

Table des matières

1	Espaces de Hilbert	1
1	Espaces préhilbertiens	1
2	Espaces de Hilbert	9
3	Familles orthonormales. Familles sommables	28
4	Bases hilbertiennes	36
5	Polynômes orthogonaux	40
6	Indications sur les exercices du chapitre 1	54
7	Solutions des exercices du chapitre 1	57
2	Convolution et régularisation	73
1	Translation dans $\mathcal{L}^p(\mathbb{R}^d)$	73
2	Produit de convolution	75
3	Approximation de l'unité dans $L^1(\mathbb{R}^d)$	85
4	Régularisation	89
5	Indications sur les exercices du chapitre 2	97
6	Solutions des exercices du chapitre 2	99
3	Transformation de Fourier et applications	109
1	Transformation de Fourier dans $L^1(\mathbb{R}^d)$	109
2	Transformation de Fourier dans $L^2(\mathbb{R}^d)$	122
3	Transformation de Fourier dans $\mathcal{S}(\mathbb{R}^d)$	132
4	Transformation de Fourier dans $H^s(\mathbb{R}^d)$	136
5	Transformées de Fourier holomorphes	139
6	Exemples d'applications	142
7	Indications sur les exercices du chapitre 3	153
8	Solutions des exercices du chapitre 3	156
4	Séries de Fourier et applications	169
1	Aspects historiques	169
2	Notations et résultats préliminaires	170
3	Séries trigonométriques et séries de Fourier	173
4	Rappels sur quelques modes de convergence	181
5	Noyaux trigonométriques	184
6	Principaux résultats de convergence	188
7	Ordre de grandeur des coefficients de Fourier	201
8	Transformation de Fourier sur le tore \mathbb{T}^d	204
9	Bases d'ondelettes	207
10	Exemples d'applications des séries de Fourier	210
11	Indications sur les exercices du chapitre 4	223
12	Solutions des exercices du chapitre 4	225

5	Exercices de révision et de synthèse	235
1	Énoncés des exercices de révision et de synthèse	235
2	Indications sur les exercices de révision et de synthèse	260
3	Solutions des exercices de révision et de synthèse	274
A	Transformations de type Fourier	365
1	Transformation de Fourier discrète	365
2	Transformation de Laplace	368
3	Transformation de Mellin	379
4	Transformation de Hankel	383
5	Analyse de Fourier sur les groupes abéliens finis	388
B	Mesures et intégration	397
1	Tribus et mesures	397
2	La mesure de Lebesgue	399
3	Applications et fonctions mesurables	401
4	Intégrale de Lebesgue	404
5	Théorème de la convergence dominée et applications	409
6	Intégrale de Riemann et intégrale de Lebesgue	414
7	Les espaces \mathcal{L}^p et L^p	416
8	Intégration par rapport à une mesure produit	420
9	Dualité dans les espaces L^p	427
	Bibliographie	429
	Index	433