

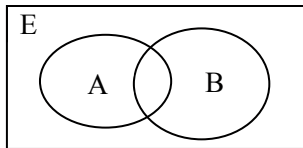
**PROPORTION**

On considère un ensemble E contenant n éléments et A une partie de E contenant y éléments.

La proportion  $p_A$  des éléments de A par rapport à E est égale à :

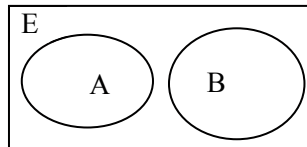
$$p_A = \frac{y}{n}.$$

Soit un ensemble E contenant les parties A et B, on admet la formule suivante sur les proportions :



$$p_{A \cup B} = p_A + p_B - p_{A \cap B}.$$

Si A et B sont deux ensembles disjoints c'est-à-dire si  $A \cap B = \emptyset$  alors :



$$p_{A \cup B} = p_A + p_B.$$

● **Proportions échelonnées**

On considère trois populations A, B et E où A est une sous-population de B et B une sous-population de E.

Si p est la proportion de A dans B et p' celle de B dans E alors la proportion P de A dans E est :

$$P = p \times p'.$$

*Remarque : une proportion s'exprime souvent sous forme de pourcentage :*

*exemple si  $p = 0,34$ , on peut écrire aussi  $p = \frac{34}{100}$  ou  $p = 34\%$ .*

## ÉVOLUTION

- Quand une quantité passe de la valeur  $y_1$  à la valeur  $y_2$ , sa **variation absolue** est le nombre  $y_2 - y_1$ .
- Sa **variation relative** ou **taux d'évolution t** est égale à :

$$t = \frac{y_2 - y_1}{y_1}.$$

Si le nombre  $t$  obtenu est positif, on dit qu'il s'agit d'une hausse ou augmentation, sinon s'il est négatif, il s'agit d'une baisse ou diminution.

Ce taux peut s'exprimer sous forme de pourcentage noté pourcentage d'évolution de  $y_1$  à  $y_2$  :

$$t = \frac{p}{100} \text{ ou } t = p \text{ \%}.$$

On peut mettre la relation donnant  $t$  sous la forme :

$$y_2 = (1 + t)y_1.$$

$1 + t$  est appelé **coefficient multiplicateur** de  $y_1$  à  $y_2$ .

Un coefficient multiplicateur supérieur à 1 correspond à une hausse, un coefficient multiplicateur inférieur à 1 correspond à une baisse.

### ● Indices

- Pour étudier l'évolution de certains indicateurs, on fixe arbitrairement, à une certaine date, leur valeur à 100 et on peut alors analyser les évolutions de ces indicateurs en fonction de cette valeur de référence. On parle d'indice de base 100.

En prenant 100 pour base de l'indice de départ  $I_0$  à la date  $T_0$  et  $I_n$  l'indice à la date  $T_n$ , si une quantité ayant pour valeur  $y_0$  à la date  $T_0$  est passée à la valeur  $y_n$  à la date  $T_n$ , on peut écrire :

$$I_n = \frac{y_n}{y_0} \times 100 \text{ ou } y_n = y_0 \times \frac{I_n}{100}.$$

### ● Évolutions successives

Lors d'évolutions successives, le coefficient multiplicateur global est égal au produit des coefficients multiplicateurs de chaque évolution.

*Remarque : Une hausse de  $k$  % ne compense pas une baisse de  $k$  %. Lorsqu'on cumule deux hausses ou deux baisses successives, les pourcentages d'évolution ne s'additionnent pas, puisqu'il y a multiplication des coefficients multiplicateurs.*

### ● Évolution réciproque

Quand une grandeur suit l'évolution  $y_1 \mapsto y_2$  le taux d'évolution est :

$$t = \frac{y_2 - y_1}{y_1} \text{ et le taux d'évolution réciproque est } t' = \frac{y_1 - y_2}{y_2}.$$

Si  $1 + t$  est le coefficient multiplicateur correspondant au taux d'évolution

$$t, 1 + t' = \frac{1}{1 + t} \text{ est celui qui correspond au taux d'évolution réciproque } t'.$$

*Remarque :  $(1 + t)(1 + t') = 1$ .*

#### \* Exercice 1

🕒 10 min

À chacune des questions suivantes, donner la bonne réponse.

- 12 élèves sur les 30 élèves de la classe font de l'allemand, le pourcentage de ces élèves germanistes est de :  
a : 35 % ;      b : 40 % ;      c : 44 %.
2. Une proportion de 6 sur 8 correspond à un pourcentage de :  
a : 75 % ;      b : 78 % ;      c : 80 %.
3. 27 élèves d'une classe de première de 30 élèves sont demi-pensionnaires la proportion de demi-pensionnaires est :  
a : 0,85 ;      b : 0,9 ;      c : 0,92.
4. 20 % des élèves d'une classe de première font de l'espagnol. On sait que ces élèves sont au nombre de 6, combien la classe comporte-t-elle d'élèves ?

