■ 1 ■

Statique des fluides

INTRODUCTION

▶ Les fluides

Les fluides sont des milieux sans rigidité ; *ils prennent la forme du récipient qui les contient*.

Les liquides et les gaz sont des fluides.

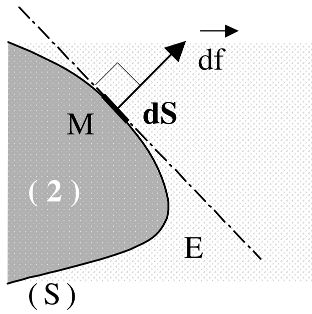
- Les gaz sont très expansibles et compressibles.
- Les liquides sont peu compressibles.

Dans ce chapitre, les fluides sont tous immobiles et homogènes.

▶ Pression au sein d'un fluide – définition

Sur le schéma ci-contre, (1) et (2) désignent deux fluides différents ou deux parties d'un même fluide que l'on sépare « par la pensée ».

On s'intéresse à une toute petite portion dS de la surface de séparation S. Cette surface dS est appelée « surface élémentaire » de la surface de séparation.



En statique des fluides, la partie (2) exerce sur la partie (1), à travers l'élément de surface dS, une force « élémentaire » $\vec{df}$ perpendiculaire à dS.

La pression p_M au point M (M appartient à la surface élémentaire dS), s'écrit :

$$\boxed{p_M = \frac{\|\vec{df}\|}{dS}}$$

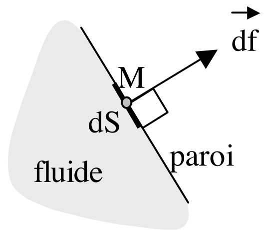
$\|\vec{df}\|$ en newtons (N)

dS en m^2

p_M en pascals (Pa)

Forces exercées sur les parois d'un récipient.

■ La force de pression, exercée par un fluide au repos, sur un élément de surface dS d'une paroi, est normale à la surface dS, dirigée de l'intérieur du fluide vers la paroi et de module :



$$\boxed{df = p_M \, dS}$$

Remarque importante :

La pression p_M varie avec la position du point M !

Par intégration, on peut obtenir la résultante de la force de pression exercée par le fluide sur la paroi de surface S :

$$\boxed{f = \int_{(S)} p_M \, dS}$$

RELATION FONDAMENTALE DE L'HYDROSTATIQUE

► Conditions

- Le fluide est immobile.
- Sa température et sa masse volumique sont constantes.
- Le fluide est incompressible ; on se limite donc aux liquides.
- L'accélération de la pesanteur est uniforme.

► Relation fondamentale de l'hydrostatique

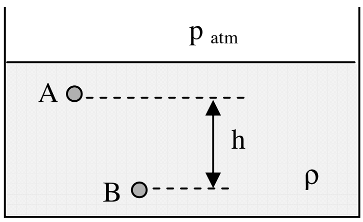
$$\boxed{\Delta p = p_B - p_A = \rho \, g \, h}$$

p_A , p_B : pressions en A et B

ρ : masse volumique du liquide

g : accélération de la pesanteur

h : hauteur entre A et B.



Remarque 1 : La pression est la même en tout point d'un plan horizontal

$$(h = 0 \Rightarrow p_A = p_B)$$

Remarque 2 : A l'interface liquide-air, la pression du liquide est égale à la pression atmosphérique.

CONSEQUENCES

▶ Théorème de Pascal

Une variation de pression dp, provoquée en B, se répercute en A.

Théorème de Pascal : *Les liquides transmettent les variations de pression*.

Les presses et les vérins hydrauliques utilisent cette propriété des liquides.

▶ Pression subie par une paroi

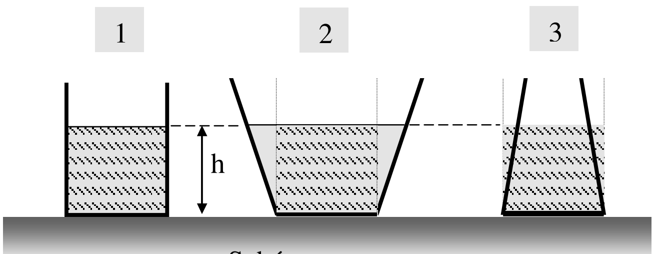
- Résultante des forces de pression s'exerçant sur le fond d'un récipient

La force résultante correspond au poids de la colonne de liquide qui surmonte le fond du récipient.

Exemple : On introduit dans trois récipients différents une même hauteur h de liquide (masse volumique ρ) ; ces trois récipients ont la même base de surface S.

La force de pression résultante F est, dans les trois cas, le poids du volume de liquide de hauteur h et de base S (correspond au volume hachuré) :

$$\boxed{F = S \times h \times \rho \times g}$$



Schémas en coupe

- Poussée sur une paroi verticale

Remarque préalable : Lorsqu'une paroi sert à contenir un fluide, on est souvent dans le cas où la pression atmosphérique s'exerce sur l'un des côtés de la paroi. Dans ce cas, la résultante des forces de pression se calcule à l'aide de la surpression par rapport à la pression atmosphérique.

