

Fiche 1 : Opérations et calculs astucieux

I. Nombres décimaux

1. Numération de position

Pour écrire un nombre, il faut regrouper les chiffres 3 par 3 en allant :

- de la droite vers la gauche pour les chiffres avant la virgule.
- de la gauche vers la droite pour les chiffres après la virgule.

Partie entière									Partie décimale					
MILLIARDS			MILLIONS			MILLE			Unités simples			Dixièmes	Centièmes	Millièmes
C	D	U	C	D	U	C	D	U	C	D	U			
									2	3	7,	4	5	

Exemple 1 : 237,45 est un nombre décimal.

2 est le chiffre des centaines, 3 est celui des dizaines, 7 celui des unités, 4 celui des dixièmes, 5 celui des centièmes et 237 est la partie entière.

237,45 s'écrit « deux cent trente-sept virgule quarante-cinq ».

2. Classement

- Ranger des nombres dans l'ordre croissant c'est les ranger du plus petit au plus grand.
- Ranger des nombres dans l'ordre décroissant c'est les ranger du plus grand au plus petit.

Méthode : 1) on compare les parties entières ;

2) si les parties entières sont égales, on compare les dixièmes puis les centièmes, etc.

Exemple 2 : $237,45 > 237,408$.

3. Arrondi

- L'arrondi à l'unité d'un nombre est : - l'entier le plus proche de ce nombre ;
- ou l'entier supérieur quand ce nombre n'a qu'une seule décimale qui est égale à 5.
- L'arrondi à un rang d'un nombre est : - si la décimale suivant le rang est inférieure ou égale à 4, on coupe au rang ;

- si la décimale suivant le rang est supérieure ou égale à 5, on augmente de 1 le chiffre du rang où l'on coupe.

Exemple 3 : l'arrondi à l'unité de 237,45 est 237 et l'arrondi au dixième de 237,45 est 237,5.

II. Addition et soustraction

1. Table d'addition

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

2. Méthode de l'addition

1. On dispose les nombres l'un sous l'autre et on écrit les unités sous les unités, c'est à dire que les virgules sont alignées.

$$\begin{array}{r} 58,4 \\ + 7,9 \\ \hline \end{array}$$

3. On place la virgule du résultat sous la virgule des nombres de l'addition.

$1 + 8 + 7 = 16$. On écrit 6 et on retient 1, qu'on écrit au-dessus du chiffre des dizaines.

$$\begin{array}{r} 11 \\ 58,4 \\ + 7,9 \\ \hline 66,3 \end{array}$$

2. On commence par les chiffres les plus à droite : $4 + 9 = 13$.

On écrit 3 et on retient 1, qu'on écrit au-dessus du chiffre des unités.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 58,4 \\ + 7,9 \\ \hline 3 \end{array}$$

4. $1 + 5 = 6$, on écrit 6.

Le résultat est 66,3.

$$\begin{array}{r} 11 \\ 58,4 \\ + 7,9 \\ \hline 66,3 \end{array}$$

3. Méthode de la soustraction

1. On dispose les nombres l'un sous l'autre en écrivant le plus grand des deux nombres sur la première ligne, et on aligne les virgules.

$$\begin{array}{r} 43,5 \\ - 27,3 \\ \hline \end{array}$$

2. On commence par les chiffres les plus à droite : $5 - 3 = 2$
On écrit 2.

$$\begin{array}{r} 43,5 \\ - 27,3 \\ \hline 2 \end{array}$$

3. On place la virgule du résultat sous la virgule des nombres de la soustraction.

On ne peut pas enlever 7 à 3. On soustrait 7 à 13 et on écrit +1 de retenue au chiffre 2 des dizaines.

$$\begin{array}{r} 4 \text{ } 3,5 \\ - 2 \text{ } 7,3 \\ \hline \text{ } 2 \end{array}$$

4. $13 - 7 = 6$, on écrit 6.
 $2 + 1 = 3$ et $4 - 3 = 1$, on écrit 1.

