■ 1 ■

Statique des fluides

INTRODUCTION

▶ Les fluides

Les fluides sont des milieux sans rigidité ; *ils prennent la forme du récipient qui les contient*.

Les liquides et les gaz sont des fluides.

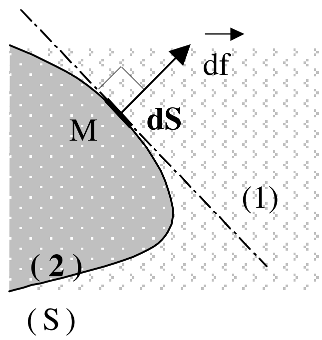
- Les gaz sont très expansibles et compressibles.
- Les liquides sont peu compressibles.

Dans ce chapitre, les fluides sont tous immobiles et homogènes.

▶ Pression au sein d'un fluide – Définition

Sur le schéma ci-contre, (1) et (2) désignent deux fluides différents ou deux parties d'un même fluide que l'on sépare « par la pensée ».

On s'intéresse à une toute petite portion dS de la surface de séparation S. Cette surface dS est appelée « surface élémentaire » de la surface de séparation.



En statique des fluides, la partie (2) exerce sur la partie (1), à travers l'élément de surface dS, une force « élémentaire » $\vec{df}$ perpendiculaire à dS. La pression p, au point M (M appartient à la surface élémentaire dS), s'écrit :

$$\boxed{p = \frac{\|\overrightarrow{df}\|}{dS}}$$

$\|\overrightarrow{df}\|$ en newtons (N)

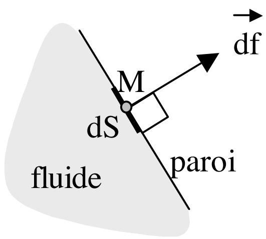
dS en m^2

p en pascals (Pa)

FORCES EXERCEES SUR LES PAROIS D'UN RECIPIENT

▪ La force de pression, exercée par un fluide au repos, sur un élément de surface dS d'une paroi, est normale à la surface dS, dirigée de l'intérieur du fluide vers la paroi et de module :

$$df = p(M)\,dS$$



Remarque importante : La pression p varie avec la position du point M et c'est pourquoi, nous avons noté la pression : $p(M)$.

Par intégration, on peut obtenir la résultante de la force de pression exercée par le fluide sur la paroi de surface S :

$$\boxed{f = \int_{(S)} p(M)\,dS}$$

▪ A retenir : On montre que, quelle que soit la forme du récipient, la résultante de toutes les forces de pression, exercées par un fluide au repos sur toutes les parois du récipient qui le contient est égale au poids du fluide.

RELATION FONDAMENTALE DE L'HYDROSTATIQUE

▶ **Conditions**

- Le fluide est immobile.
- Sa température et sa masse volumique sont constantes.
- Le fluide est incompressible ; on se limite donc aux liquides.
- L'accélération de la pesanteur est uniforme.

▶ **Relation fondamentale de l'hydrostatique**

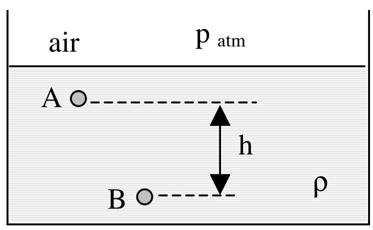
$$\boxed{\Delta p = p_B - p_A = \rho\, g\, h}$$

p_A, p_B : pressions en A et B

ρ : masse volumique du liquide

g : accélération de la pesanteur

h : hauteur entre A et B.



Remarque 1 : La pression est la même en tout point d'un plan horizontal

A et B sur un même plan $\Rightarrow h = 0 \Rightarrow p_A = p_B$.

Remarque 2 : A l'interface liquide-air, la pression du liquide est égale à la pression atmosphérique.

CONSEQUENCES

▶ Théorème de Pascal

Une variation de pression dp, provoquée en B, se répercute en A.

Théorème de Pascal : *Les liquides transmettent les variations de pression.*

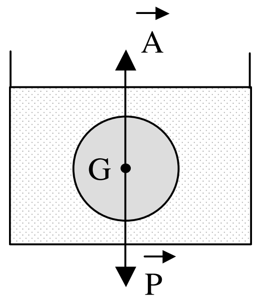
Les presses et les vérins hydrauliques utilisent cette propriété des liquides.

