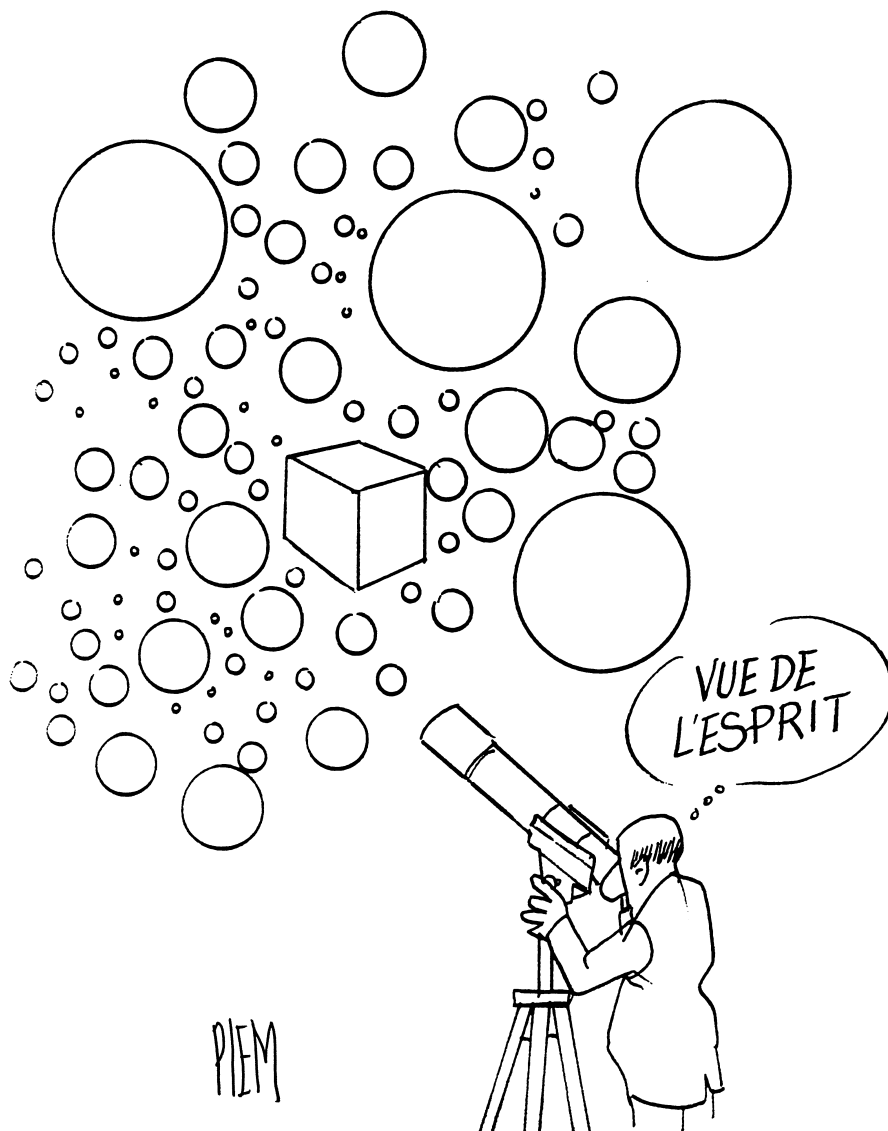


Chapitre 1

**Platon, Aristote et
l'origine du concept de symétrie**



Les sources pythagoriciennes

Pour les pythagoriciens tout est arrangé selon le nombre. Certes, nous connaissons le fameux théorème de Pythagore, mais ce n'est qu'une faible partie de son enseignement mathématique. A la base de ce dernier, essentiellement transmis par ses disciples¹, nous trouvons la notion de proportion. La proportion implique qu'on se rapporte à une échelle, un étalon (une dimension de référence donnée, un mètre), par exemple la taille humaine ou toute autre grandeur aisément reproductible. En fait, s'il semble que cette notion soit héritée des babyloniens, elle fut ensuite développée par Pythagore et son école puis par un disciple ami de Platon, le mathématicien Archytas de Tarente². Ce serait également par l'intermédiaire d'un autre pythagoricien, Philolaos³, que Platon prit connaissance des travaux de Pythagore. Platon était donc très bien placé pour connaître ces travaux en détail, il s'en inspira en partie pour rédiger son *Timée*.

