

Sommaire

Les fiches précédées d'un astérisque sont destinées aux élèves qui choisiront de suivre l'option PSI.

Premier semestre

Logique – Raisonnement

| | | |
|---|---|----|
| 1 | Démontrer une implication ou une équivalence | 13 |
| 2 | Raisonnement par contraposée ou par l'absurde | 16 |
| 3 | Raisonnement par analyse-synthèse | 20 |
| 4 | Raisonnement par récurrence simple, multiple ou forte | 24 |

Sommes et produits

| | | |
|----|--|----|
| 5 | Calculer une somme à l'aide de sommes de référence | 29 |
| 6 | Effectuer un changement d'indice dans une somme | 33 |
| 7 | Calculer une somme télescopique | 36 |
| 8 | Majorer, minorer, encadrer une somme | 40 |
| 9 | Utiliser la formule du binôme de Newton | 44 |
| 10 | Calculer une somme double | 48 |
| 11 | Calculer un produit | 52 |
| 12 | Manipuler les factorielles et les coefficients binomiaux | 56 |

Calculs réels

| | | |
|----|---|----|
| 13 | Établir une égalité | 60 |
| 14 | Établir une inégalité | 63 |
| 15 | Résoudre une équation | 67 |
| 16 | Résoudre une inéquation | 70 |
| 17 | Résoudre une équation avec des valeurs absolues ou des radicaux | 73 |
| 18 | Résoudre une inéquation avec des valeurs absolues ou des radicaux | 77 |
| 19 | Manipuler la partie entière | 81 |

Calculs complexes et trigonométrie

| | | |
|----|---|-----|
| 20 | Manipuler forme algébrique et forme exponentielle d'un complexe | 84 |
| 21 | Montrer qu'un complexe est réel ou imaginaire pur | 88 |
| 22 | Linéariser un produit de cosinus et sinus avec les formules d'Euler | 91 |
| 23 | Exprimer $\cos(nx)$ et $\sin(nx)$ en fonction de $\cos(x)$ et $\sin(x)$ | 95 |
| 24 | Résoudre une équation ou une inéquation trigonométrique | 98 |
| 25 | Résoudre une équation du second degré | 102 |
| 26 | Calculer et manipuler les racines n -ièmes d'un complexe | 106 |
| 27 | Utiliser les complexes pour simplifier des sommes de réels | 110 |
| 28 | Résoudre des problèmes de colinéarité, d'alignement, de parallélisme | 113 |
| 29 | Résoudre des problèmes d'orthogonalité | 117 |
| 30 | Étudier des transformations complexes et les composer | 121 |

Fonctions : généralités

| | | |
|----|--|-----|
| 31 | Déterminer l'ensemble de définition d'une fonction | 125 |
| 32 | Déterminer les variations d'une fonction | 128 |
| 33 | Montrer qu'une fonction est paire/impaire | 132 |
| 34 | Montrer qu'une fonction est périodique | 135 |
| 35 | Manipuler les fonctions circulaires réciproques | 138 |

Fonctions : limites, continuité

| | | |
|----|---|-----|
| 36 | Lever une forme indéterminée | 142 |
| 37 | Calculer une limite | 146 |
| 38 | Montrer qu'une droite est asymptote à une courbe | 149 |
| 39 | Montrer qu'une fonction est ou n'est pas continue en un point | 152 |

Fonctions : dérivabilité

| | | |
|----|--|-----|
| 40 | Montrer qu'une fonction est dérivable en un point | 156 |
| 41 | Calculer la dérivée d'une fonction composée | 160 |
| 42 | Calculer la dérivée d'une fonction réciproque | 164 |
| 43 | Utiliser la formule de Leibniz | 167 |
| 44 | Mettre en œuvre le théorème des valeurs intermédiaires | 170 |
| 45 | Mettre en œuvre le théorème de la bijection | 174 |
| 46 | Mettre en place le théorème de Rolle | 177 |
| 47 | Mettre en place le théorème des accroissements finis | 180 |
| 48 | Utiliser l'inégalité des accroissements finis | 183 |