#### \* Exercice 2

🕒 5 min

Dans un lycée, la proportion des élèves de première dans l'ensemble des élèves de ce lycée est 36 % et la proportion des élèves de première STGM dans l'ensemble des premières est 15,2 %.

Déterminer, à  $10^{-4}$  près, la proportion des élèves de première STGM dans l'ensemble du lycée. Traduisez la réponse en pourcentage.



### Exercice 3

🕒 15 min

Parmi les 34 élèves d'une classe de première, 10 ont une adresse mail, 18 ont un téléphone portable et 4 possèdent les deux.

1. Compléter le tableau ci-dessous :

	ont une adresse mail	n'ont pas d'adresse mail	total
ont un téléphone portable			
n'ont pas de téléphone portable			
total			

2. Calculer dans la classe la proportion, à  $10^{-3}$  près, des élèves ayant une adresse mail ou un téléphone portable.



### Exercice 4

🕒 20 min

Une enquête sur la propreté de leur ville a été menée auprès de 500 personnes réparties de la manière suivante :

- 30 % des personnes interrogées ont moins de 35 ans ;
- 40 % ont entre 35 et 50 ans.

À la question : « êtes-vous content de la propreté de votre ville » ? 300 des personnes interrogées ont répondu oui ; 120 personnes de moins de 35 ans ont répondu oui et 70 % des personnes de plus de 50 ans ont répondu non.

1. Compléter le tableau suivant en explicitant les calculs intermédiaires pour déterminer à chaque fois, le nombre de personnes concernées :

	moins de 35 ans	entre 35 et 50 ans	plus de 50 ans
réponse oui			
réponse non			
total			

2. Déterminer les pourcentages de personnes :

- a) qui ont répondu non.
- b) qui ont entre 35 et 50 ans et ont répondu non.
- c) qui ont moins de 50 ans et ont répondu oui.

3. Quel est, parmi les personnes ayant répondu oui, le pourcentage de celles ayant moins de 35 ans ?

**\* Exercice 5**

🕒 15 min

1. On considère le tableau suivant :

	cahier présentant le défaut A	cahier ne présentant pas le défaut A	total
cahier présentant le défaut B			
cahier ne présentant pas le défaut B			
total	8 %		100 %

Une entreprise fabrique des cahiers qui peuvent présenter deux défauts notés A et B. Il apparaît que 8 % des cahiers présentent le défaut A, 10 % des cahiers présentent le défaut B et 4 % des cahiers présentent simultanément les deux défauts.

Compléter le tableau.

2. Déterminer les pourcentages de cahiers :
  - a) présentant le défaut A ou le défaut B ;
  - b) ne présentant aucun défaut ;
  - c) présentant le défaut A mais ne présentant pas le défaut B.
3. Parmi les cahiers présentant le défaut A, déterminer le pourcentage des cahiers présentant le défaut B.

**\* Exercice 6**

🕒 10 min

Écrire un algorithme permettant de calculer la variation relative entre deux valeurs  $S_1$  et  $S_2$ .

**\* Exercice 7**

🕒 20 min

Pour chacune des questions suivantes, quatre réponses sont proposées. Une seule des réponses proposées est correcte.

On demande de déterminer, en justifiant votre réponse, celle que vous pensez être correcte.

1. Le nombre de clients de téléphonie mobile en France, le 30 septembre 2012, était estimé à 45 millions de personnes. 35 % d'entre eux étaient clients d'un opérateur.

Donner la meilleure approximation du nombre de clients de cet opérateur :

a : 13,5 millions ; b : 16 millions ; c : 35 millions ; d : 22,5 millions.

2. Le prix d'une matière première a augmenté de 150 %. Il a été :

a : multiplié par 1,5 ;

b : multiplié par 2,5 ;

c : multiplié par 1,15 ;

d : multiplié par 0,85.

résumés de cours

exercices

contrôles

corrigés

3. Dans les cas suivants, quels sont les taux d'évolutions réciproques l'un de l'autre ?

a : 0,4 et  $-0,4$  ;      b : 1,2 et  $-0,8$  ;


c : 0,25 et  $-0,20$  ;      d : 0,45 et  $-0,55$ .

4. Le prix du gaz a subi une diminution de 8 % en novembre 2010 puis une augmentation de 5 % en novembre 2011.

Le prix du gaz a évolué de :

a :  $-3,8$  % ;      b : 4 % ;      c : 3,4 % ;      d :  $-3,4$  %.


**\* Exercice 8**

 10 min

Dans un pays, l'inflation au mois de janvier 2011 était de 13 %.


Si on suppose que l'inflation reste la même au mois de février, peut-on dire que, sur l'ensemble des deux mois, l'inflation aura été de 26 % ? Justifier.

**\* Exercice 9**

 10 min

1. Un article d'un magasin a subi une hausse de 7 %, quel taux de diminution doit-on appliquer pour que le prix redevienne celui de départ ?
2. Un article d'un magasin a subi une baisse de 10 %, quel taux d'augmentation doit-on appliquer pour que le prix redevienne celui de départ ?

