

Table des matières

1	Dérivée au sens de Gâteaux	1
1.1	Propriétés	5
1.2	Cas d'une fonction d'une variable	10
1.3	Cas d'une fonction de plusieurs variables	11
1.4	Théorème des accroissements finis	13
1.5	Applications	21
1.6	fonctions convexes	23
1.7	Preuve du lemme 1.25.	30
1.8	Exercices	31
1.9	Solutions des exercices du chapitre 1	37
2	Différentiabilité	59
2.1	Différentiabilité	59
2.2	Exemples d'applications différentiables	65
2.3	Application dans une somme directe	68
2.4	Application définie dans une somme directe	70
2.5	Exercices	76
2.6	Solutions des exercices du chapitre 2	85
3	Théorème de l'inversion locale	109
3.1	Résultat préliminaire	109
3.2	Théorème de l'inversion locale	113
3.3	Théorème des fonctions implicites	116
3.4	Cas particulier des espaces de dimension finie	117
3.5	Exercices	118
3.6	Solutions des exercices du chapitre 3	124

4	Dérivées d'ordre supérieur	151
4.1	Rappels	151
4.2	Notation	157
4.3	Cas où l'espace de départ est un produit	162
4.4	Cas où $E = \mathbb{R}^n$, $F = \mathbb{R}$	166
4.5	Formule de Taylor	168
4.6	Puissance symbolique	170
4.7	Formule de Taylor	172
4.8	Polynôme de Taylor d'une fonction	174
4.9	Extremums	178
4.10	Cas où $E = \mathbb{R}^n$	182
4.11	Exercices	185
4.12	Solution des exercices du chapitre 4	190
5	Sous-variétés de $\mathbb{R}^n$	207
5.1	Sous-variétés de $\mathbb{R}^n$	207
5.2	Exemples élémentaires de sous-variétés de $\mathbb{R}^n$	207
5.3	Quelques exemples de sous-variétés de $\mathbb{R}^3$	212
5.3.1	Sphère	212
5.3.2	Cylindre	212
5.3.3	Tore	213
5.3.4	Hyperboloïde à une nappe	214
5.3.5	Hyperboloïde à deux nappes	214
5.4	Surfaces réglées	215
5.5	Espace tangent	216
5.6	Description de l'espace tangent	219
5.6.1	Cas d'une submersion	219
5.6.2	Cas d'une immersion	220
5.7	Extension de la notion de différentiabilité	221
5.8	Extremums liés	223
5.9	Multiplicateurs de Lagrange	225
5.10	Exercices	226
5.11	Solutions des exercices du chapitre 5	232
6	Équations différentielles	253
6.1	Introduction	253
6.2	Rappels sur les équations différentielles	253
6.3	Interprétation géométrique	257

6.4	Isocline	258
6.5	Lemme de Gronwall	261
6.6	Autre preuve du théorème 6.9	266
6.7	Solutions maximales	268
6.8	Champ de vecteurs	274
6.9	Flot d'un champ de vecteurs	275
6.10	Champ de vecteurs complet	276
6.11	Transport d'un champ de vecteurs	278
6.12	Ensemble invariant, ensemble limite	281
6.13	Exercices	283
6.14	Solutions des exercices du chapitre 6	289
7	Systèmes différentiels linéaires	307
7.1	Définition et propriétés fondamentales	307
7.2	Résolvante du système homogène	308
7.3	Cas d'une équation différentielle linéaire	311
7.4	Système à coefficients constants	314
7.5	Exercices	316
7.6	Solutions des exercices du chapitre 7	318
	Index	323