

AVANT-PROPOS

Le désert et le pays desséché s'égayeront ; la plaine aride tressaillira d'allégresse et fleurira comme le narcisse ; [...] car de l'eau jaillira dans le désert, des torrents dans la plaine aride. Le lieu torride se changera en étang et la terre de la soif en fontaines.

Esaïe, 35, 1 & 7.

Les mathématiques sont un jeu où l'on a toutes les données en main [...] ; c'est le plaisir de trouver, [...] que les choses se mettent en place, qu'elles s'organisent [...] qu'elles se mettent à voir [...] ; c'est figé, c'est mort quand on sèche, puis, à un moment, tout à coup, je ne sais pas pourquoi, ça se met à vivre et puis alors, cet espace vivant, il disparaît à partir de la rédaction, il réapparaît dans l'exposition, mais sous une forme différente.

Malgrange.

Jacob fit un rêve : un escalier était dressé sur la terre et son sommet touchait au ciel ; les messagers de Dieu y montaient et y descendaient.

Genèse, 28, 12-13.

Finalement, il y a deux jours, j'ai réussi, non à cause de mes pénibles efforts, mais par la grâce de Dieu. Comme en un éclair subit, l'énigme se trouve résolue. Je ne puis dire moi-même de quelle nature a été le fil conducteur reliant ce que je savais déjà à ce qui a rendu mon succès possible.

Gauss.

Plus la proposition se situe haut dans l'échelle de *filiation*, plus longue sera naturellement cette queue. Si, par conséquent, dans cette table, les propositions sont ordonnées en rangées horizontales, l'une au-dessous de l'autre, selon leur place dans l'échelle, plus la proposition ou le cerf-volant se tiendra haut, plus grande sera la quantité d'espace naturellement requise pour loger sa queue dans la direction verticale.

Bentham, *Chrestomathia, Cahiers de L'Unebêvue*, Paris, 2004, p. 410.

Le présent livre est un essai fort incomplet de *psychologie des mathématiques*. La difficulté de cette appellation qui cumule les problèmes est double, puisque, à l'interrogation touchant ce qu'on peut entendre par *psychologie* s'ajoute celle de ce qui relève de l'appellation de *mathématiques*. Il est sans doute plus facile de définir cette expression apagogiquement, c'est-à-dire par négations ; d'autant plus facile même, du moins en apparence, du fait qu'un certain nombre de disciplines rejettent vaguement sous le nom de *psychologie* ce qu'elles ne font pas elles-mêmes, ce qu'elles ne veulent pas faire ou ce qu'elles sont censées ne pas faire. C'est ainsi qu'une philosophie transcendantale des mathématiques¹, qui s'intéresse aux conditions *a priori* de possibilité des mathématiques, a tendance à placer sous la rubrique de la *psychologie* toutes les considérations empiriques contingentes qui, aux yeux du philosophe transcendantal, ne font qu'accompagner les actes de l'entendement, de la raison ou de la sensibilité à l'œuvre dans la production des œuvres mathématiques. Nous ne revendiquons certes pas de faire un travail qui s'apparente à la philosophie transcendantale, mais nous mettons en doute qu'il soit possible de découper puis de séparer, dans l'activité de *faire des mathématiques*, ce qui serait purement mathématique de ce qui serait de l'ordre de l'affectivité, de l'imagination et de toutes sortes de représentations qui accompagneraient cette activité, ainsi que les aspects pratiques de recherche, d'application, d'enseignement. Rien n'empêche de considérer les positions exigées par la philosophie transcendantale pour des situations impossibles à tenir, fantasmées à partir de situations réellement tenues. Ce que nous venons de dire de la *philosophie transcendantale* vaut à peu près dans les mêmes termes pour la *logique*, qui ne s'intéresse aux actes du mathématicien que sous l'angle de leur détermination, de leur systématité, de leur vérité ou de leur fausseté, de leur validité, en délaissant tout le reste comme n'étant pas de son sujet et en donnant volontiers à ces scories le nom de *psychologie*. Là encore, nous ne revendiquons nullement de faire œuvre de logique, mais nous mettons en question une étrange attitude qui