Le résultat est 16,2.

$$\begin{array}{r} 4 \text{ } 3,5 \\ - 2 \text{ } 7,3 \\ \hline 1 \text{ } 6,2 \end{array}$$

III. Multiplication et division

1. Table de multiplication

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110
11	11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121
15	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165
25	25	50	75	100	125	150	175	200	225	250	275
50	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550
75	75	150	225	300	375	450	525	600	675	750	825

<p>7. On écrit 0 au quotient et 0 sous 18. On soustrait 0 de 18.</p> $\begin{array}{r l} 1638,9 & 27 \\ - 162 & 60 \\ \hline 18 & \\ - 0 & \\ \hline 18 & \end{array}$	<p>8. On place la virgule au quotient dès qu'on la rencontre, on abaisse le chiffre suivant (9) et on continue.</p> $\begin{array}{r l} 1638,9 & 27 \\ - 162 & 60, \\ \hline 18 & \\ - 0 & \\ \hline 189 & \end{array}$
<p>9. $189 = 7 \times 27$ On écrit 7 au quotient et 189 sous 189. On soustrait 189 de 189. Le reste est nul.</p>	<p>10.</p> $\begin{array}{r l} 1638,9 & 27 \\ - 162 & 60,7 \\ \hline 18 & \\ - 0 & \\ \hline 189 & \\ - 189 & \\ \hline 0 & \end{array}$

4. Priorités opératoires

- On commence par les calculs entre parenthèses,
- puis on calcule les puissances (s'il y en a),
- ensuite on calcule les multiplications et les divisions,
- on termine par les additions et les soustractions.
- À priorité égale, les calculs se font de la gauche vers la droite.

Exemples 5 à 8

5) $A = 19 - (8 + 3)$
 $A = 19 - 11$
 $A = 8$

6) $B = 5 + 3 \times 8$
 $B = 5 + 24$
 $B = 29$

7) $C = (5 + 2 \times 7) \times (12 - 9 \div 3)$
 $C = (5 + 14) \times (12 - 3)$
 $C = 19 \times 9$
 $C = 171$

8) $D = 54 \div 9 \div 3$
 $D = 6 \div 3$
 $D = 2$ (on commence par le calcul de gauche : $54 \div 9$ et non par celui de droite $9 \div 3 = 3$, ce qui aurait donné $54 \div 3 = 18$ et non 2).

IV. Calculs astucieux

- Pour multiplier un nombre par 10 ; 100 ; 1 000 ou diviser un nombre par 0,1 ; 0,01 ; 0,001, on décale la virgule de un, deux ou trois rangs vers la DROITE, en rajoutant éventuellement des « 0 ».

Exemple 9 : $5,46 \times 1\,000 = 5,46 \div 0,001 = 5\,460$.

▪ Pour diviser un nombre par 10 ; 100 ; 1 000 ou multiplier un nombre par 0,1 ; 0,01 ; 0,001, on décale la virgule de un, deux ou trois rangs vers la GAUCHE, en rajoutant éventuellement des « 0 ».

Exemple 10 : $54,6 \times 0,001 = 54,6 \div 1\,000 = 0,0546$.

▪ On peut regrouper les nombres :

Exemple 11 : $2,5 \times 31 \times 4 = 2,5 \times 4 \times 31 = 10 \times 31 = 310$.

Exemple 12 : $75 + 341 + 20 + 25 + 80 = 75 + 25 + 20 + 80 + 341$
 $= 100 + 100 + 341 = 541$.

▪ On peut décomposer les nombres :

Exemple 13 : $34 + 99 = 34 + 100 - 1 = 134 - 1 = 133$.

Exemple 14 : $156 - 99 = 156 - 100 + 1 = 56 + 1 = 57$.

▪ Multiplier par 4 revient à multiplier par 2, puis encore par 2 :

Exemple 15 : $57 \times 4 = 57 \times 2 \times 2 = 114 \times 2 = 228$.

▪ Multiplier par 6 revient à multiplier par 2, puis par 3 :

Exemple 16 : $17 \times 6 = 17 \times 2 \times 3 = 34 \times 3 = 102$.

