - appui linéaire rectiligne |
| - glissière hélicoïdale | - linéaire annulaire | |
| - glissière | - appui ponctuel | |

Dans le cas particulier qui nous concerne, à savoir le **mouvement plan**, nous limiterons la modélisation des mécanismes étudiés en ne faisant apparaître que les liaisons énumérés ci-dessous en figure 1.2, et en autorisant au moins une mobilité dans le plan (\bar{x}, \bar{y}) .



Nota : nous avons délibérément choisi un nombre limité de liaisons. Cela conduit inévitablement, pour de nombreux mécanismes, à la réalisation d'un schéma cinématique hyperstatique où, par exemple, une liaison pivot devrait être remplacée par une liaison sphérique. Ce choix, peu rigoureux du point de vue de la schématisation minimale, a le gros avantage de simplifier le formalisme symbolique, et donc de faciliter la compréhension du fonctionnement sans compromettre l'étude cinématique dans le plan (\bar{x}, \bar{y}) .

3. CLASSIFICATION DES MOUVEMENTS

3.1 Désignation des mouvements plans

Soit un mobile **2** en mouvement par rapport à un mobile **1** dans le plan (\bar{x}, \bar{y}) et **A** un point commun à ces deux mobiles, **centre d'une liaison mécanique**. Les différents types de mouvements effectués par le mobile **2**, appréciés par un observateur solide de l'élément **1**, sont classés dans le tableau de la figure 1.3. Le lecteur trouvera, dans la colonne intitulée ainsi "Désignation du mouvement", **l'expression qu'il devra utiliser** comme réponse aux questions posées dans les différents exercices, dès qu'il s'agira de définir la nature d'un mouvement sur la plupart des mécanismes plans rencontrés.

Familles de mouvement	Classification		Désignation du mouvement (2/1)
Mouvement de rotation	Autour d'un axe (A, \bar{z})	A est le centre de la liaison pivot (2/1)	<i>Mouvement de rotation d'axe (A, \bar{z})</i>
	Autour d'un axe $(I_{(2/1)}, \bar{z})$	$I_{(2/1)}$ (point mobile) est le centre instantané de rotation du mouvement (2/1)	<i>Mouvement de rotation d'axe instantané $(I_{(2/1)}, \bar{z})$</i>
Mouvement de translation	Suivant un axe	Chacun des points de 2 décrit une trajectoire rectiligne. Ces trajectoires sont parallèles entre elles	<i>Mouvement de translation rectiligne</i>
	Suivant un cercle	Chacun des points de 2 décrit une trajectoire circulaire de rayon identique	<i>Mouvement de translation circulaire</i>

Figure 1.3

3.2 Exercice type : presse

Le schéma cinématique de la figure 1.4 représente une presse à commande manuelle destinée à l'assemblage par collage de feuillards de bois préalablement enduits. Une action vers le bas exercée en D sur le levier **2**, provoque, par l'intermédiaire de la biellette **3**, la descente de la matrice **4**. Celle-ci entre en contact avec la partie supérieure des feuillards à coller qui se trouvent ainsi comprimés. La compression est maintenue pendant toute la durée du collage grâce à un dispositif non apparent sur la figure, assurant l'arrêt en translation de la matrice **4** sur le bâti **1**, l'action manuelle en D étant alors supprimée.

