

Chapitre I

Bilan thermique

1. Température

Au milieu du XIX^{ème} siècle, la nécessité de décrire la matière macroscopique à partir de ses éléments microscopiques s'impose peu à peu au monde de la physique.

Maxwell franchit en ce sens un pas décisif par la publication, en 1859, de sa *Théorie cinétique des gaz*, qui établit la loi d'état des gaz parfaits, dont l'écriture n'était, jusque-là, fondée que sur des données expérimentales (lois de Boyle-Mariotte de Charles et de Gay-Lussac).

Cette approche théorique révolutionnaire sera généralisée et développée par Boltzmann et Gibbs entre 1870 et 1880 : la physique statistique était née. La confirmation de son bien-fondé ne sera acquise qu'au début du XX^{ème} siècle, grâce aux observations expérimentales prouvant l'existence des particules élémentaires : électrons, ions, atomes et molécules.

Ces particules ne sont pas immobiles : elles sont animées d'un mouvement incessant et chaotique appelé « **agitation thermique** ». En phase solide, elles oscillent autour d'une position fixe ; dans un liquide, elles oscillent mais elles peuvent également se déplacer d'un site à l'autre ; en phase gazeuse, elles sont libres de circuler à l'intérieur du volume mis à leur disposition. L'énergie cinétique de ces particules, distribuée selon ses différents modes de stockage (translation, vibration et rotation), est globalement quantifiée par une grandeur appelée « **température** ». Sa limite inférieure, qui correspond au cas où se figerait ce mouvement microscopique, s'appelle le « zéro absolu ».

On a su mesurer la température bien avant d'en comprendre le sens physique. Galilée semble être le premier à avoir inventé, à la fin du XVI^{ème} siècle, un dispositif sensible au « degré d'échauffement ». Les **thermomètres** que l'on utilise aujourd'hui sont gradués selon l'une ou l'autre des échelles proposées par Celsius (1742) et Fahrenheit (1724). Ces dispositifs postulent une relation linéaire entre la longueur d'un objet (une colonne de mercure, par exemple) et sa température, ce qui rend nécessaire le choix de deux valeurs de référence : Celsius utilise les points de congélation (0 °C) et d'ébullition (100 °C) de l'eau à la pression atmosphérique, alors que Fahrenheit choisit le point de congélation d'un mélange d'eau, de glace et de sel de mer et le corps humain (respectivement fixés à 0 °F et 96 °F).

La correspondance entre ces deux échelles est bien représentée par la relation :

$$t(^{\circ}\text{F}) = 32 + 1,8 t(^{\circ}\text{C})$$

Boyle et Mariotte établissent, l'un en 1665 et l'autre en 1676, que le produit de la pression par le volume occupé par un gaz définit une échelle de température indépendante de la nature du gaz utilisé. Puisque la pression ne peut pas être négative, Amontons en déduit en 1702 qu'il existe une température au-dessous de laquelle il est impossible de descendre : le « **zéro absolu** »

Ce n'est qu'en 1848 que Lord Kelvin détermine précisément cette valeur-seuil (égale à - 273,15 °C) en utilisant une machine de Carnot comme thermomètre. L'échelle de température « absolue » qui porte son nom est en parfait accord avec les valeurs obtenues avec le thermomètre à gaz. Pour des raisons pratiques, Kelvin choisit le système de graduation du thermomètre de Celsius, ce qui conduit à l'équivalence numérique suivante :

$$t(\text{K}) = 273,15 + t(^{\circ}\text{C}) \quad (\text{I.1})$$

On peut ainsi, indifféremment, donner à la température de fusion de l'aluminium les trois valeurs suivantes : 660 °C, 1 220 °F et 933,15 K.

2. Flux et densité de flux thermique

Par le double jeu des collisions inter-particulaires et des phénomènes radiatifs d'émission et d'absorption, deux régions de températures différentes échangent naturellement de l'énergie d'agitation thermique.

On appelle « **flux thermique ϕ** », la quantité d'énergie thermique échangée, par unité de temps, à la frontière entre ces deux régions. Son unité, dans le système international, est le watt (W).

