

Table des matières

1	Rappels sur les nombres complexes	9
1.1	Introduction	9
1.2	Interprétation géométrique	10
1.3	Polynômes	14
1.4	Exercices	15
1.5	Corrigés	16
2	Matrices	21
2.1	Définitions	21
2.2	Opérations sur les matrices	22
2.3	Un peu d'Histoire	25
2.4	Exercices	25
2.5	Corrigés	27
3	Espaces vectoriels	29
3.1	Définitions	29
3.2	Sous-espaces vectoriels	31
3.3	Espaces vectoriels de dimension finie	37
3.4	Exercices	42
3.5	Corrigés	44
4	Applications linéaires	49
4.1	Définitions	49
4.2	Image, noyau, rang	51
4.3	Matrice d'une application linéaire	57
4.3.1.	Définitions	58
4.3.2.	Produit de matrices	59
4.3.3.	Changement de base	60
4.3.4.	Cas des rotations	61
4.4	Exercices	64
4.5	Corrigés	66

5	Déterminants	71
5.1	Définitions	71
5.2	Propriétés	78
5.3	Calcul du déterminant	81
5.4	Applications	82
5.5	Exercices	84
5.6	Corrigés	85
6	Valeurs propres et vecteurs propres	91
6.1	Définitions	91
6.2	Espaces propres en dimension finie	93
6.2.1.	Diagonalisation	94
6.2.2.	Applications	96
6.3	Exercices	97
6.4	Corrigés	99
7	Fonctions de plusieurs variables	103
7.1	Normes sur \mathbb{R}^n	103
7.2	Continuité	105
7.3	Différentiabilité	107
7.3.1.	Différentielle	108
7.3.2.	Propriétés	112
7.3.3.	Théorèmes des accroissements finis et d'inversion locale	113
7.3.4.	Différentielle d'ordre supérieur	118
7.3.5.	Extrema	123
7.3.6.	Extrema liés	129
7.4	Exercices	135
7.5	Corrigés	137
8	Analyse Complexe	147
8.1	Dérivabilité complexe - Holomorphicité	147
8.1.1.	Définitions	147
8.1.2.	Propriétés	150
8.2	Théorèmes d'intégration	150
8.2.1.	Définitions	150
8.2.2.	Intégrales curvilignes	152
8.3	Résidus	157
8.3.1.	Séries de Laurent	157
8.3.2.	Théorème des résidus	159
8.4	Exercices	170
8.5	Corrigés	171

9	Équations différentielles	177
9.1	Le problème de Cauchy	177
9.1.1.	Théorème de Cauchy-Lipschitz	178
9.1.2.	Solutions maximales	182
9.2	Équations différentielles d'ordre supérieur	184
9.3	Équations différentielles linéaires	186
9.3.1.	Équations du premier ordre	186
9.3.2.	Équations à coefficients constants du premier ordre . . .	187
9.3.3.	Équations à coefficients constants d'ordre supérieur . . .	191
9.4	Exercices	195
9.5	Corrigés	198
10	Stabilité des solutions	209
10.1	Stabilité des solutions	209
10.1.1.	Définition	209
10.1.2.	Systèmes linéaires à coefficients constants	211
10.1.3.	Petite perturbation d'un système linéaire	213
10.2	Points singuliers	215
10.2.1.	Position du problème	215
10.2.2.	Systèmes linéaires en dimension deux	217
10.2.3.	Systèmes non linéaires	223
10.3	Exercices	230
10.4	Corrigés	231
	Bibliographie	235
	Index	236