DONNEES

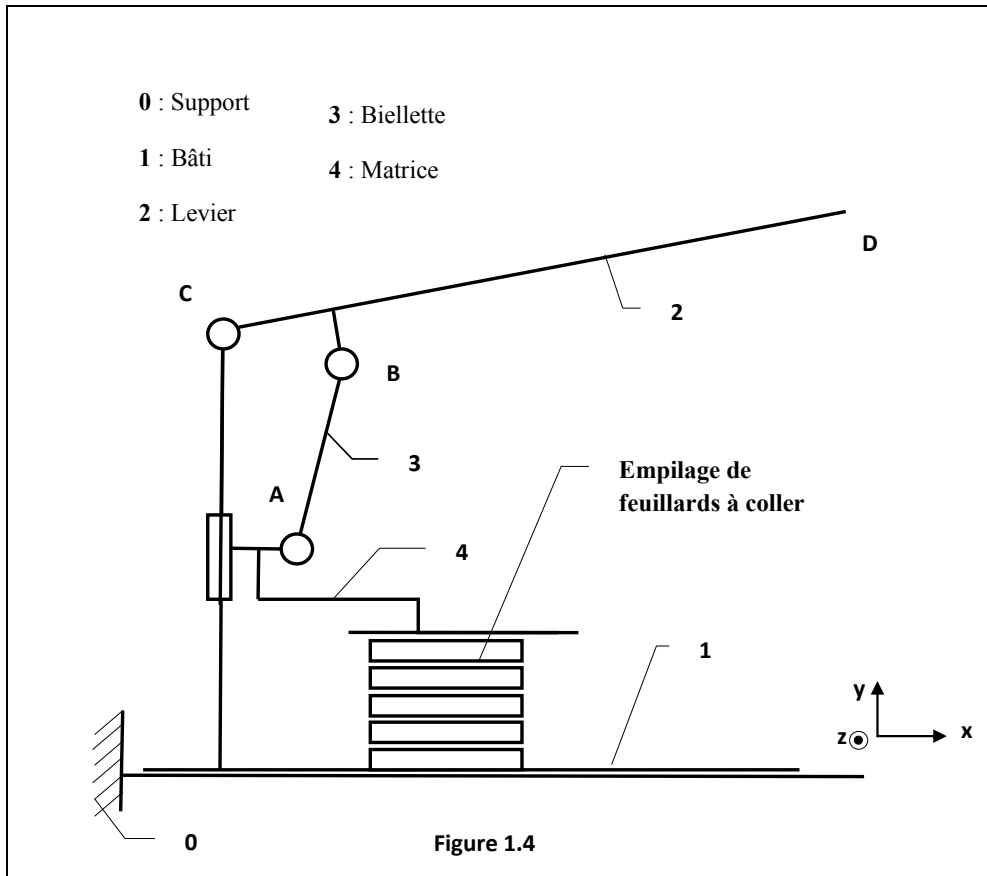
On suppose le bâti **1** immobile sur le support **0**. Un opérateur agit en D sur le levier **2**.

QUESTIONS

- Quelle est la nature du mouvement $\{2/(1, 0)\}$?
- Quelle est la nature du mouvement $\{3/2\}$?
- Quelle est la nature du mouvement $\{3/4\}$?
- Quelle est la nature du mouvement $\{3/(1, 0)\}$?
- Quelle est la nature du mouvement $\{4/(1, 0)\}$?

REPOSES

- Rotation d'axe (C, \bar{z}) .
- Rotation d'axe (B, \bar{z}) .
- Rotation d'axe (A, \bar{z}) .
- Rotation d'axe instantané $(I_{(3/1)}, \bar{z})$, $I_{(3/1)}$ est le centre instantané de rotation du mouvement $\{3/1\}$.
- Translation rectiligne d'axe (C, \bar{y}) .



3.3 Exercice-type : cric mécanique

Le schéma cinématique de la figure 1.5 représente un cric mécanique destiné au levage latéral de véhicules automobiles lors d'interventions rapides en course (changements de roues, par exemple). Une action manuelle vers le bas exercée en G sur le levier **2** provoque la montée de la selle **4** supportant la charge en E. Le cric se trouve en équilibre stable quand la bielle **3** rentre en contact en F avec l'embase **1**. L'opérateur peut alors libérer le levier, l'automobile étant en position haute.

