

# Table des matières

<b>Présentation et mode d'emploi</b> . . . . .	<b>1</b>
<b>Module 1 Outils fondamentaux</b> . . . . .	<b>5</b>
<b>Chapitre 1 : Trigonométrie</b> . . . . .	<b>7</b>
1.1 Cercle trigonométrique . . . . .	7
1.2 Symétries dans le cercle trigonométrique . . . . .	9
1.3 Formules d'addition . . . . .	10
1.4 Formules de duplication . . . . .	11
1.5 Transformations de produits en sommes . . . . .	12
1.6 Transformations de sommes en produits . . . . .	12
<b>Chapitre 2 : Compléments de trigonométrie</b> . . . . .	<b>16</b>
2.1 Inversion des fonctions trigonométriques . . . . .	16
2.2 Résolution d'équations trigonométriques . . . . .	18
2.3 Transformation d'expressions trigonométriques . . . . .	19
2.4 Coordonnées polaires du plan . . . . .	21
2.5 Fonctions sinusoïdales . . . . .	22
<b>Chapitre 3 : Nombres complexes et trigonométrie</b> . . . . .	<b>26</b>
3.1 Forme algébrique des nombres complexes . . . . .	26
3.2 Plan complexe et forme trigonométrique . . . . .	27
3.3 Exponentielle complexe . . . . .	29
3.4 Forme exponentielle des nombres complexes . . . . .	30
3.5 Formules d'Euler et linéarisation . . . . .	31
3.6 Sommes trigonométriques et complexes . . . . .	32
3.7 Sommes de fonctions sinusoïdales . . . . .	34
<b>Chapitre 4 : Déterminants</b> . . . . .	<b>38</b>
4.1 Qu'est-ce qu'un déterminant ? . . . . .	38
4.2 Calcul pratique des déterminants . . . . .	39

---

4.3	Règle de Sarrus . . . . .	41
4.4	Opérations sur les déterminants . . . . .	42
4.5	Interversion de colonnes dans un déterminant . . . . .	43
4.6	Formules de Cramer . . . . .	45
4.6.1	Systèmes de deux équations à deux inconnues . . . . .	45
4.6.2	Systèmes de trois équations à trois inconnues . . . . .	46
<b>Chapitre 5</b>	<b>: Produit scalaire . . . . .</b>	<b>50</b>
5.1	Projection orthogonale sur un axe orienté . . . . .	50
5.2	Produit scalaire et projection orthogonale . . . . .	52
5.3	Propriétés algébriques du produit scalaire . . . . .	53
5.4	Bases orthonormées du plan . . . . .	55
5.4.1	Définition et exemples . . . . .	55
5.4.2	Expression analytique du produit scalaire . . . . .	56
5.4.3	Changement de base orthonormée . . . . .	57
5.5	Bases orthonormées de l'espace . . . . .	58
5.5.1	Définition . . . . .	58
5.5.2	Coordonnées cylindriques et sphériques . . . . .	58
5.5.3	Propriétés des bases orthonormées . . . . .	60
<b>Chapitre 6</b>	<b>: Notions de géométrie plane . . . . .</b>	<b>64</b>
6.1	Le triangle . . . . .	64
6.2	Le cercle . . . . .	67
6.2.1	Circonférence et surface . . . . .	67
6.2.2	Théorème de l'angle inscrit . . . . .	68
6.3	Constructions à la règle et au compas . . . . .	69
<b>Chapitre 7</b>	<b>: Géométrie analytique du plan . . . . .</b>	<b>75</b>
7.1	Orthogonalité, distance, parallélisme . . . . .	76
7.1.1	Orthogonalité et distance . . . . .	76
7.1.2	Parallélisme . . . . .	76
7.2	Equations cartésiennes . . . . .	77
7.2.1	Définition . . . . .	77
7.2.2	Equation normale d'une droite . . . . .	78
7.2.3	Equation fonctionnelle d'une droite . . . . .	79
7.2.4	Equation cartésienne d'un cercle . . . . .	80
7.3	Equations polaires . . . . .	81
7.4	Notions sur la parabole . . . . .	82
<b>Chapitre 8</b>	<b>: Produit vectoriel et produit mixte . . . . .</b>	<b>88</b>
8.1	Produit vectoriel . . . . .	88
8.2	Bases orthonormées directes . . . . .	90