Suites usuelles

| | | |
|----|---|-----|
| 49 | Étudier une suite arithmético-géométrique | 186 |
| 50 | Étudier une suite récurrente linéaire d'ordre 2 | 189 |
| 51 | Étudier une suite récurrente du type $u_{n+1} = f(u_n)$ | 192 |
| 52 | Étudier une suite implicite | 196 |

Suites réelles : généralités

| | | |
|----|--|-----|
| 53 | Déterminer la limite d'une suite avec la définition | 200 |
| 54 | Calculer une limite indéterminée | 203 |
| 55 | Utiliser les théorèmes de limite monotone | 206 |
| 56 | Utiliser le théorème des suites adjacentes | 210 |
| 57 | Déterminer une limite par encadrement ou comparaison | 213 |

Équations différentielles

| | | |
|----|--|-----|
| 58 | Trouver des primitives | 216 |
| 59 | Résoudre une équation différentielle (ED) homogène d'ordre 1 | 220 |
| 60 | Résoudre une ED linéaire d'ordre 1 à coefficients constants | 223 |
| 61 | Résoudre une ED linéaire d'ordre 1 par variation de la constante | 225 |
| 62 | Résoudre une ED linéaire d'ordre 2 à coefficients constants | 229 |

Systèmes linéaires

| | | |
|----|--|-----|
| 63 | Résoudre un système, paramétré ou non, par la méthode du pivot de Gauss-Jordan | 233 |
|----|--|-----|

Calcul matriciel

| | | |
|----|--|-----|
| 64 | Effectuer les opérations de base sur les matrices | 237 |
| 65 | Calculer la puissance n -ième d'une matrice | 241 |
| 66 | Montrer qu'une matrice carrée est inversible et déterminer son inverse | 245 |

Arithmétique

| | | |
|----|---|-----|
| 67 | Trouver le PGCD et le PPCM de deux entiers naturels | 250 |
|----|---|-----|

Dénombrement

| | | |
|----|----------------------------|-----|
| 68 | Dénombrer un ensemble fini | 254 |
| 69 | Dénombrer des listes | 258 |

Deuxième semestre

Géométrie du plan et de l'espace

| | | |
|----|--|-----|
| 70 | Utiliser les définitions des produits scalaire, mixte et vectoriel | 265 |
| 71 | Démontrer et utiliser le fait que des vecteurs sont colinéaires ou orthogonaux | 270 |
| 72 | Déterminer une équation cartésienne, une représentation paramétrique de droite dans le plan ou de plan dans l'espace | 273 |
| 73 | Déterminer ou reconnaître une équation de cercle dans le plan ou de sphère dans l'espace | 278 |
| 74 | Calculer la distance d'un point à une droite dans le plan ou d'un point à un plan dans l'espace | 283 |
| 75 | Déterminer des équations cartésiennes ou une représentation paramétrique de droite dans l'espace | 286 |
| 76 | Calculer la distance d'un point à une droite dans l'espace | 290 |

Polynômes

| | | |
|----|--|-----|
| 77 | Pratiquer la division euclidienne de polynômes | 295 |
| 78 | Factoriser un polynôme dans $\mathbb{C}[X]$ | 299 |
| 79 | Factoriser un polynôme dans $\mathbb{R}[X]$ | 303 |
| 80 | Montrer qu'un polynôme est nul | 307 |