**\* Exercice 10**

 15 min

Dans une commune et dans la région de cette commune, l'évolution des cotisations en euros est la suivante :

	cotisations 2008	cotisations 2009	cotisations 2010	variation en pourcentage 2009 /2008	variation en pourcentage 2010/2009
commune	250	270	283		+4,81 %
région			53	+3,41 %	+4,52 %

1. En utilisant le tableau, justifier que le résultat de la variation des cotisations pour la commune en 2010 par rapport à 2009 est bien celui donné par le tableau : +4,81 %.
2. Compléter le tableau.

\*

**Exercice 11**

🕒 30 min

Pour chaque question, une seule des trois réponses proposées est correcte.

Déterminer en la justifiant à chaque question, la lettre correspondant à la réponse choisie.

1. Le prix d'un article a augmenté de 1 % par mois chaque mois de l'année 2011.

L'augmentation globale, arrondie à  $10^{-2}$ , sur l'année 2011 est :

a : 12,15 % ; b : 12,68 % ; c : 12,97 %.

2. Les questions suivantes se rapportent au tableau ci-dessous.

Les indices sont calculés à la fin de chaque trimestre.

Période	Indice de référence
Premier trimestre 2009	117,70
Premier trimestre 2010	117,81
Premier trimestre 2011	
Premier trimestre 2012	122,37

- a) Sur une année, du premier trimestre 2010 au premier trimestre 2011, les loyers ont augmenté de 1,60 %.

Au premier trimestre 2011, l'indice de référence des loyers arrondi à  $10^{-2}$  est égal à :

a : 118,12 ; b : 118,77 ; c : 119,69.

- b) Entre le premier trimestre 2009 (indice 117,70) et le premier trimestre 2010 (indice 117,81), le pourcentage annuel d'augmentation (arrondi à 0,01 %) des loyers est :

a : 0,05 % ; b : 0,09 % ; c : supérieur à 1 %.

- c) Entre le premier trimestre 2010 (indice 117,81) et le premier trimestre 2012 (indice 122,37) le pourcentage moyen annuel d'évolution réciproque des loyers (arrondi à 0,01 %) est :

a : -3,73 % ; b : -3,88 % ; c : -3,94 %.

\*\*

**Exercice 12**

🕒 20 min

*Pour chaque question, plusieurs réponses sont proposées, une seule est correcte. Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.*

En septembre 2011, les coûts de production d'une petite entreprise s'élevaient à 2 530 euros.

Cette entreprise souhaite augmenter progressivement son bénéfice, en diminuant son coût de production. Elle envisage pour cela deux stratégies :

Une première stratégie consiste à diminuer le coût de production de 2 % par mois.

Une deuxième consiste à baisser ce coût de 40 euros par mois.

résumés de cours

exercices

contrôles

corrigés

La feuille de calcul suivante, extraite d'un tableur, permet de comparer ces deux stratégies. Tous les résultats sont donnés en euros et arrondis à 0,01.

	A	B	C	D	E	F
1			Stratégie n° 1		Stratégie n° 2	
2	Mois	Rang du mois	Coût de production	Montant de la baisse	Coût de production	Montant de la baisse
3	septembre 2011	1	2 530,00	50,60	2 530,00	40,00
4	octobre 2011	2	2 479,40	49,59	2 490,00	40,00
5	novembre 2011	3	2 429,81	48,60	2 450,00	40,00
6	décembre 2011	4	2 381,21	47,62	2 410,00	40,00
7	janvier 2012	5	2 333,59		2 370,00	

1. Dans la cellule E4, on a entré une formule que l'on a recopiée vers le bas. Cette formule est :

$$A. = E\$3 - 40 ; \quad B. = C3 - F3 ; \quad C. = C\$3 - 40 ; \quad D. = E3 - 40.$$

*\$ signifie : la ligne est fixe.*

2. Dans la cellule D3, on a entré une formule que l'on a recopiée vers le bas. Cette formule est :

$$A. = C3 \times 2/100 ; \quad B. = \$C \$3 \times 2 ; \quad C. = C3 \times 2 ; \\ D. = \$C\$3 \times 2/100.$$

3. Selon la stratégie n° 1, le pourcentage d'évolution du coût de production de septembre 2011 à janvier 2012 (arrondi au dixième) est :


$$A. -7,8 \% ; \quad B. -8,0 \% ; \quad C. -9,6 \% ; \quad D. -10,0 \%$$

4. La stratégie permettant d'obtenir le bénéfice le plus important en septembre 2012 est :

$$A. \text{ la stratégie n}^\circ 1 ; \quad B. \text{ la stratégie n}^\circ 2 ; \\ C. \text{ les deux stratégies sont équivalentes}$$

**\***

### Exercice 13

 20 min

On se propose dans cet exercice, d'étudier l'évolution de la consommation d'eau minérale d'un pays depuis 1980.

La feuille de calcul suivante, extraite d'un tableur, donne la consommation moyenne d'eau minérale en litres par personne sur une année.