Considérons une surface élémentaire d'aire dS , de vecteur unitaire normal \vec{N}_M , centrée sur un point M (figure I.1) :

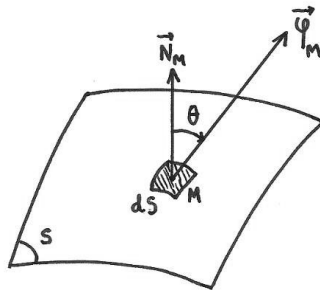


Figure I.1 - Densité de flux thermique

Le flux thermique $d\Phi(M)$ traversant cette petite surface s'écrit :

$$d\phi = \vec{\varphi}_M \cdot \vec{N}_M dS = \varphi_M \cdot \cos \theta dS \quad (I.2)$$

Le produit scalaire $\vec{\varphi}_M \cdot \vec{N}_M$ est la « **densité de flux thermique** » au point M. Le tableau I.1 en donne quelques ordres de grandeur s'échelonnant de 10^{-2} à 10^6 W.m⁻².

Chaque mode de transfert thermique est caractérisé par une relation spécifique qui donne l'expression du **vecteur** densité de flux thermique $\vec{\varphi}_M$:

- Loi de Fourier pour la conduction,
- Loi de Newton pour la convection
- Loi de Stefan-Boltzmann pour le rayonnement

Le flux thermique est une grandeur algébrique, positive si $\vec{\varphi}_M$ est orienté dans le même sens que \vec{N}_M , et négative dans le cas contraire.

Elle est nulle si $\vec{\varphi}_M$ est nul ou tangent à la surface considérée.

Pour calculer le flux thermique total qui traverse une surface quelconque d'aire S, on additionne les flux élémentaires selon :

$$\phi = \iint_S \vec{\phi}_M \cdot \vec{N}_M dS \quad (I.3)$$

Remarque I.1: convention d'orientation dans le cas d'une surface fermée

Dans le cas d'une surface fermée, frontière d'un domaine D, nous emprunterons à l'analyse vectorielle la convention suivante : la normale est orientée vers l'extérieur du domaine considéré : par conséquent, et contrairement à la convention généralement adoptée dans les ouvrages de thermodynamique, un flux positif correspond à une perte pour le domaine D.

Remarque I.2 : définition du mot « chaleur »

*Les principaux dictionnaires et encyclopédies définissent le mot « chaleur » de façon ambiguë : elle est en effet présentée, soit comme un **transfert d'énergie** d'un corps à un autre, au même titre que le travail (en accord avec l'écriture des deux premiers principes de la thermodynamique), soit comme la **grandeur transportée**, c'est-à-dire l'énergie d'agitation thermique. Cette confusion sémantique, qui trouve certainement sa source dans les différentes définitions qui furent proposées pour le « calorique » au XVIII^{ème} siècle, peut nuire à la clarté de l'exposé.*

En effet, pourrions-nous apprendre et comprendre l'électricité, la météorologie, la mécanique ou la finance à la lecture de manuels confondant, respectivement, charge et courant électrique, air et vent, quantité de mouvement et force, argent et consommation ?

*Dans cet ouvrage, « **chaleur** » désigne un **échange d'énergie thermique** d'une zone à une autre du système considéré. De ce point de vue, des expressions telles que « quantité de chaleur » ou « échange de chaleur », n'ont pas de sens.*

Flux géothermique à la surface de la Terre	0,04 - 0,08 W.m ⁻²
Flux traversant le mur d'une maison « basse consommation » en hiver	20 - 40 W.m ⁻²
Eclairage solaire à Paris pendant un bel après-midi d'été	700 - 900 W.m ⁻²
Flux moyen à la surface d'un radiateur électrique	1 - 2 kW.m ⁻²
Flux rayonné par un lingot d'acier en fusion	100 - 400 kW.m ⁻²
Flux pariétal dans la chambre de combustion d'un moteur-fusée au décollage	800 - 1200 kW.m ⁻²

Tableau I.1 - Quelques ordres de grandeur de densités de flux thermique

3. Production et stockage de l'énergie thermique

En physique classique et en chimie, l'énergie totale d'un système est une grandeur conservative : on ne peut ni la créer, ni la faire disparaître. Il est en revanche possible de **transformer** une forme énergétique en une autre. Par exemple, les dynamos et les moteurs réalisent, réciproquement, la conversion énergie mécanique-énergie électrique. La figure I.2 présente les principaux mécanismes qui produisent (**sources**) et absorbent (**puits**) l'énergie d'agitation thermique des systèmes physiques.