---

8.2.1	Dans le plan . . . . .	90
8.2.2	Dans l'espace . . . . .	90
8.2.3	Expression analytique du produit vectoriel . . . . .	91
8.3	Produit mixte de trois vecteurs de l'espace . . . . .	92
8.3.1	Définition et premières propriétés . . . . .	92
8.3.2	Expression analytique du produit mixte . . . . .	93
<b>Chapitre 9 : Géométrie analytique de l'espace . . . . .</b>		<b>97</b>
9.1	Equation cartésienne d'une sphère . . . . .	97
9.2	Equation cartésienne d'un plan . . . . .	98
9.3	Distance d'un point à un plan . . . . .	100
9.4	Droites de l'espace . . . . .	101
<b>Chapitre 10 : Introduction au calcul différentiel . . . . .</b>		<b>105</b>
10.1	Dérivée d'une fonction en un point . . . . .	105
10.2	Opérations sur les fonctions dérivables . . . . .	108
10.3	Notation de Leibniz . . . . .	110
10.4	Dérivée d'une fonction composée . . . . .	111
10.5	Notions de cinématique . . . . .	112
10.5.1	Trajectoire, vitesse et accélération . . . . .	112
10.5.2	Cas des coordonnées polaires . . . . .	114
10.5.3	Mouvement rectiligne . . . . .	116
10.5.4	Mouvement circulaire . . . . .	116
<b>Chapitre 11 : Compléments de calcul différentiel . . . . .</b>		<b>122</b>
11.1	Dérivées des exposants rationnels . . . . .	122
11.1.1	La longue histoire des exposants . . . . .	123
11.1.2	Dérivées des exposants fractionnaires . . . . .	125
11.2	Dérivées des fonctions réciproques . . . . .	126
11.3	Un exemple de calcul infinitésimal . . . . .	127
11.4	Dérivée de l'exponentielle complexe . . . . .	128
11.5	Dérivées partielles . . . . .	129
11.5.1	Fonctions de plusieurs variables . . . . .	129
11.5.2	Dérivées partielles . . . . .	130
<b>Chapitre 12 : Exponentielles et logarithmes . . . . .</b>		<b>134</b>
12.1	Fonctions exponentielles . . . . .	134
12.1.1	Définition et propriété fondamentale . . . . .	134
12.1.2	Dérivée des fonctions exponentielles . . . . .	136
12.1.3	Limites et formes indéterminées . . . . .	137
12.1.4	Fonction exponentielle complexe . . . . .	138
12.2	Fonctions logarithmes . . . . .	139

---

12.2.1	Définition et exemples . . . . .	139
12.2.2	Propriété fondamentale . . . . .	140
12.2.3	Le rôle central du logarithme népérien . . . . .	141
12.3	Trigonométrie hyperbolique . . . . .	142
12.3.1	Définition et formules d'addition . . . . .	142
12.3.2	Dérivées et représentations graphiques . . . . .	144
<b>Module 2 Courbes et graphiques . . . . .</b>		<b>149</b>
<b>Chapitre 13 : Représentations graphiques . . . . .</b>		<b>151</b>
13.1	Plan général d'étude d'une fonction . . . . .	151
13.2	Ensemble de définition d'une fonction . . . . .	152
13.3	Réduction de l'ensemble d'étude . . . . .	153
13.3.1	Fonctions paires et impaires . . . . .	153
13.3.2	Fonctions périodiques . . . . .	154
13.4	Asymptotes . . . . .	155
13.5	Branches paraboliques . . . . .	157
13.6	Tangentes particulières . . . . .	157
13.7	Points d'inflexion . . . . .	159
<b>Chapitre 14 : Courbes paramétrées . . . . .</b>		<b>164</b>
14.1	Notion de courbe paramétrée . . . . .	164
14.2	Un exemple : la cardioïde . . . . .	166
14.2.1	Réduction du domaine d'étude . . . . .	166
14.2.2	Variations simultanées . . . . .	166
14.2.3	Tangentes aux points remarquables . . . . .	168
14.2.4	Tracé de la courbe . . . . .	168
14.3	Cycloïdes . . . . .	169
14.3.1	La cycloïde . . . . .	169
14.3.2	Epicycloïdes . . . . .	171
14.4	Base de Frénet et courbure . . . . .	172
14.4.1	Abscisse curviligne . . . . .	172
14.4.2	Base de Frénet . . . . .	172
14.4.3	Vitesse et accélération dans la base de Frénet . . . . .	173
14.4.4	Calcul pratique du rayon de courbure . . . . .	174
<b>Chapitre 15 : Ellipse et parabole . . . . .</b>		<b>178</b>
15.1	Ellipse . . . . .	178
15.1.1	Définition de l'ellipse . . . . .	178
15.1.2	Foyers et excentricité . . . . .	179
15.1.3	Propriété bifocale et paramètre . . . . .	180