▪ Multiplier par 200 revient à multiplier par 2 puis par 100 :

Exemple 17 : $27 \times 200 = 27 \times 2 \times 100 = 54 \times 100 = 5\,400$.

▪ Diviser par 200 revient à diviser par 2 puis par 100 :

Exemple 18 : $1\,230 \div 200 = 1\,230 \div 2 \div 100 = 615 \div 100 = 6,15$.

▪ Multiplier par 0,5 ; 5 ; 50 revient à multiplier par 1 ; 10 ; 100 puis à diviser par 2 :

Exemple 19 : $44 \times 0,5 = 44 \div 2 = 22$.

Exemple 20 : $44 \times 5 = 44 \times 10 \div 2 = 440 \div 2 = 220$.

▪ Diviser par 0,5 ; 5 ; 50 revient à multiplier par 2 puis à diviser par 1 ; 10 ; 100 :

Exemple 21 : $44 \div 0,5 = 44 \times 2 = 88$.

Exemple 22 : $44 \div 5 = 44 \times 2 \div 10 = 88 \div 10 = 8,8$.

▪ Multiplier par 0,25 ; 2,5 ; 25 revient à multiplier par 1 ; 10 ; 100 puis à diviser par 4 :

Exemple 23 : $44 \times 0,25 = 44 \div 4 = 11$.

Exemple 24 : $44 \times 2,5 = 44 \times 10 \div 4 = 440 \div 4 = 110$.

Exemple 25 : $44 \times 25 = 44 \times 100 \div 4 = 4\,400 \div 4 = 1\,100$.

▪ Diviser par 0,25 ; 2,5 ; 25 revient à multiplier par 4 puis à diviser par 1 ; 10 ; 100 :

Exemple 26 : $44 \div 0,25 = 44 \times 4 = 176$.

Exemple 27 : $44 \div 2,5 = 44 \times 4 \div 10 = 176 \div 10 = 17,6$.

Exemple 28 : $44 \div 25 = 44 \times 4 \div 100 = 176 \div 100 = 1,76$.

- Multiplier (diviser) par 0,75 ; 7,5 ; 75 revient à diviser (multiplier) par 4 puis à multiplier (diviser) par 3 ; 30 ; 300 :

Exemple 29 : $44 \times 0,75 = 44 \div 4 \times 3 = 11 \times 3 = 33$.

Exemple 30 : $45 \div 0,75 = 45 \div 3 \times 4 = 15 \times 4 = 60$.

- Multiplier (diviser) par 0,125 revient à diviser (multiplier) par 8 :

Exemple 31 : $44 \times 0,125 = 44 \div 8 = 5,5$.

Exemple 32 : $44 \div 0,125 = 44 \times 8 = 352$.

- Multiplier par 1,5 revient à ajouter le nombre à sa moitié :

Exemple 33 : $44 \times 1,5 = 44 + 22 = 66$.

- Multiplier par 11 ; 51 ; 101 revient à multiplier par 10 ; 50 ; 100 puis à ajouter le nombre :

Exemple 34 : $44 \times 11 = 440 + 44 = 484$.

Exemple 35 : $44 \times 51 = 2\,200 + 44 = 2\,244$.

Exemple 36 : $44 \times 101 = 4\,400 + 44 = 4\,444$.

- Multiplier par 9 ; 49 ; 99 ; 999 revient à multiplier par 10 ; 50 ; 100 ; 1 000 puis à soustraire le nombre :

Exemple 37 : $44 \times 9 = 440 - 44 = 396$.

Exemple 38 : $44 \times 49 = 2\,200 - 44 = 2\,156$.

Exemple 39 : $44 \times 99 = 4\,400 - 44 = 4\,356$.

- Multiplier par 22 ; 110 revient à multiplier par 11 puis à multiplier par 2 ; 10 :

Exemple 40 : $44 \times 22 = 44 \times 11 \times 2 = 484 \times 2 = 968$.

Exemple 41 : $44 \times 110 = 44 \times 11 \times 10 = 484 \times 10 = 4\,840$.