DONNEES

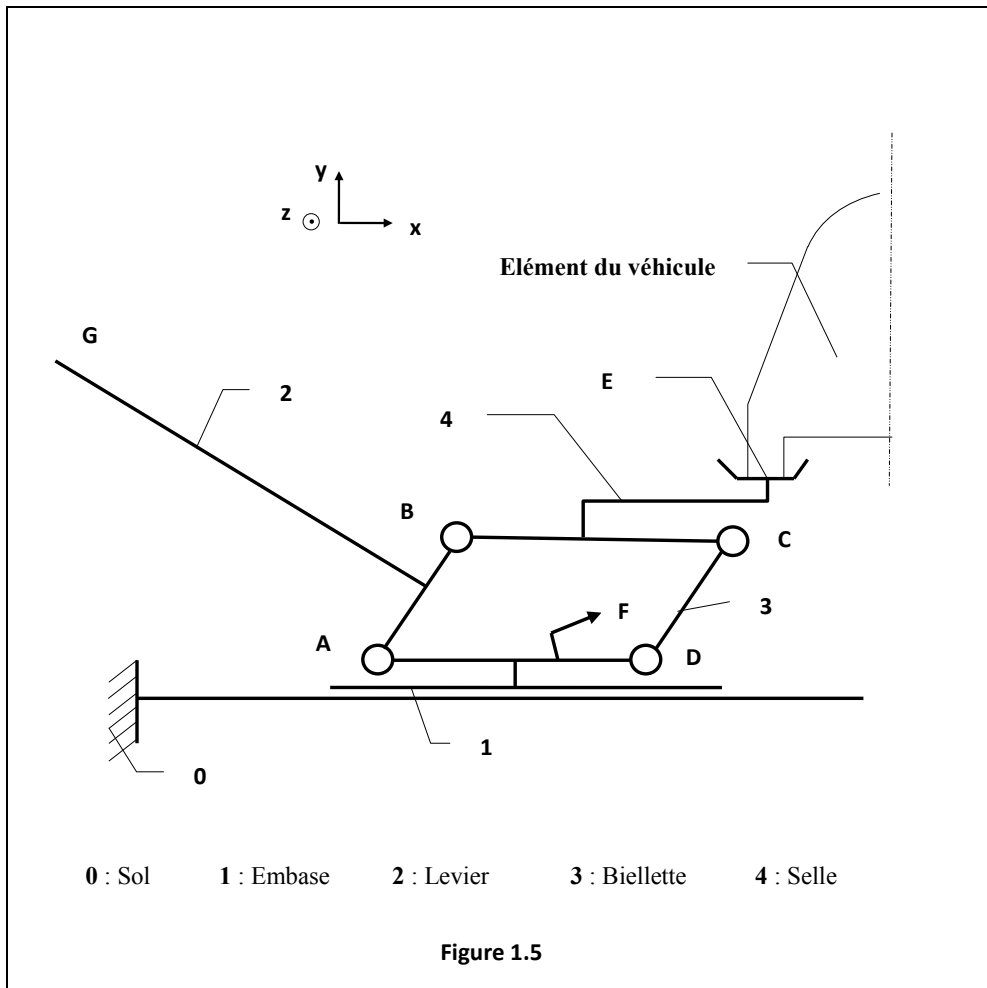
On suppose **1** immobile sur **0**. Un opérateur agit en G sur le levier **2**.

QUESTIONS

- Quelle est la nature du mouvement $\{2/ (1, 0)\}$?
- Quelle est la nature du mouvement $\{3/ (1, 0)\}$?
- Quelle est la nature du mouvement $\{4/ (1, 0)\}$?

REPONSES

- a) Rotation d'axe (A, \bar{z}) .
- b) Rotation d'axe (D, \bar{z}) .
- c) Translation circulaire.



4. MOUVEMENT DE ROTATION AUTOUR D'UNAXE

4.1 Détermination graphique du vecteur-vitesse linéaire par la méthode du triangle des vitesses

Pour le mouvement de rotation autour d'un axe, **les trajectoires de chacun des points du mobile sont des cercles**. Intéressons-nous à la rotation autour d'un axe solide d'un bâti **0** (figure 1.6). Soit (A, \bar{z}) cet axe, et B un point de la périphérie de la roue.

Posons $v_B = \|\vec{V}_{B(1/0)}\|$ pour simplifier les notations. Alors :

$$v_B = \omega_{(1/0)} \cdot r$$

avec

$$\omega_{(1/0)} = \frac{\pi \cdot N_{(1/0)}}{30}$$

$r = AB$, rayon de la roue (m)

$N_{(1/0)}$: fréquence de rotation de la roue (tr/min)

$\omega_{(1/0)}$: vitesse angulaire de la roue (rad/s)

v_B : norme du vecteur vitesse linéaire du point B de la périphérie de la roue

→
Le vecteur $\vec{V}_{B(1/0)}$ est tangent en B à la trajectoire circulaire de B. Par ailleurs, v_B varie linéairement avec le rayon "r" pour une vitesse angulaire $\omega_{(1/0)}$ donnée. Pour déterminer graphiquement le vecteur vitesse linéaire d'un point particulier C de 1, soit $\vec{V}_{C(1/0)}$, il suffit de tracer la droite Δ telle que définie sur la figure 1.6. Cette droite passe par A et l'extrémité connue du vecteur $\vec{V}_{B(1/0)}$. Cette construction géométrique porte souvent le nom de "**triangle des vitesses**". Tout point appartenant à l'axe (A, \vec{z}) de la liaison pivot a une vitesse nulle.

