

Sommaire

Premier semestre

Logique – Raisonnement

1	Démontrer une implication ou une équivalence	13
2	Raisonnement par contraposée ou par l'absurde	16
3	Raisonnement par analyse-synthèse	20
4	Raisonnement par récurrence simple, multiple ou forte	24

Sommes et produits

5	Calculer une somme à l'aide de sommes de référence	29
6	Effectuer un changement d'indice dans une somme	33
7	Calculer une somme télescopique	36
8	Majorer, minorer, encadrer une somme	40
9	Utiliser la formule du binôme de Newton	44
10	Calculer une somme double	48
11	Calculer un produit	52
12	Manipuler les factorielles et les coefficients binomiaux	56

Systemes linéaires

13	Résoudre un système, paramétré ou non, par la méthode du pivot de Gauss-Jordan	60
----	--	----

Calculs complexes et trigonométrie

14	Manipuler forme algébrique et forme exponentielle d'un complexe	64
15	Montrer qu'un complexe est réel ou imaginaire pur	68
16	Linéariser un produit de cosinus et sinus avec les formules d'Euler	71
17	Exprimer $\cos(nx)$ et $\sin(nx)$ en fonction de $\cos(x)$ et $\sin(x)$	75
18	Résoudre une équation ou une inéquation trigonométrique	78
19	Résoudre une équation du second degré	82
20	Calculer et manipuler les racines n -ièmes d'un complexe	86
21	Utiliser les complexes pour simplifier des sommes de réels	90
22	Résoudre des problèmes de colinéarité, d'alignement, de parallélisme	93

23	Résoudre des problèmes d'orthogonalité	97
24	Étudier des transformations complexes et les composer	101

Calculs réels

25	Établir une égalité	105
26	Établir une inégalité	108
27	Résoudre une équation avec des valeurs absolues ou des radicaux	112
28	Résoudre une inéquation avec des valeurs absolues ou des radicaux	116
29	Manipuler la partie entière	120

Fonctions : généralités

30	Déterminer l'ensemble de définition d'une fonction	123
31	Déterminer les variations d'une fonction	126
32	Montrer qu'une fonction est paire/impaire	130
33	Montrer qu'une fonction est périodique	133
34	Manipuler les fonctions circulaires réciproques	136

Équations différentielles

35	Trouver des primitives	140
36	Résoudre une équation différentielle (ED) homogène d'ordre 1	144
37	Résoudre une ED linéaire d'ordre 1 à coefficients constants	147
38	Résoudre une ED linéaire d'ordre 1 par variation de la constante	149
39	Résoudre une ED linéaire d'ordre 2 à coefficients constants	153

Suites usuelles

40	Étudier une suite arithmético-géométrique	157
41	Étudier une suite récurrente linéaire d'ordre 2	160
42	Étudier une suite récurrente du type $u_{n+1} = f(u_n)$	163
43	Étudier une suite implicite	167

Suites réelles : généralités

44	Déterminer la limite d'une suite avec la définition	171
45	Calculer une limite indéterminée	174
46	Utiliser les théorèmes de limite monotone	177
47	Utiliser le théorème des suites adjacentes	181
48	Déterminer une limite par encadrement ou comparaison	184

Fonctions : limites, continuité

49	Lever une forme indéterminée	187
50	Calculer une limite	191
51	Montrer qu'une droite est asymptote à une courbe	194
52	Montrer qu'une fonction est ou n'est pas continue en un point	197

Fonctions : dérivabilité

53	Montrer qu'une fonction est dérivable en un point	201
54	Calculer la dérivée d'une fonction composée	205
55	Calculer la dérivée d'une fonction réciproque	209
56	Utiliser la formule de Leibniz	212
57	Mettre en œuvre le théorème des valeurs intermédiaires	215
58	Mettre en œuvre le théorème de la bijection	219
59	Mettre en place le théorème de Rolle	222
60	Mettre en place le théorème des accroissements finis	225
61	Utiliser l'inégalité des accroissements finis	228

Équivalence et négligeabilité

62	Montrer que des suites ou des fonctions sont équivalentes	231
63	Montrer qu'une fonction ou une suite est négligeable ou dominée par une autre	234

Développements limités

64	Utiliser la formule de Taylor-Young	238
65	Déterminer le développement limité d'un produit	242
66	Déterminer le développement limité d'un quotient	245
67	Déterminer le développement limité d'une composée	249
68	Utiliser les développements limités	252

Arithmétique

69	Trouver le PGCD et le PPCM de deux entiers	256
70	Établir une relation de Bézout	260
71	Résoudre une équation diophantienne	264
72	Manipuler les congruences	268

