

Table des matières

Introduction	3
1 Espace de Mal'cev	11
1.1 Loi de Mal'cev	11
1.2 Relation d'équivalence de Chasles	13
1.3 Direction d'un espace de Mal'cev	14
1.4 Espace de Mal'cev et action de groupe	16
1.5 Morphisme de Mal'cev	17
1.6 Exercices	20
2 Construction d'espaces de Mal'cev	21
2.1 Sous-espace de Mal'cev	21
2.1.1 Sous-espace	21
2.1.2 Parallélisme et "Postulat d'Euclide"	24
2.2 Produit d'espaces de Mal'cev	25
2.2.1 Espace produit	25
2.2.2 Propriété universelle de l'espace produit	26
2.3 Espace Mal'cev quotient	27
2.3.1 Espace quotient	27
2.3.2 Propriété universelle du quotient de Mal'cev	30
2.4 Exercices	31
3 \mathbb{K}-espace affine	35
3.1 Structure affine	35
3.2 Barycentre	38
3.2.1 Point massique, système massique	38
3.2.2 Fonction de Leibniz d'un système massique	40
3.2.3 Barycentre	41

3.2.4	Propriétés du barycentre	43
3.2.5	Systèmes massiques autarciques	44
3.2.6	Exercices sur le barycentre	46
3.3	Construction d'espaces affines	47
3.3.1	Sous-espace affine, variété linéaire affine.	48
3.3.2	Enfin de la géométrie affine.	50
3.3.3	Espace affine produit	53
3.3.4	Propriété universelle du produit d'espaces affines	54
3.3.5	Espace affine quotient	56
3.3.6	Propriété universelle du quotient affine	58
3.3.7	Le théorème de Thalès	59
3.4	Applications affines	62
3.4.1	Principales propriétés	62
3.4.2	“Postulat d'Euclide” pour les applications affines	62
3.5	Exercices	64
4	Le groupe affine	81
4.1	Endomorphisme affine	81
4.2	Automorphisme affine	84
4.2.1	Automorphisme	84
4.2.2	Translation	84
4.3	Le sous-groupe des dilatations	86
4.3.1	Dilatation	86
4.3.2	Homothétie affine	88
4.4	Loi du groupe $\mathcal{Dil}(X)$	94
4.5	Exercices	97
5	Base affine et équation homogène	105
5.1	Repère affine	105
5.2	Repère affine et application affine	111
5.3	Equation des hyperplans affines	112
5.4	Propriété universelle de l'espace $\mathbb{K}_1(X)$	115
5.5	Exercices	117
6	Convexité	123
6.1	Ensemble convexe	123
6.2	Le théorème de Helly	125
6.3	Somme de Minkowski	126

6.4	Exercices	127
7	Appendice	129
7.1	Ensemble	129
7.1.1	Partie d'un ensemble	130
7.1.2	Ensemble produit	131
7.1.3	Ensemble quotient	133
7.2	Groupe	139
7.2.1	Sous-groupe	140
7.2.2	Groupe produit	141
7.2.3	Groupe quotient	142
7.2.4	Action de groupe	146
7.3	\mathbb{K} -espace vectoriel	148
7.3.1	Sous-espace vectoriel	150
7.3.2	Espace vectoriel produit	150
7.3.3	Espace vectoriel quotient	154
7.3.4	Propriété universelle de $\mathbb{K}(X)$	157
7.3.5	Familles libres, génératrices ; bases	159
7.3.6	Le groupe linéaire	161
7.3.7	Espace vectoriel et extension de corps	164
	Index	167