---

15.2	Ellipse et parabole en coordonnées polaires . . . . .	181
15.3	Sections coniques . . . . .	183
<b>Chapitre 16 : Nombres complexes et transformations . . . . .</b>		<b>187</b>
16.1	Variable complexe et transformations . . . . .	187
16.2	Expressions analytiques et polaires . . . . .	189
16.3	Image d'une courbe par une transformation . . . . .	190
16.4	Inversion complexe . . . . .	192
16.5	Similitudes . . . . .	194
16.5.1	Dans le plan complexe . . . . .	194
16.5.2	Triangles semblables . . . . .	196
<b>Module 3 Calcul différentiel et intégral . . . . .</b>		<b>201</b>
<b>Chapitre 17 : Primitives . . . . .</b>		<b>203</b>
17.1	Primitives d'une fonction . . . . .	203
17.2	Calculs élémentaires de primitives . . . . .	206
17.3	Intégration par parties . . . . .	207
17.4	Primitives de fonctions trigonométriques . . . . .	208
17.5	Changement de variable . . . . .	209
<b>Chapitre 18 : Intégrales . . . . .</b>		<b>212</b>
18.1	Définition et interprétation géométrique . . . . .	212
18.2	Propriétés élémentaires des intégrales . . . . .	214
18.3	Intégration par parties . . . . .	217
18.4	Changement de variable . . . . .	218
18.5	Applications du calcul intégral . . . . .	219
18.5.1	Volume de la sphère . . . . .	219
18.5.2	Surface de la sphère . . . . .	220
18.5.3	Valeur moyenne d'une fonction sur un intervalle . . . . .	220
<b>Chapitre 19 : Equations différentielles linéaires homogènes . . . . .</b>		<b>226</b>
19.1	Equations du premier ordre . . . . .	226
19.2	Equation de l'oscillateur harmonique . . . . .	228
19.3	Equation du second ordre (cas général) . . . . .	229
19.4	Un exemple de système différentiel linéaire . . . . .	231
19.5	Amortissement et oscillations libres . . . . .	231
19.5.1	Equation du premier ordre . . . . .	231
19.5.2	Equation du second ordre . . . . .	232

---

<b>Chapitre 20 : Equations différentielles avec second membre</b>	<b>237</b>
20.1 Principe général de résolution	237
20.2 Second membre constant	238
20.3 Second membre sinusoïdal	239
20.3.1 Première méthode	239
20.3.2 Deuxième méthode	240
20.4 Principe de superposition	241
20.5 Solution permanente et solution transitoire	242
<b>Chapitre 21 : Compléments sur les équations différentielles</b>	<b>245</b>
21.1 Equations à variables séparables	245
21.2 Méthode de variation de la constante	247
21.3 Changement de fonction inconnue	248
21.4 Changement de variable	251
21.5 Le problème de Cauchy	252
<b>Chapitre 22 : Développements limités</b>	<b>256</b>
22.1 Exemple et définition	256
22.2 La formule de Taylor-Young	257
22.3 Développements limités et approximations	259
22.4 Opérations sur les développements limités	260
22.4.1 Substitutions élémentaires	260
22.4.2 Addition de développements limités	261
22.4.3 Multiplication de deux développements limités	261
22.4.4 Intégration des développements limités	262
22.4.5 Substitutions non élémentaires	263
22.5 Généralisations	264
22.5.1 Développement limité au voisinage de $a$	264
22.5.2 Développements asymptotiques	265
<b>Chapitre 23 : Différentielles et champs de vecteurs</b>	<b>269</b>
23.1 Différentielle d'une fonction	269
23.2 Variables liées	271
23.3 Expression intrinsèque de la différentielle	273
23.4 Champs de vecteurs	275
23.5 Circulation d'un champ de vecteurs	275
23.6 Différentielle exacte et potentiel scalaire	278
<b>Chapitre 24 : Intégrales doubles</b>	<b>284</b>
24.1 Notion d'intégrale double	284
24.2 Calcul en coordonnées cartésiennes	285
24.3 Calcul en coordonnées polaires	287