1. Comme Kant a pu en proposer une.

consiste à croire que la logique est seule habilitée à pouvoir parler du vrai et du faux, que la psychologie n'a rien à dire du vrai ; qu'elle peut seulement et éventuellement parler du faux, en tâchant d'expliquer comment on en est venu à écrire des erreurs, mais qu'on ne saurait expliquer de la même façon comment on en est venu à écrire des propositions vraies. En effet, nous ne nions évidemment pas que la psychologie puisse s'intéresser aux erreurs, les classant, cherchant à comprendre comment on en est venu à les prononcer ou à les écrire, mais nous contestons que la psychologie s'arrête sur la ligne où le logicien valide les résultats du mathématicien. Qu'un résultat soit vrai ne lui ôte pas de valeur psychologique, quoique celle-ci ne se confonde nullement avec une valeur logique. Le vrai joue, comme le beau ou comme le bien, un rôle psychologique, précisément parce qu'il est vrai et qu'on le distingue du faux. Il a, comme tel, une importance ; et il est très regrettable que les psychologues se soient laissés intimider par ceux qui cloisonnaient leur tâche à expliquer le faux et qui n'ont été, comme nous le verrons, que trop bien entendus. Il y a plus sur ce registre : faire comme si le partage du vrai pour la logique et du faux pour la psychologie, ou — plus exactement — faire comme si la logique s'intéressait seule à la distinction du vrai et du faux, tandis que la psychologie n'aurait rien à en dire et escamoterait la différence, ne fait pas seulement rater une dimension essentielle de la psychologie. C'est aussi une position dogmatique, qui présuppose que cette distinction peut toujours être posée comme étant faite ; or cette distinction du vrai et du faux est mobile, jamais constamment établie, toujours controversée ou susceptible de l'être. Le vrai ne se sépare du faux qu'en une interminable quête sur des modes indéfiniment variés ; et il n'y a pas lieu que la psychologie n'ait rien à en dire. Ainsi y a-t-il beaucoup de sagesse dans le propos de Poincaré cité par Chaslin, au début de son *Essai*, « qu'il n'y a pas de logique et d'épistémologie indépendante de la psychologie¹ ».

1. Chaslin P., *Essai sur le mécanisme psychologique des opérations de la mathématique pure*, Alcan, Paris, 1926.

Enfin, notre entreprise ne relève pas de ce que l'on appelle ordinairement la *philosophie des mathématiques*¹. Cette recherche, si tant est qu'elle se présente de manière homogène, se pose des questions sur le statut des objets mathématiques : ont-ils une existence séparément des actes qui les produisent ou qui s'y rapportent ? Ont-ils une réalité propre ? Ont-ils le statut de fictions ? Les méthodes qui ont cours en mathématiques produisent-elles leur objet ? Ne font-elles que le décrire et le déterminer ? Les objets mathématiques sont-ils donnés ou construits *a priori* ou dérivent-ils, d'une façon ou d'une autre, de l'expérience ? Les démonstrations en mathématiques procèdent-elles par analyse ou par synthèse ? Sans doute, tous ces problèmes sont-ils à l'horizon de notre enquête, mais si leur approche et la conscience de leur existence sont requises dans notre enquête, ils n'ont pas lieu d'être tranchés et notre objectif, ici, n'est pas de le faire ni même de le tenter ; en effet, les problèmes psychologiques se posent, quel que soit le type de solution que nous apportions aux questions précédentes, même s'ils se posent de façon très différente en fonction de ce type de solution.

Si, après avoir tenté quelque temps des voies d'exclusion pour définir notre tâche, nous nous tournons désormais vers des déterminations plus positives, nous pourrions avoir le sentiment de n'être pas les seuls à explorer les mathématiques sous l'angle psychologique et de bénéficier d'une bibliographie abondante en psychologie des mathématiques. Il est vrai qu'une incroyable littérature, publiée sous la forme de livres ou d'articles, voire restée dans les réserves des bibliothèques universitaires sous la forme de tapuscrits de thèses, non parvenues à publication, a vu le jour sur le sujet qui nous intéresse à partir des années 1960, pour se tarir dans les années 1990. On pourrait imaginer, en ayant le projet de la compiler, qu'il serait assez facile de caractériser positivement ces textes qui, dans leurs titres du moins, se présentent comme des travaux de psychologie des mathématiques. Or, à de rares exceptions près, on se trouve vite perplexe et finalement déçu par ces « trente

1. Comme nous avons pu nous y livrer dans *Les raisons de la fiction*.

glorieuses » de la psychologie des mathématiques. L'abondance de textes, en apparence variés, était due à un projet pédagogique, qui a trop bien connu des chances de réalisation, mais qui, au bout du compte, a donné lieu à une sorte de catastrophe pédagogique, laquelle n'a pas affecté les seules disciplines mathématiques, mais peut-être tout l'édifice des disciplines. Cette expérience pédagogique entendait introduire un enseignement des « mathématiques modernes » et n'a jamais abouti qu'à une recrudescence d'échecs scolaires, au moins dans les disciplines mathématiques. Jamais on a tant écrit sur la psychologie des mathématiques, celle qui, du moins, prenait pour sujet des individus à qui on s'efforçait d'enseigner les « nouvelles mathématiques », sans doute en réaction aux situations d'échec que les psychologues devaient traiter chez des enfants, adolescents et jeunes adultes.