Les pythagoriciens voyaient la source de l'harmonie dans les proportions parfaites qu'adopte la nature dans ses créations, en particulier dans l'homme : est beau ce qui possède des proportions justes. Prenons l'exemple de la musique. Les pythagoriciens découvrent que le son rendu par une corde tendue est proportionnel à sa longueur. Pour obtenir une juste harmonie, il faut donc que les longueurs des cordes soient entre elles comme les nombres qui répondent à certaines suites harmoniques. La légende dit que Pythagore aurait découvert cette loi dans une forge, en écoutant les bruits des marteaux de masses différentes sur l'enclume. Ces travaux ont été très largement repris depuis Pythagore et leur esprit subsiste dans toutes les recherches et les aboutissements qui suivirent : citons la gamme médiévale, la gamme pentatonique arabe, la gamme « bien tempérée » (bien accordée) de Jean-Sébastien Bach, sans oublier les travaux contemporains sur la gamme dodécaphonique (travaux de Schönberg, Berg, Webern) au début du XX^e siècle.

Pour Pythagore, de même que l'harmonie naît d'une lyre à partir des rapports entre les cordes, l'harmonie de l'âme découle de l'harmonie du corps. Poussant l'analogie plus loin, l'Univers tout entier et en particulier le mouvement des astres sont régis par cette harmonie. La Terre est au centre et les planètes décrivent des orbites circulaires dont chacune est conçue comme une corde tendue, chaque note devant être en harmonie avec les autres. Les sept astres alors connus : Lune, Mercure, Vénus, Soleil, Mars, Jupiter, Saturne et la sphère des étoiles fixes jouent une gamme parfaite d'où découle la fameuse « musique des sphères⁴ ». Cette théorie, sous une forme précisée par Platon (voir plus loin), sera beaucoup plus tard re-

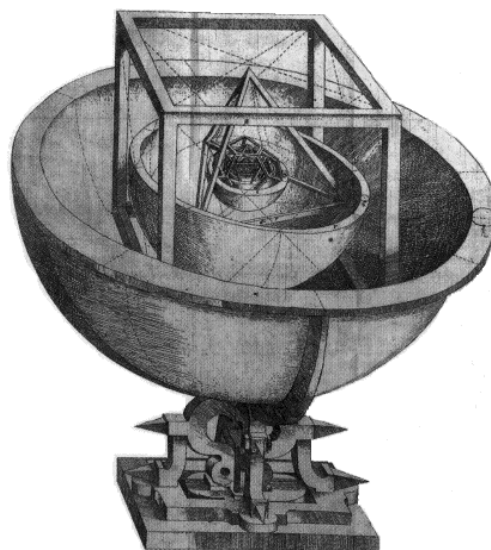
¹ La vie de Pythagore reste très mal connue. On en connaît les recueils d'anecdotes et de sentences compilées par Diogène Laërce : *Vies, doctrines et sentences des philosophes illustres*, traduction et notes par Robert Genaille, Garnier-Flammarion, tome II, Livre huitième, p. 125.

² Archytas de Tarente (428-360 av. J.-C.) inventa la moyenne harmonique, trouva la solution de la duplication du cube et effectua les premiers travaux de mécanique théorique.

³ Philolaos de Crotone (fin du VI^e, début du V^e siècle). Platon lui aurait payé une fortune pour acheter des traités dus à Pythagore lui-même selon Diogène Laërce, ouvrage cité, tome II, p.157.

⁴ D'après Pline, cette gamme était do, ré, mi bémol, sol, la, si bémol, si, do.

prise par Johannes Kepler (1571-1630), dont les travaux ont joué un rôle considérable dans l'histoire de l'astronomie et de la physique modernes.



Le système planétaire et son ajustement avec les solides parfaits platoniciens, source de la musique céleste vu par J. Kepler dans son *Mysterium Cosmographicum*.