▶ Théorème d'Archimède

Enoncé :

Tout corps solide, plongé dans des fluides au repos, subit, de la part de ces fluides, des forces de pression dont la résultante est égale et opposée au poids des fluides déplacés. Cette résultante est appelée poussée d'Archimède.

La poussée d'Archimède est appliquée au centre de masse des fluides déplacés.

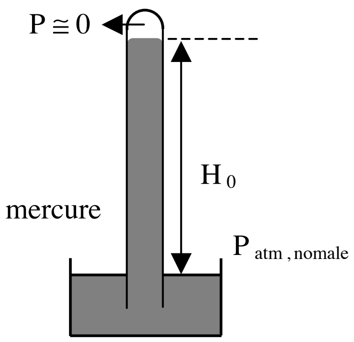


Exemple d'un solide homogène, en équilibre dans un liquide homogène : le point d'application de la poussée d'Archimède coïncide avec le centre de masse du solide immergé (schéma ci-contre).

L'équilibre du solide immergé se traduit par : $\vec{P} + \vec{A} = \vec{0}$.

▶ L'expérience de Torricelli – les unités de pression

◆ Description :



Un tube rempli de mercure est retourné sur une cuve à mercure. La colonne de mercure se stabilise à une hauteur $H_0 = 76$ cm .

On applique la relation fondamentale de l'hydrostatique :

$\rho_{Hg} \cong 13600\ kg.m^{-3}$ et $g \cong 9{,}8\ m.s^{-2}$

$$\boxed{P_{atm,normale} = \rho_{Hg} \times g \times H_0 \cong 1{,}013 \times 10^5\ Pa}$$

On a donc : $\boxed{760\ mm_{Hg} = 1013\ hPa}$

Remarque : Les pressions très faibles peuvent s'exprimer en torr : $1\ \text{torr} = 1\ \text{mm}_{\text{Hg}}$.

◆ Colonne d'eau :

Si on remplace le mercure par l'eau, on a :

$$P_{\text{atm,normale}} = \rho_{\text{eau}} \times g \times H_{\text{eau}} \cong 1{,}013 \times 10^5\ \text{Pa}$$

On obtient : $\boxed{1033{,}6\ \text{cm}_{\text{CE}} \cong 1{,}013 \times 10^5\ \text{Pa}}$

Les pressions faibles peuvent s'exprimer en mm_{CE} (millimètre **C**olonne d'**E**au) ou en cm_{CE} (centimètre **C**olonne d'**E**au).

◆ Les pressions relativement élevées s'expriment en bar :

$$\boxed{1\ \text{bar} = 10^5\ \text{Pa}}$$

Remarque : certaines pressions sont exprimées en atmosphère ($1\ \text{atm} \cong 1013\ \text{hPa}$) .

◆ Pression relative ou pression absolue ?

Une pression absolue s'exprime par rapport au vide.

Si la pression atmosphérique est choisie comme référence, la pression est dite relative : $p_{\text{absolue}} = p_{\text{relative}} + p_{\text{atm}}$.

◣ Enoncés des exercices ◢

■ Exercice 1 .... (5 min)

« Lorsqu'un scaphandrier descend sous le niveau de la mer, la pression qu'il supporte augmente de 1 bar environ tous les 10 mètres. ».

Justifier cette affirmation.

Données : Masse volumique de l'eau : $\rho_{\text{eau}} \cong 10^3\ \text{kg} / \text{m}^3$

Accélération de la pesanteur : $g \cong 10\ \text{m} / \text{s}^2$.

■ Exercice 2 .... (5 min)

Une pompe aspirante peut créer une dépression de 38 kPa. On désire remonter l'eau d'un puits avec une telle pompe.

A quelle hauteur maximale h au-dessus de la surface de l'eau doit-on la placer ?