Le projet pédagogique, qui s'est révélé aventureux, n'était pourtant pas absurde en tout point. Il partait de l'idée bien fondée que l'esprit n'a pas de contenu naturel ; que, du coup, on pouvait court-circuiter un bon nombre de comportements traditionnels et faire l'économie de savoirs plus ou moins anciens, remis en cause par l'exigence accrue de rigueur, d'abstraction et de généralité qui caractérise les mathématiques modernes. Sans doute avait-on raison de ne pas s'embarrasser d'un naturalisme fallacieux ; mais c'était compter sans une difficulté qui n'a pas tardé à pointer. On oubliait que la rigueur, que l'on voulait enseigner d'un coup, en voulant faire gagner énormément d'étapes aux jeunes esprits, n'avait de sens et de réalité qu'à l'intérieur d'une histoire compliquée¹ que l'enseignant pouvait bien parfois connaître lui-même mais qu'il ne livrait pas nécessairement aux étudiants qui, loin de l'impression de rigueur qu'on voulait leur intimer, avaient plutôt le sentiment d'une sorte d'arbitraire, auquel seul un petit nombre parvenait à s'accommoder dans les exercices demandés. L'excès de rigueur était, non

1. Est-ce un hasard si l'apprentissage des « mathématiques modernes » s'est accompagné d'une demande d'histoire des mathématiques qui s'est révélée extrêmement vivante dans les IREM (Instituts de recherche sur l'enseignement des mathématiques) au point de rester, encore à ce jour, une de leurs activités les plus fécondes ?

pas perçu dans sa nécessité par le plus grand nombre, mais reçu comme une sorte de convention qui les coupait de ce qu'on pourrait appeler la « chose mathématique ». Un grand nombre d'étudiants s'est trouvé écarté de cette « chose », à l'encontre du but affiché. Les psychologues ont décrit cet écart, à travers les individus qui venaient les consulter ou qu'on leur envoyait ; ils ont voulu en traiter et parfois le traiter.

Il faut se pencher quelques instants sur cette immense littérature, à la fois variée et très redondante, parce qu'elle est l'élément qui a déclenché le désir d'écrire le présent livre. Elle met l'accent sur l'échec dans les exercices proposés en mathématiques, sur l'incapacité manifestée par un grand nombre, de comprendre ce qui lui était enseigné dans cette discipline, sur l'angoisse et la peur des mathématiques chez les jeunes consultants. On dira, à juste titre, que ce résultat était inévitable et prévisible, que si l'on parle peu des jubilations, des jouissances et de toute la gamme possible des sentiments en mathématiques, c'est précisément parce que l'on ne consulte pas de psychologue quand les choses vont bien, mais que l'on se rend chez lui quand on rencontre une difficulté que l'on ne peut pas dépasser, que l'on estime ne pas pouvoir surmonter seul ou avec l'aide de l'entourage ordinaire. Mais plusieurs points ne laissent pas d'inquiéter dans ces livres qui ne sont plus guère lus aujourd'hui. Je voudrais les passer en revue.

Le *premier* est le vague extrême dans lequel on tient les mathématiques dans ce genre de considérations. Si l'angoisse d'être séparé de soi et dépossédé de sa propre personnalité, si la peur, le rejet semblent s'adresser à l'enseignement des mathématiques, il est rare que l'auteur prenne soin de chercher ce qui, précisément, dans les mathématiques, angoisse, apeure, se trouve rejeté. Les mathématiques ne sont pas tellement distinguées des autres activités intellectuelles ; et le discours qui est tenu sur la conduite d'échec pourrait l'être en mettant n'importe quelle autre discipline à la place des mathématiques, elles-mêmes prises en bloc, comme s'il était impossible de distinguer en elles des méthodes, des objets, des opérations, des applications. Or l'enseignement des probabilités pose-t-il exactement le même genre de