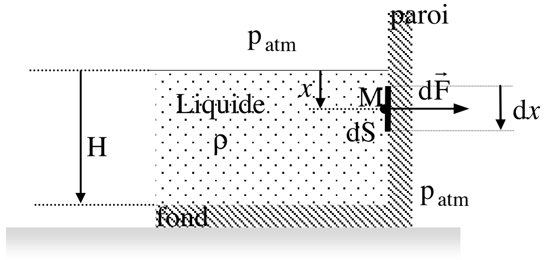
Considérons une paroi verticale de hauteur H et de longueur L servant à contenir un liquide de masse volumique ρ. Cette paroi est schématisée ci-après (vue en coupe).

On considère un élément de surface dS de hauteur dx et de longueur L.

Au point M, la surpression s'écrit : $p_M = \rho\, g\, x$.

La force pressante qui s'exerce sur dS s'écrit :

$$dF = p_M \times dS = \rho\, g\, x \times (L\, dx).$$



La force F est égale à la somme de toutes les contributions de type dF ; ona donc : $F = \int_{x=0}^{x=H} \rho\, g\, L\, x\, dx$ soit : $F = \rho\, g\, L \int_{x=0}^{x=H} x\, dx$.

On obtient, enfin : $\boxed{F = \dfrac{\rho\, g\, L\, H^2}{2}}$.

Remarque : Cette expression est parfois traduite de manière peu élégante par l'expression « on multiplie la pression au centre de la surface de la paroi par la surface de la paroi ».

La pression résultante au centre est bien égale à $\rho\, g \dfrac{H}{2}$; la surface de la paroi verticale est bien égale à $L\, H$. Le produit des deux grandeurs donne bien le résultat précédent !

Remarque : On montre que, quelle que soit la forme du récipient, la résultante de **toutes** les forces de pression, exercées par un fluide au repos sur **toutes** les parois du récipient qui le contient est égale au poids du fluide.

► Théorème d'Archimède

Autour d'un solide immergé dans un liquide, la répartition des forces pressantes est non uniforme et a pour résultante une poussée que l'on appelle poussée d'Archimède.

Énoncé :

Tout corps solide, plongé dans des fluides au repos, subit, de la part de ces fluides, des forces de pression dont la résultante exactement opposée au poids des fluides déplacés par l'immersion du corps. Cette résultante est appelée poussée d'Archimède.

La poussée d'Archimède est appliquée au centre géométrique des fluides déplacés (on l'appelle centre de poussée).

Pour un solide homogène, en équilibre dans un liquide homogène, le point d'application de la poussée d'Archimède $\vec{A}$ coïncide avec le centre de masse G du solide immergé (voir figure 1).

Si le solide n'est pas homogène, Le centre de poussée (H) est distinct du centre de gravité (G) du solide (voir figure 2).

Fig.1

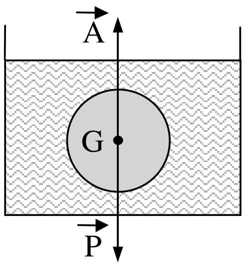
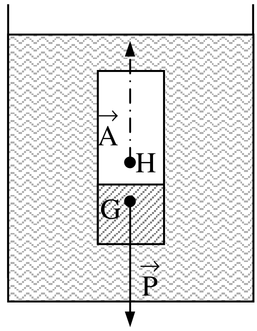


Fig.2



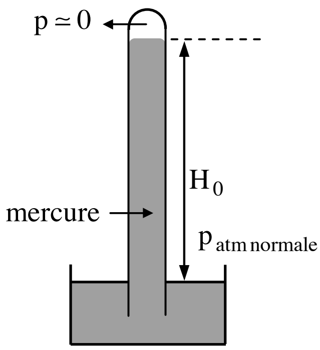
Dans les deux cas ci-dessus, **l'équilibre** du solide immergé se traduit par :

$\boxed{\vec{P}+\vec{A}=\vec{0}}$ - le poids $(\vec{P})$ compense la poussée d'Archimède $(\vec{A})$.

▶ L'expérience de Torricelli – les unités de pression.

◆ Description :

Un tube rempli de mercure est retourné sur une cuve à mercure. La colonne de mercure se stabilise à une hauteur : $H_0 = 76\,\text{cm}$.



Au sommet du tube, on a pratiquement du vide ; $p \simeq 0$.

On applique la relation fondamentale de l'hydrostatique à la colonne de mercure.

$\rho_{Hg} \simeq 13600\,\text{kg.m}^{-3}$ et $g \simeq 9{,}8\,\text{m.s}^{-2}$.

$$\boxed{p_{\text{atm normale}} = \rho_{Hg} \times g \times H_0 \simeq 1{,}013 \times 10^5\ \text{Pa}}$$

On a donc : $\boxed{760\ mm_{Hg} = 1013\ hPa.}$

Remarque : Les pressions très faibles peuvent s'exprimer en torr : $1\ torr = 1\ mm_{Hg}$.