---

24.4	Intégrale double sur un pavé . . . . .	290
<b>Chapitre 25</b>	<b>: Intégrales triples . . . . .</b>	<b>293</b>
25.1	Notion d'intégrale triple . . . . .	293
25.2	Calcul en coordonnées cartésiennes . . . . .	295
25.3	Calcul en coordonnées cylindriques . . . . .	297
25.4	Calcul en coordonnées sphériques . . . . .	299
<b>Chapitre 26</b>	<b>: Analyse vectorielle . . . . .</b>	<b>303</b>
26.1	Opérateurs de l'analyse vectorielle . . . . .	303
26.2	Surfaces de l'espace . . . . .	305
26.2.1	Représentation d'une surface . . . . .	305
26.2.2	Vecteur normal à une surface . . . . .	307
26.2.3	Lignes de champs et surfaces équipotentielles . . . . .	308
26.2.4	Intégrales de surface . . . . .	309
26.3	Flux d'un champ de vecteurs . . . . .	310
26.4	Formules de Stokes et d'Ostrogradski . . . . .	311
26.4.1	Expression intrinsèque de la divergence . . . . .	311
26.4.2	Expression intrinsèque du rotationnel . . . . .	313
26.4.3	Formules de Stokes et d'Ostrogradski . . . . .	314
26.4.4	Champs à flux conservatif . . . . .	315
26.5	Angle solide . . . . .	316
<b>Chapitre 27</b>	<b>: Calcul barycentrique . . . . .</b>	<b>320</b>
27.1	Définition du barycentre . . . . .	320
27.2	Propriétés du barycentre . . . . .	322
27.3	Barycentres et géométrie . . . . .	324
27.3.1	Alignements et droites concourantes . . . . .	324
27.3.2	Lignes et surfaces de niveau . . . . .	324
27.4	Centre d'inertie d'un solide . . . . .	325
27.5	Théorèmes de Pappus-Guldin . . . . .	328
<b>Module 4</b>	<b> Mathématiques discrètes . . . . .</b>	<b>335</b>
<b>Chapitre 28</b>	<b>: Nombres entiers et arithmétique . . . . .</b>	<b>337</b>
28.1	Entiers naturels et récurrence . . . . .	337
28.2	Entiers relatifs et division euclidienne . . . . .	340
28.2.1	Multiples et diviseurs . . . . .	340
28.2.2	Division euclidienne dans $\mathbb{Z}$ . . . . .	342
28.3	Théorème de Bézout et conséquences . . . . .	344
28.4	Nombres premiers . . . . .	347