problèmes que celui de l'analyse, celui du calcul infinitésimal relève-t-il de la même classe de difficultés que l'arithmétique ? Toutes ces différenciations se trouvent passées à la trappe et toujours envisagées du point de vue de celui qui n'y réussit pas. Le sentiment que l'on retire de la lecture de tels travaux de psychologie, c'est qu'ils ne parlent pas du tout de mathématiques ; or ferait-on une psychologie du goût esthétique en ne s'appuyant que sur les expériences de ceux qui ne regarderaient ni ne pourraient souffrir aucun tableau ni écouter aucune musique ? Ceux dont on analyse le comportement à l'égard des mathématiques ne font pas d'actes mathématiques à proprement parler ; n'y obtenant jamais aucun résultat, ils restent comme en dehors de leur sphère. Il faut que le cheminement s'enfonce assez loin dans le matériau même des mathématiques pour que la psychologie de leurs actes puisse commencer à prendre un sens. Tant qu'une psychologie s'intéresse à ceux qui restent à la porte d'une discipline, à moins que cette conduite ait des rapports étroits avec cette discipline, elle ne dit rien ou reste presque muette sur cette discipline. Pourquoi les mathématiques angoisseraient-elles plus que l'histoire, la géographie ou la littérature ? L'échec de ceux qui sont engagés à apprendre une discipline n'est intéressant pour comprendre les actes requis par la dite discipline que pour autant qu'on ne s'en tienne pas à l'échec ; un minimum de réussite, de production, de résultat est requis pour que la psychologie puisse se faire étude de cette discipline. Déclare-t-on vraiment quelque chose de spécifique aux mathématiques quand on insiste sur l'atteinte au narcissisme que représente l'échec de celui qui n'arrive à rien dans leur domaine ? L'axe succès-échec ne saurait être le seul envisageable pour que la psychologie se fasse *psychologie des mathématiques* ; or cet axe s'est trouvé dominant dans ce genre de littérature, il s'est posé en clé de tous les autres axes qui sont pourtant, comme nous allons le voir, multiples et variés. L'inévitable conséquence de cette attitude, c'est que, en se concentrant sur l'échec et l'inhibition, la psychologie s'est elle-même inhibée, se privant de tout un matériau d'études qui lui eût été fort utile pour parler des mathématiques. Elle s'est rabougrie dans ses champs d'investigation.

Il y a plus grave ou plus inquiétant. L'échec en mathématiques est, plus souvent que l'échec dans les autres disciplines, pris comme l'indice d'*anormalité*. L'échec a souvent été considéré comme *pathologique* en mathématiques. En dirait-on autant de l'échec en histoire, en géographie ou en instruction civique ? Dans ce dernier cas, on se contenterait de dire que l'élève n'apprend pas ses leçons ou qu'il porte peu d'intérêt à ces disciplines. Peut-être parce que, dans ces années 1960-70-80, la réussite en mathématique déterminait la réussite tout court dans la vie professionnelle, l'échec en ce domaine était estimé si grave qu'il devenait l'équivalent d'une sorte d'infirmité, de handicap, de maladie chronique avec laquelle il fallait tenter de mener une vie diminuée ou entravée¹. L'erreur, qui conduit à l'échec, n'est pas traitée, comme chez Hume par exemple, comme un acte qui peut conduire à des identifications, des assimilations, dont on peut bien condamner la fausseté, mais pas le dysfonctionnement ; elle est, en mathématiques, autre chose qu'une simple fausseté ; elle est anormale ou signe d'anomalie du fonctionnement cérébral de celui qui a échoué. Quand il ne s'agit pas d'une horreur ou d'un sacrilège, il y va de l'équilibre² ou de l'idiotie de la personne incriminée qu'il s'agit moins d'éduquer que de rééduquer, moins d'enseigner que de désinhiber. Cette dureté n'a pourtant pas conduit la plupart des psychologues à s'intéresser au détail des actes qui trament les mathématiques ou qui sont indispensables pour parvenir à quelque résultat.

-
1. Il n'est que trop évident que l'alibi du handicap servait à inscrire dans la chair des intéressés la justification d'une infériorité de salaire et de traitement.
 2. Dugas H. & Guillaume J.-J. : « L'échec en calcul apparaît comme le symptôme des difficultés relationnelles ». Même idée chez Mucchieli-Bourcier A., *Éducateur ou thérapeute*, p. 192 : « En règle générale, nous trouvons à l'origine d'une difficulté en calcul tout ce qui vient arrêter ou entraver le passage du concret à l'abstrait, du global-synchrétique au logico-déductif, que ce soit une perturbation de l'image du corps, une désorganisation spatiotemporelle ou des problèmes affectifs de l'ordre de l'attachement à la mère, à la sécurité, au concret avec fuite de l'inconnu, de l'abstrait, du désincarné ou, au contraire, une opposition au père castrateur ou un refus d'identification au père pour diverses motivations, d'où le refus des règles... Tous ces facteurs se trouvent associés ou non ».