◆ Colonne d'eau : Si on remplace le mercure par l'eau, on a :

$$P_{atm\,normale} = \rho_{eau} \times g \times H_{eau} \simeq 1{,}013 \times 10^5\ Pa$$

On obtient : $\boxed{1033{,}6\ cm_{CE} \simeq 1{,}013 \times 10^5\ Pa}$.

Les pressions faibles peuvent s'exprimer en mm_{CE} (millimètre **C**olonne d'**E**au) ou en cm_{CE} (centimètre **C**olonne d'**E**au).

◆ Les pressions relativement élevées s'expriment en bar : $\boxed{1\ bar = 10^5\ Pa}$.

Remarque : certaines pressions sont exprimées en atmosphère ($1\ atm \simeq 1013\ hPa$)

◆ Pression relative ou pression absolue ?

Une pression absolue s'exprime par rapport au vide.

Si la pression atmosphérique est choisie comme référence, la pression est dite relative : $\boxed{p_{absolue} = p_{relative} + p_{atm}.}$

◣ Enoncés des exercices ◢

■ Exercice 1 .... (5 min)

« Lorsqu'un scaphandrier descend sous le niveau de la mer, la pression qu'il supporte augmente de 1 bar environ tous les 10 mètres. ».

Justifier cette affirmation.

Données : Masse volumique de l'eau : $\rho \simeq 10^3 \text{ kg / m}^3$

Accélération de la pesanteur : $g \simeq 10 \text{ m / s}^2$

■ Exercice 2 .... (5 min)

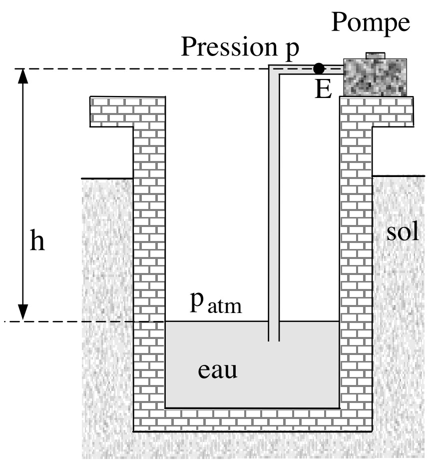
Une pompe aspirante peut créer une dépression de 38 kPa. On désire remonter l'eau d'un puits avec une telle pompe.

1. A quelle hauteur maximale h au-dessus de la surface de l'eau doit-on la placer ?

2. Peut-on augmenter h indéfiniment ? Expliquer.

On donne : Masse volumique de l'eau : $\rho_{eau} = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$

Accélération de la pesanteur : $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

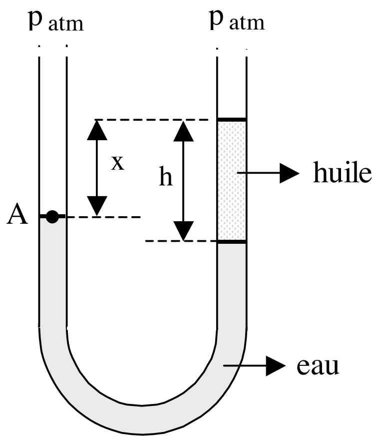


■■ Exercice 3 .... (15 min)

Un tube en U dont les branches très longues ont une section $s = 1\,cm^2$, est ouvert aux deux extrémités. Initialement, il ne contient que de l'eau.

On verse, dans une branche, $V = 10\,cm^3$ d'huile.

La différence de niveau entre les deux surfaces libres s'établit à $x = 15\,mm$ (schéma ci-après).



1.

a) Calculer la hauteur h de la colonne d'huile, dans le tube.

b) Exprimer $(p_A - p_{atm})$ en utilisant la relation fondamentale de l'hydrostatique dans une branche puis dans l'autre (p_A : pression au point A ; voir les schémas).

c) En déduire l'expression de la densité d de l'huile par rapport à l'eau.

d) Calculer numériquement d.

2. On relie la branche qui contient de l'huile à une enceinte contenant du gaz à la pression $p > p_{atm}$; l'autre branche reste ouverte à l'air libre.

La surface de séparation entre l'huile et l'eau se déplace, alors, de $y = 15\,cm$.

Montrer que l'excès de pression du gaz sur la pression atmosphérique $(\Delta p = p - p_{atm})$ peut s'écrire : $\Delta p = 2\,\rho_{eau}\,g\,y$.

Aide : Utiliser les deux schémas proposés en annexe pour résoudre cet exercice ; attention, ceux-ci ne sont pas à l'échelle !

Données : $\rho_{eau} = 1\,g.cm^{-3}$ et $g \simeq 10\,m.s^{-2}$.