<b>Chapitre 29 : Analyse combinatoire</b>	<b>352</b>
29.1 Coefficients binomiaux et triangle de Pascal	352
29.2 Formule du binôme de Newton	355
29.3 Formule de Leibniz	357
29.4 Arrangements, permutations, combinaisons	359
<b>Chapitre 30 : Suites classiques</b>	<b>365</b>
30.1 Suites arithmétiques	365
30.2 Suites géométriques	367
30.3 Récurrences linéaires du second ordre	370
30.4 Sommes de termes consécutifs	372
30.4.1 Formules sommatoires	372
30.4.2 Sommes télescopiques	374
30.4.3 Opérations sur les sommes discrètes	375
30.5 Sommes et produits d'égalités	376
<b>Chapitre 31 : Suites convergentes</b>	<b>381</b>
31.1 Qu'est-ce qu'une suite convergente?	381
31.1.1 Exemples de suites convergentes	381
31.1.2 Définition mathématique d'une suite convergente	384
31.1.3 Suites divergentes	385
31.2 Convergence d'une suite géométrique	387
31.3 Théorème des suites monotones	388
31.4 Théorème des suites adjacentes	391
31.5 Suites extraites	392
<b>Chapitre 32 : Introduction à l'analyse numérique</b>	<b>397</b>
32.1 Analyse numérique et algorithmes	397
32.2 Méthodes de dichotomie et de Lagrange	398
32.2.1 Méthode de dichotomie	398
32.2.2 Méthode de Lagrange (ou <i>regula falsi</i> )	400
32.3 Calcul numérique des intégrales	402
32.3.1 Méthode des rectangles	402
32.3.2 Méthode des trapèzes	404
32.3.3 Méthode de Simpson	404
32.4 Méthodes d'Euler et de Runge-Kutta	406
32.4.1 Méthode d'Euler	406
32.4.2 Méthode de Runge-Kutta d'ordre 2	407
32.5 Rapidité de convergence et approximation	408

---

<b>Module 5 Algèbre . . . . .</b>	<b>413</b>
<b>Chapitre 33 : Langage de la logique et des ensembles . . . . .</b>	<b>415</b>
33.1 Langage de la logique . . . . .	415
33.1.1 Proposition logique . . . . .	415
33.1.2 Conjonction, disjonction, négation . . . . .	416
33.1.3 Implication . . . . .	417
33.1.4 Equivalence . . . . .	418
33.1.5 Raisonnements par contraposition et par l'absurde . . . . .	418
33.1.6 Quantificateurs . . . . .	419
33.2 Ensembles et algèbre de Boole . . . . .	420
33.2.1 Notion d'ensemble . . . . .	420
33.2.2 Inclusion . . . . .	420
33.2.3 Intersection et réunion . . . . .	421
33.2.4 Produit cartésien . . . . .	422
33.3 Cardinal d'un ensemble fini . . . . .	423
33.4 Application d'un ensemble dans un autre . . . . .	424
33.4.1 Applications et fonctions . . . . .	424
33.4.2 Composition des applications . . . . .	425
33.4.3 Image d'un ensemble par une application . . . . .	426
33.5 Injections, surjections et bijections . . . . .	427
33.5.1 Injections . . . . .	427
33.5.2 Surjections . . . . .	428
33.5.3 Bijections . . . . .	428
33.5.4 Bijection réciproque . . . . .	429
<b>Chapitre 34 : Equations et polynômes . . . . .</b>	<b>433</b>
34.1 Equations . . . . .	433
34.1.1 Racines $n$ -ièmes d'un nombre complexe . . . . .	433
34.1.2 Racines carrées d'un nombre complexe . . . . .	435
34.1.3 Equation du second degré dans $\mathbb{C}$ . . . . .	436
34.2 Polynômes . . . . .	437
34.2.1 Division euclidienne des polynômes . . . . .	437
34.2.2 Racines d'un polynôme et factorisation . . . . .	438
34.2.3 Racines simples et racines multiples . . . . .	440
34.2.4 Théorème de d'Alembert . . . . .	441
34.2.5 Relations entre coefficients et racines . . . . .	442
34.2.6 Factorisation dans $\mathbb{R}[x]$ . . . . .	443