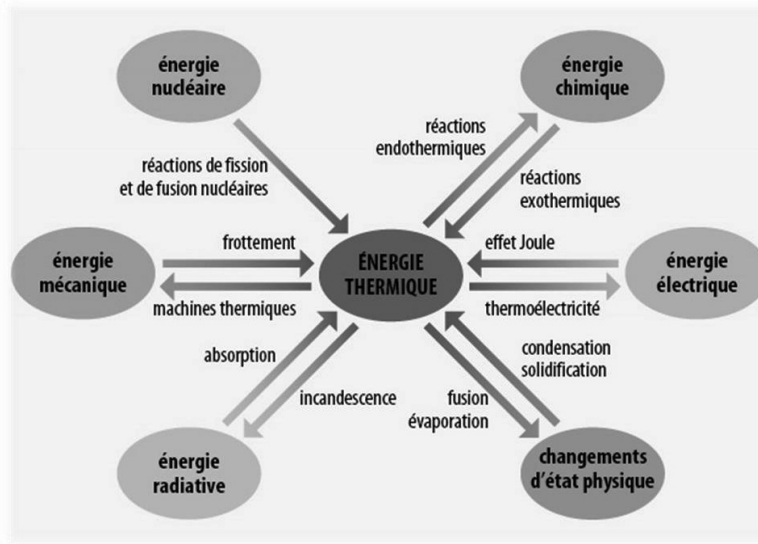


Figure I.2 : Sources et puits thermiques

Elle est notamment produite par les réactions chimiques exothermiques et les réactions nucléaires, mais aussi dans la dissipation de l'énergie mécanique (frottement) ou électrique (effet Joule) et dans l'absorption du rayonnement électromagnétique (chauffage solaire, cuisson dans un four micro-ondes...).

Cette transformation énergétique est quantifiée, en tout point d'un système, par une grandeur algébrique intensive appelée « **production volumique** d'énergie thermique ». Nous la noterons $p_{th}(M, t)$; elle s'exprime en $W.m^{-3}$.

L'intégration de cette fonction fournit la puissance thermique produite, à un instant donné, dans un domaine de volume V :

$$P_{th}(t) = \iiint_V p_{th}(M, t) dV \tag{I.4}$$

Remarque I.3 : systèmes « passifs »

Lorsque la production volumique en tout point d'un système est nulle, comme dans les murs de maison ou les gaines isolantes des fils électriques, le système est qualifié de « **passif** ». Dans le cas contraire, on dit évidemment qu'il est « **actif** ».

Remarque I.4 : ordre de grandeur de la production volumique

Les réactions chimiques exothermiques produisent une énergie dont la valeur est comprise entre 1 et 10 eV par molécule, la radioactivité, environ 10 eV, et les réactions de fission, ... 200 MeV par atome. L'échelle de production volumique correspondante s'étend de $1 W.m^{-3}$ à ... $5.10^8 W.m^{-3}$!!

Les changements d'état physique (fusion-solidification, évaporation-liquéfaction et sublimation-condensation) sont très souvent utilisés comme sources et puits de chaleur en raison de la valeur élevée de l'énergie thermique qu'ils mettent en jeu, appelée « **chaleur latente** ». Par exemple, l'évaporation d'un litre d'eau à la pression atmosphérique (100°C) consomme 2260 kJ et sa congélation (0°C) produit 335 kJ.

Remarque I.5 : effet Joule

A partir des lois élémentaires de l'électrocinétique, le lecteur établira facilement que la production volumique générée par effet Joule dans un matériau de résistivité électrique ρ_E parcouru par un courant de densité j s'écrit :

$$P_{th} = \rho_E j^2$$

L'application de cette relation au passage d'un courant de forte densité : $j = 5 \text{ A.mm}^{-2}$ dans un fil de cuivre permet d'établir que les collisions des électrons de conduction avec les atomes de son réseau génèrent une puissance volumique égale à : $p_{th} = 4.10^5 \text{ W.m}^{-3}$.

Une source thermique augmente la température du système qui l'héberge, comme le ferait un environnement plus chaud : la calorimétrie nous fournit l'expression de l'énergie thermique que ce système **stocke**, par unités de temps et de volume :

$$s_{th}(M, t) = \rho C \frac{\partial T}{\partial t} \quad (I.5)$$

Dans cette relation, ρ et C représentent, respectivement, la masse volumique et la capacité calorifique massique du matériau.