La symétrie définie par Platon

Pour Platon la connaissance que nous pouvons avoir du monde est nécessairement limitée. La connaissance véritable, *epistémê*, qui porte sur les formes éternelles n'est accessible qu'à une seule condition : l'Univers doit être fabriqué à partir des composants élémentaires qui présentent la symétrie, l'accord avec les Idées, les plus parfaits. L'objet de la science platonicienne est donc d'ordonner ces connaissances partielles à l'aide du meilleur modèle possible et ce modèle est mathématique. Il ne décrit pas vraiment la réalité intangible, inaccessible, de l'*epistémê*, mais s'en approche, en donne un reflet aussi fidèle que possible. Le formalisme joue donc un rôle de premier plan puisque le langage mathématique s'appuie sur des énoncés formels, aussi généraux qu'il est possible de les construire. Cette vision dynamique de la connaissance, cette approche progressive du savoir ultime, créent les possibilités d'un véritable progrès scientifique. Platon ouvre la voie, donne l'exemple et, d'une certaine façon, inaugure la démarche scientifique en proposant un modèle cohérent de l'Univers. Toute réalité physique doit être décrite et analysée dans un langage formel adéquat. Ce langage repose sur des symboles, des concepts. Nous avons vu que les pythagoriciens avaient fait de grands pas en ce domaine, sans toutefois s'affranchir des connaissances empiriques. Platon va intégrer dans une vaste synthèse les données mathématiques des pythagoriciens en ne gardant que les aspects géométriques et arithmétiques.

Analysons brièvement la théorie que Platon a élaborée pour rendre compte de la réalité physique. Cette réalité physique, que Platon nomme *phusis* (Nature), correspond en termes contemporains à ce que nous appelons d'un terme général

assez vague « structure de l'Univers ». Cette structure, pour être complète, doit englober tout ce qui est observable et implique une construction cohérente, reposant sur des notions communes à l'infiniment petit et l'infiniment grand. Il convient de remarquer que la synthèse platonicienne n'est pas la première et que de nombreux philosophes avant lui en avaient proposées, en particulier les atomistes Leucippe et Démocrite. Cependant, les philosophes présocratiques ne semblent pas avoir utilisé de façon systématique le langage mathématique et se soient limités à des représentations parlant aux sens. Platon utilise, sans se référer à leurs auteurs, sinon pour mieux marquer sa différence, la théorie des quatre éléments (attribuée à Empédocle) et la notion d'atome (unité ultime, composant élémentaire discret), due à Démocrite. Concentrons notre approche sur le *Timée*⁵, sans ignorer que le concept de symétrie sous toutes ses acceptions est également présent dans *Le Philèbe* et *La République*.

Dans le *Timée*, nous découvrons un exposé complet de l'épistémologie platonicienne dont l'argumentation est fondée sur la symétrie définie comme la « ressemblance » (*analogia*) avec les Idées immuables que nous pouvons déceler dans les choses sensibles. La reconnaissance des symétries présentes dans la nature permet aux hommes d'accéder à la seule connaissance qu'ils puissent acquérir du monde sensible, c'est-à-dire la connaissance d'une copie. La connaissance scientifique consiste alors pour les êtres humains à trouver des ressemblances entre les choses sensibles et les formes intelligibles, ressemblances qui se manifestent sous forme de symétrie⁶. Sans que la démarche axiomatique soit explicitement exposée dans le *Timée*, nous pouvons reconstituer *a posteriori* une suite d'axiomes qui, de proche en proche, permettent une construction logique de grande envergure. Cette démarche axiomatique, qui sera menée à son plus haut degré d'achèvement par Euclide dans ses fameux *Eléments*, s'apparente de façon frappante aux théories physiques contemporaines.

La symétrie au centre du Timée

Le *Timée* met en scène quatre personnages, Socrate, Timée, Hermocrate et Critias. Au départ, Socrate rappelle une discussion qui n'a pas été terminée, au sujet de l'Etat et de la constitution la plus parfaite, mais bien vite, la discussion dérive vers un long exposé de Timée expliquant le système du monde et, de fait, la structure initiale du dialogue fait vite place à un monologue qui constitue une véritable démonstration. Timée aborde alors son sujet par une double question d'ordre métaphysique :

⁵ Dans tout ce chapitre, nous nous référons à l'édition du *Timée* de la collection Garnier-Flammarion, traduction de E. Chambry, Paris, 1969. En regard de chaque référence, nous citons la page correspondante de l'édition du *Timée* dans l'édition Les Belles Lettres, texte traduit et établi par Albert Rivaud, Paris, 1985, avec l'abréviation suivante : (B. L. p. xxx).