<b>Chapitre 35 : Fractions rationnelles</b>	<b>448</b>
35.1 Décomposition en éléments simples	448
35.2 Calcul de la partie entière	451
35.3 Cas des pôles réels	452
35.3.1 Pôles réels simples	452
35.3.2 Pôles réels doubles	453
35.4 Eléments simples de deuxième espèce	454
35.5 Primitives des fractions rationnelles	455
35.5.1 Un exemple élémentaire	455
35.5.2 Primitives des éléments simples de deuxième espèce	455
<b>Chapitre 36 : Groupes et corps</b>	<b>459</b>
36.1 Groupes	459
36.2 Sous-groupes	461
36.3 Permutations et groupe symétrique	463
36.3.1 Définition et exemples	463
36.3.2 Groupe symétrique	464
36.4 Corps	465
<b>Module 6 Compléments d'analyse</b>	<b>469</b>
<b>Chapitre 37 : Limites et équivalents</b>	<b>471</b>
37.1 Limites et formes indéterminées	471
37.2 Comparaison locale de deux fonctions	473
37.2.1 Équivalents et limites	474
37.2.2 Opérations sur les équivalents	476
37.2.3 Suites équivalentes	478
37.3 Deux techniques de calcul de limites	478
37.3.1 Changement de variable	478
37.3.2 Théorème d'encadrement	479
37.4 Définition mathématique d'une limite	480
<b>Chapitre 38 : Continuité et dérivabilité</b>	<b>485</b>
38.1 Partie entière et valeur absolue	485
38.1.1 Partie entière d'un nombre réel	485
38.1.2 Valeur absolue	486
38.2 Généralités sur les fonctions continues	487
38.2.1 Définition et exemples	487
38.2.2 Opérations sur les fonctions continues	488
38.2.3 Prolongement par continuité	489
38.3 Fonctions continues sur un intervalle	489

---

38.4	Généralités sur les fonctions dérivables . . . . .	492
38.4.1	Dérivabilité à gauche et à droite . . . . .	492
38.4.2	Fonctions de classe $\mathcal{C}^n$ . . . . .	492
38.5	Fonctions dérivables sur un intervalle . . . . .	494
38.5.1	Dérivée en un extremum . . . . .	494
38.5.2	Théorèmes de Rolle et des accroissements finis . . . . .	495
38.5.3	Inégalités des accroissements finis . . . . .	496
<b>Chapitre 39 : Compléments de calcul intégral . . . . .</b>		<b>501</b>
39.1	Majoration des intégrales . . . . .	501
39.2	Intégrale fonction de sa borne du haut . . . . .	503
39.3	Formule de Taylor avec reste intégral . . . . .	505
39.4	Intégrales de Wallis . . . . .	507
<b>Chapitre 40 : Séries . . . . .</b>		<b>512</b>
40.1	Définition et exemples . . . . .	512
40.2	Critère grossier de divergence . . . . .	515
40.3	Séries à termes positifs . . . . .	516
40.4	Absolute convergence . . . . .	519
<b>Chapitre 41 : Transformation de Laplace . . . . .</b>		<b>525</b>
41.1	Intégrales généralisées . . . . .	525
41.2	Transformation de Laplace . . . . .	526
41.2.1	Fonctions causales . . . . .	526
41.2.2	Transformation de Laplace . . . . .	527
41.2.3	Transformée de Laplace de la dérivée . . . . .	529
41.2.4	Transformation de Laplace inverse . . . . .	530
41.3	Application aux équations différentielles . . . . .	531
41.4	Compléments . . . . .	532
41.4.1	Théorème du retard . . . . .	532
41.4.2	Théorème d'amortissement . . . . .	533
41.4.3	Valeur finale et valeur initiale . . . . .	534
<b>Module 7 Calcul matriciel et algèbre linéaire . . . . .</b>		<b>537</b>
<b>Chapitre 42 : Matrices . . . . .</b>		<b>539</b>
42.1	Premières notions sur les matrices . . . . .	539
42.1.1	Définition des matrices . . . . .	539
42.1.2	Addition et multiplication par un scalaire . . . . .	540
42.1.3	Multiplication matricielle . . . . .	541
42.1.4	Transposition . . . . .	544