Remarque I.6 : ordre de grandeur de la capacité calorifique massique

On observe, en consultant les tableaux de valeurs présentés en annexes A1 à A4, que la capacité calorifique massique de la plupart des milieux gazeux, liquides et solides reste confinée, aux températures ordinaires, dans une gamme de valeurs assez étroite, qui s'étend de $110 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ (uranium) à $4200 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ (eau).

Remarque I.7 : vitesse de chauffage

La vitesse de chauffage (ou de refroidissement si elle est négative), c'est-à-dire la dérivée temporelle de la température joue un rôle important dans la maîtrise et la qualité de nombreux procédés industriels, comme la trempe des aciers et l'élaboration des verres.

4. Equation fondamentale de la thermique

Considérons une maison initialement en équilibre thermique avec son environnement. C'est l'hiver et nous souhaitons porter sa température à un niveau de confort suffisant. Nous allumons la chaudière (production) ce qui provoque le réchauffement de l'air et des murs (stockage). Si la maison était parfaitement isolée (parois « adiabatiques »), production et stockage seraient égaux. En réalité, dès que l'équilibre thermique est rompu, une partie de l'énergie produite par la chaudière est irréversiblement transférée entre la maison et son environnement (échanges thermiques).

La température de la maison augmente aussi longtemps que la production reste supérieure aux pertes à travers les murs, le sol, le toit et les fenêtres, puis elle se stabilise.

Cet exemple très simple illustre ce qu'il convient de considérer comme une évidence : si une grandeur extensive est produite à l'intérieur d'un système, une partie reste dans ce système et l'autre traverse sa frontière !! Appliquer cette assertion à la population d'un pays, c'est chiffrer et équilibrer, respectivement, le nombre de naissances et de décès (production), l'accroissement de la population (stockage) et les flux migratoires (échanges).

L'énergie d'agitation thermique d'un système physique n'échappe évidemment à cette loi de conservation :

$$\text{Production (P)} = \text{Stockage (S)} + \text{Echanges (E)} \quad (I.6)$$

Son application à un domaine continu \mathcal{D} , de volume V , indéformable et fixe, limité par la surface S , prend la forme mathématique :

$$\iiint_V p_{th}(M, t) \cdot dV = \iiint_V s_{th}(M, t) \cdot dV + \iint_S \bar{\varphi}(A, t) \cdot \vec{N}_A \, dS \quad (I.7)$$

Conformément à la convention adoptée en analyse vectorielle (*Remarque I.1*), la normale à la surface S est orientée vers l'extérieur du domaine \mathcal{D} : on vérifie bien, par exemple, qu'en régime stationnaire, une production positive génère un flux thermique sortant.

Grâce aux propriétés de continuité des grandeurs physiques, on peut transformer cette équation de « **bilan thermique global** » en une équation aux dérivées partielles grâce au théorème « flux-divergence » de Green-Ostrogradski :

$$\iiint_V \operatorname{div} \bar{\varphi}(M, t) \cdot dV = \iint_S \bar{\varphi}(A, t) \cdot \vec{N}_A \, dS$$

On obtient ainsi l'équation de « **bilan thermique local** » :

$$p_{th} = \rho C \frac{\partial T}{\partial t} + \operatorname{div} \bar{\varphi} \quad (I.8)$$

Notons qu'il est toujours possible d'établir cette équation locale en appliquant la loi de conservation de l'énergie thermique à un volume infinitésimal du domaine étudié. Il n'est donc pas nécessaire de connaître l'expression de la divergence d'un vecteur dans tous les systèmes de coordonnées pour résoudre des problèmes de thermique !!

L'intégration analytique ou numérique de cette équation permet, si les conditions initiales et les conditions aux limites sont bien connues, d'accéder au Graal du thermicien : la cartographie complète du champ de température dans le système à tout instant.

Nous avons présenté dans ce chapitre les termes de **production** et de **stockage** de l'équation de bilan ; il nous faut maintenant identifier et caractériser les différents modes de transfert thermique qui contribuent à l'écriture du troisième terme de cette équation fondamentale : les **échanges** thermiques. C'est l'objet du chapitre suivant.

5. Exemples d'application

1. Temps de réponse d'un fusible

Un fil métallique en plomb, de diamètre $d = 200 \mu\text{m}$, initialement en équilibre avec son environnement, de température $T_E = 20^\circ\text{C}$, est brusquement parcouru par un courant électrique d'intensité $I = 20 \text{ A}$. Il est entouré d'une céramique isolante.