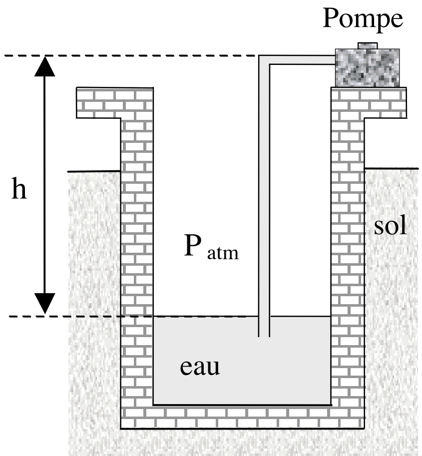
On donne :

Masse volumique de l'eau :

$$\rho_{eau} = 1000\ \mathrm{kg.m^{-3}}.$$

Accélération de la pesanteur :

$$g = 10\ \mathrm{m.s^{-2}}.$$

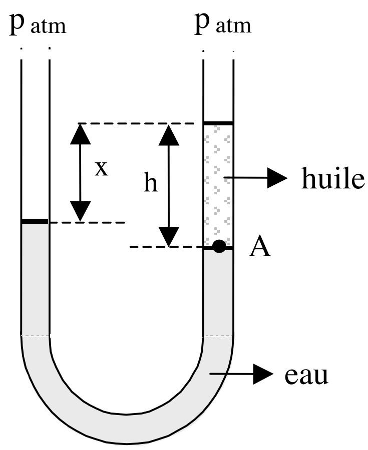


■■ Exercice 3 .... (15 min)

Un tube en U dont les branches très longues ont une section $s = 1\ \mathrm{cm}^2$, est ouvert aux deux extrémités. Initialement, il ne contient que de l'eau.

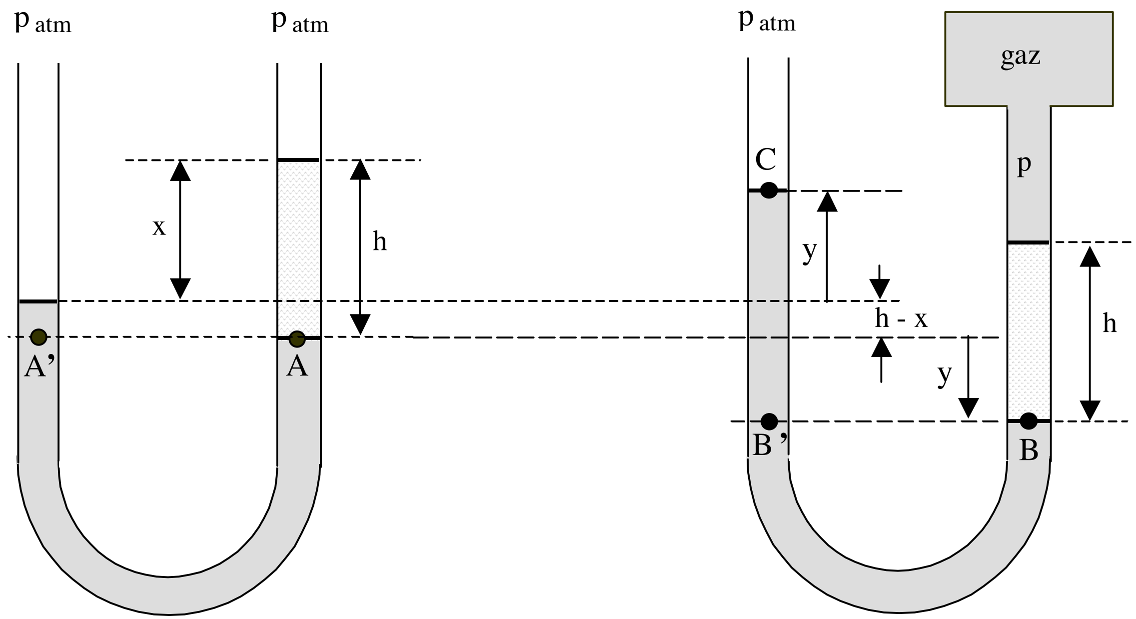
On verse, dans une branche, $V = 10\ \mathrm{cm}^3$ d'huile.

La différence de niveau entre les deux surfaces libres s'établit à $x = 15$ mm (schéma ci-dessous).