Polynômes

73	Pratiquer la division euclidienne de polynômes	272
74	Factoriser un polynôme dans $\mathbb{C}[X]$	276
75	Factoriser un polynôme dans $\mathbb{R}[X]$	280
76	Montrer qu'un polynôme est nul	284
77	Trouver le PGCD de deux polynômes	287
78	Montrer que deux polynômes sont premiers entre eux	290

Fractions rationnelles

79	Décomposer une fraction rationnelle en éléments simples	294
----	---	-----

Deuxième semestre

Espaces vectoriels

80	Montrer qu'un vecteur est combinaison linéaire d'autres vecteurs	301
81	Montrer qu'un ensemble est un sous-espace vectoriel	305
82	Montrer qu'un ensemble est un sous-espace vectoriel engendré	308
83	Montrer qu'une famille est libre (ou liée)	311
84	Montrer qu'une famille est une base d'un espace vectoriel	315
85	Utiliser le théorème de la base incomplète	318
86	Extraire une base d'une famille génératrice	321
87	Calculer le rang d'une famille de vecteurs	325
88	Calculer la dimension de la somme de deux sous-espaces vectoriels	329
89	Montrer qu'une somme de deux sous-espaces est directe	333
90	Montrer que deux sous-espaces sont supplémentaires	336
91	Montrer qu'une somme d'au moins trois sous-espaces est directe	340
92	Montrer qu'un espace vectoriel est somme directe d'au moins trois sous-espaces	344

Calcul matriciel

93	Effectuer les opérations de base sur les matrices	348
94	Multiplier deux matrices par blocs	352
95	Calculer la puissance n -ième d'une matrice	357
96	Montrer qu'une matrice carrée est inversible et déterminer son inverse	361

Applications linéaires

97	Montrer qu'une application est linéaire	366
98	Déterminer la matrice d'une application linéaire	370
99	Déterminer le noyau d'une application linéaire	376
100	Déterminer l'image et le rang d'une application linéaire	380
101	Utiliser le théorème du rang	384
102	Montrer qu'une application linéaire est bijective	388
103	Trouver le rang d'une matrice	393
104	Caractériser un projecteur	396
105	Caractériser une symétrie	401

Déterminants

106	Décomposer une permutation en produit de cycles	406
107	Calculer un déterminant par opérations sur les lignes ou les colonnes	409
108	Calculer un déterminant par développement ou par blocs	412
109	Utiliser le déterminant pour étudier l'inversibilité d'une matrice	417

Espaces préhilbertiens réels

110	Montrer qu'une application est un produit scalaire	421
111	Calculer la norme d'un vecteur	425
112	Utiliser l'inégalité de Cauchy-Schwarz	429
113	Montrer que deux sous-espaces sont orthogonaux	433
114	Orthonormaliser une famille libre	436
115	Minimiser une distance par projection orthogonale	440
116	Caractériser une isométrie vectorielle	443
117	Montrer qu'une matrice est orthogonale	447

Intégration sur un segment

118	Trouver des primitives de fonctions composées	451
119	Effectuer un changement de variable	454
120	Faire une intégration par parties	457
121	Reconnaître et utiliser une somme de Riemann	460
122	Étudier une intégrale fonction de sa borne supérieure	463
123	Étudier une suite intégrale	467
124	Écrire et utiliser la formule de Taylor avec reste intégral	471

Séries

125	Étudier la convergence d'une série à l'aide des sommes partielles	474
126	Étudier la nature d'une série à termes positifs	478
127	Étudier une suite à l'aide d'une série	481
128	Étudier l'absolue convergence d'une série	484

Dénombrément

129	Dénombrer un ensemble fini	487
130	Dénombrer des listes	491

Probabilités

131	Calculer la probabilité d'une intersection finie	495
132	Calculer la probabilité d'une réunion finie	499
133	Appliquer la formule des probabilités totales	504
134	Utiliser la formule de Bayes	508

Variables aléatoires discrètes

135	Déterminer la loi d'une variable aléatoire discrète	513
136	Reconnaître une loi uniforme	518
137	Reconnaître une loi binomiale	521
138	Calculer l'espérance d'une variable aléatoire finie	525
139	Utiliser le théorème de transfert	530
140	Calculer la variance et l'écart type d'une variable aléatoire finie	534
141	Utiliser les inégalités de Markov et de Bienaymé-Tchebychev	538
142	Déterminer la loi d'un couple	542
143	Déterminer une loi marginale	547
144	Calculer la covariance de deux variables aléatoires	552
145	Utiliser la covariance	557