⁶ Une comparaison de cette démarche avec la cosmologie contemporaine dite du « modèle standard » a été effectuée dans l'intéressant ouvrage de Luc Brisson et F. Walter Meyerstein, *Inventer l'Univers*, Les Belles Lettres, 1991.

Il faut d'abord, à mon avis, se poser cette double question : en quoi consiste ce qui existe toujours, sans avoir eu de naissance ? En quoi consiste ce qui devient toujours et n'est jamais⁷ ?

L'ensemble du monde et des théories que nous utilisons pour le connaître relèvent en effet de deux aspects fondamentaux : du monde des Idées, formes intelligibles, pures, immuables, intangibles et du monde du devenir, soumis aux lois temporelles, dans lequel nous sommes plongés.

Il est une autre question qu'il faut examiner à propos de l'Univers, à savoir d'après lequel des deux modèles son architecte l'a construit, d'après le modèle immuable et toujours le même, ou d'après celui qui est né. Or, si ce monde est beau, et son auteur excellent, il est évident qu'il a eu les yeux sur le modèle éternel, s'ils sont au contraire ce qu'il n'est même pas permis de dire, c'est sur le modèle qui est né. Il est donc clair pour tout le monde qu'il a eu les yeux sur le modèle éternel. Car le monde est la plus belle des choses qui sont nées, et son auteur la meilleure des causes⁸.

Ce paragraphe comporte deux aspects fondamentaux, indissociables. Le premier est que le monde est beau et que son auteur est bon. Ce que nous pouvons prendre pour axiome séminal, car dans la démonstration qui va suivre toutes les conséquences découlent de ce fait. Le second aspect nous renseigne sur la nature de l'auteur du monde, appelé souvent par Platon « le Démonstrateur » ou encore « le dieu », voire parfois « Dieu ». Ce dernier apparaît clairement comme un artisan qui façonne un objet et suit un plan qu'il n'a pas fait lui-même. Il s'agit pour Platon d'une question de cohérence logique : si le Démonstrateur avait créé son « modèle éternel », il y aurait contradiction, car celui-ci serait né à un certain moment. Les Idées, formes pures utilisées par le Démonstrateur, sont donc indépendantes de lui, bien qu'il en ait une parfaite connaissance. Cette connaissance véritable, l'*epistêmê*, s'oppose à la connaissance imparfaite, fragmentaire, que nous pouvons avoir des choses sensibles, soumises au devenir. Notre connaissance, *doxa* ou opinion, ne peut être que limitée. Le problème central du *Timée* est ainsi posé : comment nous qui sommes soumis à la *doxa*, pouvons-nous tendre vers l'*epistêmê* ? Platon va tenter d'y répondre, mais il prend bien soin de signaler que l'entreprise est soumise à des approximations, à des erreurs possibles, inhérentes à notre statut de mortel, soumis au changement perpétuel :

Si donc, Socrate, il se rencontre maint détail en mainte question touchant les dieux et la genèse du monde, où nous soyons incapables de fournir des explications absolument et parfaitement cohérentes et exactes, n'en sois pas étonné⁹.

Dans ce propos, Platon laisse clairement entendre qu'il ne saurait arriver à la vérité complète, celle-ci étant par essence inaccessible, de plus, il laisse ouverte la possibilité que son modèle puisse être amélioré. En termes contemporains, nous pourrions dire qu'il propose un véritable programme de recherche dont il donne,

⁷ *Le Timée*, ouvrage cité, p. 410, (B. L. 27c, p. 140).

⁸ *Ibid.* p. 411, (B. L. 29b, p. 141).

⁹ *Ibid.* p. 411, (B. L. 29c, p. 142).

en quelque sorte, l'état des lieux (en anglais : *state of the art*), au moment où il expose sa théorie. Cette théorie, soumise au changement, pourra s'améliorer, devenir encore plus cohérente, mais avant tout, Platon va s'efforcer d'en préciser les traits immuables, ceux qui ne sauraient être affectés par aucun changement. C'est au cours de l'exposé de Timée que ces aspects seront relevés et clairement distingués.