1. a) Calculer la hauteur h de la colonne d'huile, dans le tube.

Annexe



b) Exprimer $(p_A - p_{atm})$ en utilisant la relation fondamentale de l'hydrostatique dans une branche puis dans l'autre (p_A : pression au point A ; voir les schémas).

c) En déduire l'expression de la densité d de l'huile par rapport à l'eau.

d) Calculer numériquement d.

2. On relie la branche qui contient de l'huile à une enceinte contenant du gaz à la pression $p > p_{atm}$; l'autre branche reste ouverte à l'air libre.

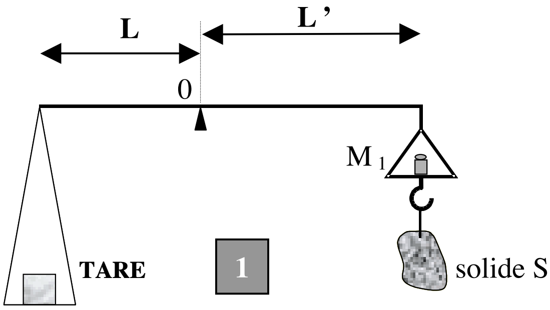
La surface de séparation entre l'huile et l'eau se déplace, alors, de $y = 15\ \text{cm}$.
Montrer que l'excès de pression du gaz sur la pression atmosphérique ($\Delta p = p - p_{atm}$) peut s'écrire : $\Delta p = p - p_{atm} = 2\ \rho_{eau}\ g\ y$.

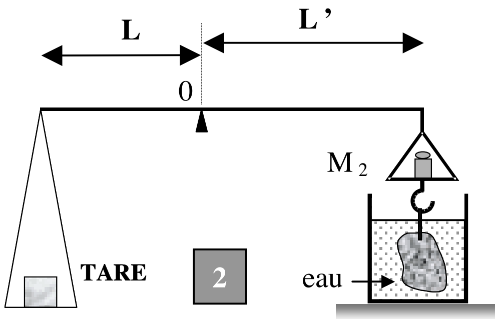
Aide : Utiliser les deux schémas proposés en annexe pour résoudre cet exercice ; attention, ceux-ci ne sont pas à l'échelle !

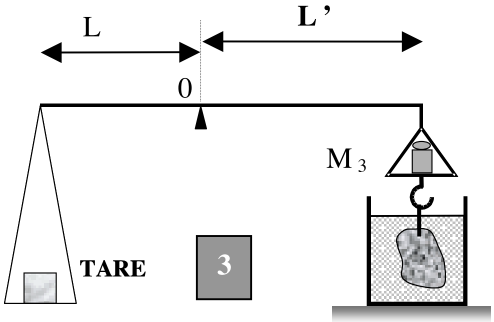
Données : $\rho_{eau} = 1\ \text{g.cm}^{-3}$ et $g \cong 10\ \text{m.s}^{-2}$.

■■ Exercice 4 .... (10 min)

On réalise les trois équilibres schématisés ci-dessous. Le fléau de la balance a des bras de longueur différente ! (voir les schémas)







1. Etablir, pour chaque équilibre, une relation faisant intervenir les masses marquées posées sur le plateau avec crochet (M_1, M_2 et M_3), les longueurs des bras de fléau, et, le cas échéant, la masse volumique des deux liquides, le volume V_S du solide ainsi que sa masse m_S.

On négligera la poussée d'Archimède due à l'air.

2. Déduire de la comparaison de ces trois relations, l'expression de la densité d du liquide en fonction des masses marquées M_1, M_2 et M_3.

■■ Exercice 5 .... (15 min)

Un manomètre sert à mesurer la pression d'un fluide. Les manomètres à mercure, schématisés ci-dessous, dérivent du tube de Torricelli. La dénivellation h est la même pour les trois manomètres lorsqu'ils sont reliés au réservoir à la pression p. Lorsque la pression p varie de Δp, le niveau du mercure, dans la branche ouverte à l'air libre, se déplace de Δx. La sensibilité d'un manomètre est alors définie par le rapport : $\sigma = \dfrac{\Delta x}{\Delta p}$.