- On peut « factoriser » quand un même nombre apparaît :

Exemple 42 : $44 \times 3,5 + 44 \times 6,5 = 44 \times (3,5 + 6,5) = 44 \times 10 = 440$.

Exemple 43 : $44 \times 23,1 - 44 \times 3,1 = 44 \times (23,1 - 3,1) = 44 \times 20 = 880$.

- On peut facilement multiplier deux nombres compris entre 10 et 20 : on ajoute à l'un d'eux le chiffre des unités de l'autre et on multiplie ce résultat par 10 ; on fait le produit des chiffres des unités qu'on ajoute au résultat précédent.

Exemple 44 : 14×18 : on additionne 14 et 8, ce qui fait 22, puis on multiplie par 10, ce qui donne 220 ; puis on multiplie 4 par 8, ce qui fait 32, donc $14 \times 18 = 220 + 32 = 252$.

- On peut calculer facilement le produit de deux nombres dont le chiffre des dizaines est le même et dont la somme des chiffres des unités est 10 :

Exemple 45 : pour calculer 43×47 , on multiplie le chiffre des dizaines par son suivant : $4 \times 5 = 20$; puis on multiplie les chiffres des unités :

$3 \times 7 = 21$, donc : $43 \times 47 = 2\,021$.

Exemple 46 : pour calculer 45×45 , on multiplie le chiffre des dizaines par son suivant : $4 \times 5 = 20$; puis on multiplie les chiffres des unités :

$5 \times 5 = 25$, donc : $45 \times 45 = 2\,025$.

V. Ordre de grandeur

Conseil méthodologique : on approche chacun des nombres, puis on fait le calcul avec les valeurs approchées.

Attention aux pièges ! Voir l'exemple 49.

Exemple 47 : le résultat approximatif de $987 + 103$ est :

A. 10 000 B. 1 200 C. 1 000 D. 1 100 E. 11

Réponse : $987 \approx 1\ 000$ et $103 \approx 100$, donc $987 + 103 \approx 1\ 100$: le choix D. 1 100 est correct.

Exemple 48 : le résultat approximatif de $0,407 \times 1,333$ est :

A. 0,05 B. 5 C. 54 D. 0,5 E. 0,005

Réponse : $0,407 \approx 0,4$ et $1,333 \approx 1,3$, donc $0,407 \times 1,333 \approx 0,4 \times 1,3 = 0,52$: le choix D. 0,5 est correct.

Exemple 49 : le résultat approximatif de $3,9 \times 97 \times 0,93$ est :

A. 450 B. 400 C. 350 D. 420 E. 500

Réponse : $3,9 \approx 4$; $97 \approx 100$ et $0,93 \approx 1$, donc :

$3,9 \times 97 \times 0,93 \approx 4 \times 100 \times 1 = 400$.

On pourrait penser que le choix B. 400 est correct, mais chacun des trois nombres étant inférieur à sa valeur approchée, le résultat du calcul est inférieur à 400 : finalement, le choix C. 350 est correct.

VI. Exercices d'entraînement

Exercice 1 : calculer mentalement et astucieusement

$$35 \times 20 \times 5 =$$

$$400 + 45 + 67 + 55 + 600 =$$

$$452 + 99 =$$

$$341 \times 4 =$$

$$45 \times 200 =$$

$$84 \times 0,25 =$$

$$252 \div 2 =$$

$$252 \div 4 =$$

$$25 \div 0,5 =$$

$$720 \times 0,125 =$$

$$27 \times 11 =$$

$$6,7 \times 22 =$$

$$36 \times 101 =$$

$$3,6 \times 98 =$$

$$2,5 \times 56 \times 4 =$$

$$90 + 456 + 65 + 35 + 10 =$$

$$345 - 99 =$$

$$341 \times 6 =$$

$$5\ 600 \div 200 =$$

$$84 \times 1,5 =$$

$$252 \div 3 =$$

$$252 \div 6 =$$

$$27 \div 0,75 =$$

$$31 \div 2,5 =$$

$$27 \times 99 =$$

$$37 \times 999 =$$

$$27 \times 102 =$$

$$11 \times 99 =$$