La fabrication du monde

Timée montre à ses auditeurs que le monde sensible où nous sommes a nécessairement été créé puisqu'il est soumis au devenir. Le monde sensible de la *doxa* est régi par le principe de causalité. Cette dernière évidence conditionne tout changement. Les Idées, la connaissance vraie, les vérités immuables de *l'epistêmê* ne sont pas soumises au changement et ne relèvent donc pas du principe de causalité. Nous voyons que le temps joue un rôle fondamental dans l'explication du monde sensible en devenir et qu'il est indissociable de la causalité. Le but de la recherche consiste donc à trouver ce qui reste fixe dans le flux du devenir, ce qui reste constant et échappe au principe de causalité. Cette recherche des invariants présente une parenté très frappante avec la démarche scientifique moderne et nous devons, une fois de plus, en signaler l'importance.

Au commencement, le Démonstrateur ordonne le chaos :

Le dieu, en effet, voulant que tout fut bon et que rien ne fut mauvais, autant que cela est possible, prit la masse des choses visibles, qui n'était pas en repos, mais se mouvait sans règle et sans ordre, et la fit passer du désordre à l'ordre, estimant que l'ordre était préférable à tous égards¹⁰.

C'est donc sur la base d'un dénominateur commun qui est que tout soit bon que le démonstrateur ordonne toute chose, mais il faut remarquer que ses efforts restent limités par un sévère « autant que cela est possible ». Le démonstrateur n'est donc pas le Dieu omnipotent de la Genèse, et une partie du matériau utilisé pour fabriquer le monde lui échappe, lui résiste, comme nous le verrons plus loin.

Le Démonstrateur contemple alors le monde ainsi ordonné *summetros* (construit selon la mesure, symétrique) et trouve qu'il ressemble à un « vaste animal ». Auparavant, le monde était *ametros*, ce qui veut dire sans mesure, désordonné, chaotique et afin de le rendre aussi parfait que possible, il le dote d'intelligence et d'une âme. Il aborde ensuite la question de sa composition. Afin que l'animal créé soit parfait, il doit contenir les quatre éléments fondamentaux : le feu, l'air, l'eau et la terre. Nous trouvons dans cet ensemble un premier exemple d'invariants et Platon dans ce domaine suit étroitement la tradition de ses prédécesseurs. Mais une question essentielle est posée et nous devons l'étudier avant d'examiner par quels mécanismes les éléments se transforment et composent le monde. Puisque les éléments relèvent de domaine sensible, il faut expliquer leur genèse. Timée semble alors reculer devant la difficulté du problème et il nous avertit que ce qu'il va dire ne peut être retenu que comme vraisemblable. Ce que Timée tente d'expliquer

¹⁰ Ibid. p. 412, (B. L. 30, p. 142).

n'est autre que notre concept contemporain d'espace-temps, comme il l'exprime clairement un peu plus loin, revenant sur de nouvelles analogies :

Enfin, il y a toujours une troisième espèce¹¹, celle du lieu, qui n'admet pas de destruction et qui fournit une place à tous les objets qui naissent. Elle n'est elle-même perceptible que par un raisonnement bâtard où n'entre pas la sensation ; c'est à peine si l'on y peut croire. Nous l'entrevoions comme dans un songe, en nous disant qu'il faut nécessairement que tout ce qui est soit quelque part dans un lieu déterminé, occupe une certaine place, et que ce qui n'est ni sur la terre ni en quelque lieu sous le ciel n'est rien¹².

Cette troisième espèce, la *khôra* nous a amenés bien loin de la cosmogonie qui était développée initialement, décrivant la création du « grand animal » doté d'une âme. Nous n'avons pas épuisé pour autant les propriétés et les mystères de la *khôra*. Nous avons vu que le Démonstrateur avait fait « du mieux qu'il pouvait ». La raison en est que la *khôra* porte en elle un principe de désordre (*anagkê*), appelé par Platon « cause errante », qui s'oppose toujours aux efforts du Démonstrateur. Pour pousser l'analogie jusqu'à ses limites, nous pourrions dire que le Démonstrateur, en créant le monde, réduit brutalement son entropie en passant du désordre à l'ordre, mais la tendance à l'entropie croissante, sous forme de cause errante, ne cesse d'agir dès que le Démonstrateur a terminé sa tâche. Elle tend de ce fait à faire dériver l'ensemble de la création vers le désordre.