Calculer son temps de réponse, c'est-à-dire le temps au bout duquel il atteint sa température de fusion.

Données numériques (Plomb) :

Masse volumique	$\mu = 11370 \text{ kg.m}^{-3}$
Capacité calorifique massique	$C = 130 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
Résistivité électrique	$\rho_E = 210^{-7} \Omega.\text{m}$
Température de fusion	$T_F = 327^\circ\text{C}$

Solution :

Les échanges thermiques du fil étant négligeables, son équation de bilan s'écrit :

$$\underbrace{\frac{4 \rho_E L}{\pi d^2} I^2}_{\text{Production Effet Joule}} = \underbrace{\mu C \frac{\pi d^2}{4} L \frac{dT}{dt}}_{\text{Stockage}} + \underbrace{0}_{\text{Echanges thermiques}}$$

La température du fil croît linéairement :

$$T(t) = A t + T_0 \quad A = \frac{16 \rho_E I^2}{\mu C \pi^2 d^4} \cong 6.10^4 \text{ K.s}^{-1}$$

Il atteint sa température de fusion au bout de : $\tau_F = 5,1 \text{ ms}$.

Commentaire :

La résistivité électrique du plomb (et des métaux en général) n'est pas constante : elle croît avec la température, ce qui diminue la valeur du temps de réponse du fusible. Le coefficient de température du plomb vaut $4,2.10^{-3} \text{ K}^{-1}$, on en déduit, après modification de l'équation de bilan, la valeur : $\tau_F = 3,3 \text{ ms}$.

2. Débit de vapeur d'une tranche de centrale nucléaire PWR

En régime de fonctionnement normal, une « tranche » de centrale nucléaire de type PWR produit la puissance électrique $P_{el} = 1,26 \text{ GW}$. Son rendement est égal à $\eta = 0,35$.

L'eau pressurisée du circuit primaire entre dans la chaudière à $T_{EW} = 280^\circ\text{C}$ et en ressort à $T_{SW} = 325^\circ\text{C}$. Elle est ensuite transférée vers trois générateurs de vapeur (GV) où elle traverse, à grande vitesse : $v = 12 \text{ m.s}^{-1}$, un faisceau de tubes de faible diamètre : $d = 18 \text{ mm}$.

Calculer la masse de combustible nucléaire (UO_2) contenue dans la chaudière, le débit massique de l'eau du circuit primaire et le nombre de tubes dans chaque générateur de vapeur.

Données numériques :

<i>Eau pressurisée (155 bars)</i>	<i>Masse volumique</i>	$\rho_w = 710 \text{ kg.m}^{-3}$
	<i>Capacité calorifique massique</i>	$C_w = 5800 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
<i>Combustible nucléaire (UO_2)</i>	<i>Masse volumique</i>	$\rho_c = 19070 \text{ kg.m}^{-3}$
	<i>Production volumique</i>	$p_c = 5.10^8 \text{ W.m}^{-3}$

Solution :

Le rendement d'une machine thermique est le rapport entre sa puissance utile et la puissance thermique qu'elle consomme. On a donc :

$$P_c = \frac{P_{el}}{\eta} = 3,6 \text{ GW}$$

$$\rightarrow \text{Masse d'UO}_2 : M_{\text{UO}_2} = \frac{\rho_c P_{el}}{p_c \eta} = 137,3 \text{ t}$$

En régime stationnaire, le flux thermique produit par les réactions nucléaires est d'abord capté par l'eau pressurisée, puis intégralement utilisé pour générer de la vapeur. L'eau se comporte littéralement comme un « caloporteur ».

→ Débit de l'eau pressurisée et nombre de tubes dans chaque GV :

$$P_C = q_W C_W (T_{SW} - T_{EW}) \rightarrow q_W = 13,8 \text{ t.s}^{-1} (\approx 20 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1})$$
$$q_W = 3 \frac{\pi d^2}{4} \rho_W V \rightarrow N = 2120$$

Rappel de Mécanique des Fluides :

Le débit massique ($\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$) d'un fluide à travers une surface donnée est égal au double produit de sa masse volumique ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$) par sa vitesse d'écoulement ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$), par l'aire de la surface traversée (m^2).