Espaces vectoriels

| | | |
|----|---|-----|
| 81 | Montrer qu'un vecteur est combinaison linéaire d'autres vecteurs | 310 |
| 82 | Montrer qu'un ensemble est un sous-espace vectoriel | 314 |
| 83 | Montrer qu'un ensemble est un sous-espace vectoriel engendré | 317 |
| 84 | Montrer qu'une famille est libre (ou liée) | 320 |
| 85 | Montrer qu'une famille est une base d'un espace vectoriel | 324 |
| 86 | Utiliser le théorème de la base incomplète | 327 |
| 87 | Extraire une base d'une famille génératrice | 330 |
| 88 | Calculer le rang d'une famille de vecteurs | 334 |
| 89 | Calculer la dimension de la somme de deux sous-espaces vectoriels | 338 |
| 90 | Montrer qu'une somme de deux sous-espaces est directe | 342 |
| 91 | Montrer que deux sous-espaces sont supplémentaires | 345 |

Applications linéaires

| | | |
|-----|--|-----|
| 92 | Montrer qu'une application est linéaire | 349 |
| 93 | Déterminer la matrice d'une application linéaire | 353 |
| 94 | Déterminer le noyau d'une application linéaire | 359 |
| 95 | Déterminer l'image et le rang d'une application linéaire | 363 |
| 96 | Utiliser le théorème du rang | 367 |
| 97 | Montrer qu'une application linéaire est bijective | 371 |
| 98 | Trouver le rang d'une matrice | 376 |
| 99 | * Caractériser un projecteur | 379 |
| 100 | * Caractériser une symétrie | 384 |

Déterminants

| | | |
|-----|--|-----|
| 101 | * Calculer un déterminant d'ordre 2 ou 3 | 389 |
| 102 | * Calculer un déterminant | 391 |
| 103 | * Utiliser le déterminant pour étudier l'inversibilité d'une matrice | 395 |

Intégration

| | | |
|-----|---|-----|
| 104 | Trouver des primitives de fonctions composées | 398 |
| 105 | Effectuer un changement de variable | 401 |
| 106 | Faire une intégration par parties | 404 |
| 107 | Reconnaître et utiliser une somme de Riemann | 407 |
| 108 | Étudier une intégrale fonction de sa borne supérieure | 410 |
| 109 | Étudier une suite intégrale | 414 |
| 110 | Écrire et utiliser la formule de Taylor avec reste intégral | 418 |

Équivalence et négligeabilité

| | | |
|-----|---|-----|
| 111 | Montrer que des suites ou des fonctions sont équivalentes | 421 |
| 112 | Montrer qu'une fonction ou une suite est négligeable ou dominée par une autre | 424 |

Développements limités

| | | |
|-----|---|-----|
| 113 | Utiliser la formule de Taylor-Young | 428 |
| 114 | Déterminer le développement limité d'un produit | 432 |
| 115 | Déterminer le développement limité d'un quotient | 435 |
| 116 | Déterminer le développement limité d'une composée | 439 |
| 117 | Utiliser les développements limités | 442 |

Séries

| | | |
|-----|---|-----|
| 118 | Étudier la convergence d'une série à l'aide des sommes partielles | 446 |
| 119 | Étudier la nature d'une série à termes positifs | 450 |
| 120 | Étudier une suite à l'aide d'une série | 453 |
| 121 | * Étudier l'absolue convergence d'une série | 456 |

Probabilités

| | | |
|-----|--|-----|
| 122 | Calculer la probabilité d'une intersection finie | 459 |
| 123 | Calculer la probabilité d'une réunion finie | 463 |
| 124 | Appliquer la formule des probabilités totales | 468 |
| 125 | Utiliser la formule de Bayes | 472 |

Variables aléatoires discrètes

| | | |
|-----|---|-----|
| 126 | Déterminer la loi d'une variable aléatoire discrète | 477 |
| 127 | Reconnaître une loi uniforme | 482 |
| 128 | Reconnaître une loi binomiale | 485 |
| 129 | Calculer l'espérance d'une variable aléatoire finie | 489 |
| 130 | Utiliser le théorème de transfert | 494 |
| 131 | Calculer la variance et l'écart type d'une variable aléatoire finie | 498 |
| 132 | Utiliser l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev | 502 |
| 133 | Déterminer la loi d'un couple | 505 |
| 134 | Déterminer une loi marginale | 510 |