L'âme de monde et la symétrie

Abordons maintenant un autre aspect de la création du monde par le Démonstrateur. Nous avons vu que ce dernier est bon et prend pour modèle les Idées éternelles pour en faire la meilleure copie possible. Le modèle original *paradéigma* est nécessairement beau. Mais l'ordre du divin, son empreinte sur le réel, son souvenir dans la création ne nous sont accessibles que de façon voilée, approchée :

Or, ainsi qu'il a été dit au commencement tout était en désordre, quand Dieu introduisit des proportions (*summetrias*), en toutes choses, à la fois relativement à elles-mêmes et les unes à l'égard des autres, dans toute la mesure et de toutes les façons qu'elles admettaient la proportion et la symétrie¹³.

La symétrie qui apparaît ici revêt des aspects complémentaires qu'il nous faut préciser car l'ensemble joue un rôle central dans la théorie de Platon. Le terme symétrique est ici synonyme d'harmonieux, proportionné et en même temps d'ordonné. La symétrie est avant tout une ressemblance avec les formes intelligibles, les Idées. Du fait de cette ressemblance (analogie), elle n'est pas soumise au devenir, elle est ce qui reste constant au cours de toutes les transformations. La reconnaissance de ce qui reste invariant, immuable, constitue donc pour nous, une certaine participation à la connaissance vraie, à *l'epistêmê*.

¹¹ A côté des Idées et de l'ensemble de la matière première constituée par les quatre éléments.

¹² Ibid. p. 430, (B. L. 52b, p. 171).

¹³ Ibid. p. 447, (B. L. 69b, p. 195).

Summetros est le contraire d'*ametros* (sans mesure), ce qui montre que la propriété qui reste égale est justement cette propriété qu'on appelle la mesure (*metron*). Or, pour mesurer, il faut un étalon de mesure qui ne change pas lui-même. Ainsi, le mouvement des astres, qui est doté d'une vitesse constante (quelque chose reste égal à soi-même pendant le changement : ici la vitesse de rotation), sert d'étalon pour mesurer le temps.

Voilà donc où réside l'aspect essentiel de la symétrie ; une propriété ne change pas au cours du changement. En d'autres termes, pendant le changement, quelque chose reste « semblable », *ana logon*, en grec ancien¹⁴.

La symétrie que définit Timée inclut l'identité de deux parties superposables, mais avant tout elle est manifestée par la constance des rapports de proportion, l'égalité n'apparaissant alors que comme un cas particulier. On voit apparaître le concept de rapport mathématique comme « signature » naturelle de la symétrie. Les mathématiques se trouvent ainsi associées à la connaissance de l'intelligible pur que nous pouvons avoir. Elles constituent l'outil qui nous permet d'entrevoir *l'epistêmê*.

La symétrie que définit Platon n'est pas limitée aux propriétés mathématiques des figures, des corps, elle est la trace, l'empreinte que le Démonstrateur a laissée lors de la création du monde. Uniquement soucieux du Bien, il a mis en notre âme la possibilité de sentir, d'approcher les formes éternelles, les Idées, par l'intermédiaire des mathématiques. Ainsi, la beauté, l'ordre, l'harmonie, la proportion, la justice, tout ce qui apparaît « avec mesure » relève de la symétrie et s'exprime en termes mathématiques. Un être qui se meut est doté d'une âme, tout comme le monde dont nous observons les mouvements et mesurons la régularité. Cette âme est dotée de raison et elle seule est capable de déceler la symétrie dans les phénomènes sensibles. Nous, mortels, possédons en commun avec l'âme du monde, une intelligence rationnelle dont le langage est mathématique.

Le temps est une propriété fondamentale de l'âme du monde, ce sont les mouvements des cercles qui la composent, qui l'engendrent et ces mouvements sont indissociables des corps célestes. Le monde sensible constitue donc la condition d'existence du temps, et les deux sont indissociables. Nous reviendrons à la fin de ce chapitre sur la comparaison des théories platoniciennes avec les conceptions aristotéliennes.

Le monde des corps sensibles : actualité de la théorie de la matière platonicienne

Après avoir montré que l'âme du monde possède une structure mathématique et que les corps célestes obéissent à des lois harmoniques, Timée aborde la description du monde du devenir. Nous entrons dans le domaine du sensible, du mouvant, dont notre opinion, *doxa*, ne peut être qu'imparfaite. Timée va s'efforcer de déterminer ce qui reste constant, invariant, dans toutes les transformations de notre monde quotidien.

¹⁴ Brisson et Meyerstein, ouvrage cité, p. 35.