---

42.2	Interprétation matricielle des systèmes d'équations linéaires . . . . .	544
42.3	Algèbre des matrices carrées . . . . .	545
42.3.1	Introduction . . . . .	545
42.3.2	Formule du binôme de Newton . . . . .	547
42.3.3	Matrices carrées inversibles . . . . .	548
42.3.4	Calcul de l'inverse par inversion de système . . . . .	549
42.3.5	Déterminant d'une matrice carrée . . . . .	551
<b>Chapitre 43</b>	<b>: Vecteurs . . . . .</b>	<b>556</b>
43.1	Espace vectoriel $\mathbb{K}^n$ . . . . .	556
43.1.1	Addition de deux vecteurs . . . . .	557
43.1.2	Multiplication par un scalaire . . . . .	557
43.2	Bases de $\mathbb{K}^n$ . . . . .	558
43.3	Changement de base . . . . .	561
43.4	Sous-espaces vectoriels de $\mathbb{K}^n$ . . . . .	563
<b>Chapitre 44</b>	<b>: Endomorphismes et matrices . . . . .</b>	<b>570</b>
44.1	Définition et exemples . . . . .	570
44.2	Matrice d'un endomorphisme dans une base . . . . .	572
44.3	Changement de base pour la matrice d'un endomorphisme . . . . .	575
44.4	Composée de deux endomorphismes . . . . .	578
<b>Chapitre 45</b>	<b>: Fondements de l'algèbre linéaire . . . . .</b>	<b>583</b>
45.1	Espaces vectoriels . . . . .	583
45.2	Sous-espaces vectoriels . . . . .	585
45.2.1	Définition et caractérisation . . . . .	585
45.2.2	Intersection de sous-espaces vectoriels . . . . .	588
45.3	Bases d'un espace vectoriel . . . . .	589
45.3.1	Définition et exemples fondamentaux . . . . .	589
45.3.2	Familles libres et familles génératrices . . . . .	590
45.3.3	Espaces vectoriels de dimension finie . . . . .	593
45.4	Rang d'une famille de vecteurs . . . . .	595
<b>Chapitre 46</b>	<b>: Applications linéaires . . . . .</b>	<b>601</b>
46.1	Définition et exemples . . . . .	601
46.2	Noyau d'une application linéaire . . . . .	603
46.3	Matrice d'une application linéaire . . . . .	604
46.4	Image d'une application linéaire . . . . .	606
46.5	Théorème du rang . . . . .	608

---

<b>Chapitre 47 : Espaces euclidiens</b>	<b>612</b>
47.1 Produit scalaire et orthogonalité	612
47.1.1 Produit scalaire de deux vecteurs	612
47.1.2 Norme d'un vecteur	614
47.1.3 Orthogonalité	615
47.2 Espaces euclidiens	616
47.2.1 Bases orthonormales	616
47.2.2 Orthogonal d'un sous-espace vectoriel	618
47.2.3 Rotations de l'espace $\mathbb{R}^3$	619
47.2.4 Matrices orthogonales	620
<b>Module 8 Probabilités</b>	<b>627</b>
<b>Chapitre 48 : Fondements du calcul des probabilités</b>	<b>629</b>
48.1 Epreuves et évènements	629
48.2 Espaces probabilisés	632
48.2.1 Définition	632
48.2.2 Equiprobabilité	634
48.3 Probabilités conditionnelles	636
48.4 Indépendance	639
<b>Chapitre 49 : Variables aléatoires discrètes finies</b>	<b>645</b>
49.1 Qu'est-ce qu'une variable aléatoire?	645
49.2 Variables aléatoires discrètes finies	646
49.2.1 Loi de probabilité	646
49.2.2 Espérance, variance et écart-type	648
49.2.3 Fonctions de variables aléatoires	649
49.3 Modèles probabilistes discrets	651
49.3.1 Loi uniforme	651
49.3.2 Loi de Bernoulli	652
49.3.3 Loi binomiale	653
49.4 Inégalité de Bienaymé-Tchebychev	656
<b>Chapitre 50 : Couples et sommes de variables aléatoires</b>	<b>662</b>
50.1 Couples de variables aléatoires	662
50.2 Sommes de variables aléatoires	665
50.3 Coefficient de corrélation linéaire	667
50.4 Variables aléatoires indépendantes	669
50.5 Loi des grands nombres	672

<b>Solutions des exercices</b> . . . . .	<b>679</b>
Solutions des exercices du module 1 . . . . .	679
Solutions des exercices du module 2 . . . . .	742
Solutions des exercices du module 3 . . . . .	771
Solutions des exercices du module 4 . . . . .	830
Solutions des exercices du module 5 . . . . .	861
Solutions des exercices du module 6 . . . . .	886
Solutions des exercices du module 7 . . . . .	919
Solutions des exercices du module 8 . . . . .	964
 <b>Index</b> . . . . .	 <b>990</b>