

# TABLE DES MATIERES

## Introduction :

Un peu d'histoire, les domaines d'application, plan de l'ouvrage	1
--	---

## Chapitre I : Espaces de probabilités

### A - Rappels de cours

1. Construction de l'espace de probabilités	3
2. La probabilité uniforme	3
3. Indépendance et incompatibilité	4
4. Probabilités conditionnelles	4
5. Les formules utiles sur les probabilités	4
6. Introduction aux processus aléatoires	5

### B – Applications

1. Sur l'extension de la probabilité uniforme dans les espaces continus	6
1.1 <i>Le problème de l'aiguille de BUFFON</i>	6
1.2 <i>Un exercice simple utilisant la probabilité uniforme</i>	7
2. Comment utiliser les formules sur les probabilités ?	8
2.1 <i>De la différence entre indépendance et incompatibilité</i>	8
2.2 <i>Une évaluation probabiliste de e</i>	9
3. Portée pratique des formules de BAYES et des probabilités totales	10
3.1 <i>Valeur diagnostique d'un test de dépistage</i>	10
3.2 <i>Un exercice de méthodologie probabiliste</i>	11
3.3 <i>Probabilités conditionnelles et arbres de probabilités</i>	12
4. Les premiers exemples de processus aléatoires	13
4.1 <i>Les aléas de la transmission de l'information</i>	13
4.2 <i>Un exemple de chaîne de MARKOV appliqué à une étude de marché</i>	15

C – Exercices complémentaires	16
-------------------------------	----

## Chapitre II : Variables aléatoires et lois de probabilités

### A - Rappels de cours

1. Définition des variables aléatoires et classification	23
2. Loi de probabilité	23
3. Cas des vecteurs aléatoires	24
4. Les lois de probabilités discrètes les plus courantes	24
5. Les lois de probabilités continues les plus courantes	26
6. Propriétés de convergence entre lois fondamentales	27
7. Un exemple de processus fondamental, le processus de POISSON	28
8. Autres fonctions pouvant caractériser les variables aléatoires	29
9. Fonctions de variables aléatoires	30
10. Au sujet des couples de variables aléatoires	31
11. Des exemples classiques de sommes de variables aléatoires indépendantes	32

**B – Applications**

1. Quelques exemples d'application sur lois discrètes et leurs convergences	33
1.1 <i>Approximation de la loi binomiale par la loi de POISSON</i>	33
1.2 <i>Loi binomiale et formule de BAYES</i>	33
1.3 <i>Les lois géométrique et binomiale négative</i>	34
1.4 <i>La loi hypergéométrique</i>	35
2. Deux applications autour du processus de POISSON	36
2.1 <i>Effacements dans un processus de POISSON</i>	36
2.2 <i>Le processus de naissance et de mort</i>	37
3. La simulation des variables aléatoires	40
3.1 <i>Quelques illustrations de la méthode de la transformation inverse</i>	40
3.2 <i>Simulation de la loi de BERNOULLI et applications</i>	42
3.3 <i>Deux activités proposées autour de la méthode de MONTE-CARLO</i>	44
3.4 <i>Simulation de la loi normale</i>	45
4. Lois de l'inf $X_i$ et de sup $X_i$	49
4.1 <i>Un exemple élémentaire portant sur des variables aléatoires discrètes</i>	49
4.2 <i>Un exemple portant sur la loi uniforme</i>	50
4.3 <i>Un exemple sur la loi exponentielle utile en théorie de la fiabilité</i>	52
5. A propos de quelques lois usitées en statistique	56
5.1 <i>La loi du chi-deux</i>	56
5.2 <i>La loi de STUDENT-FISHER</i>	59
6. Fonctions génératrices et sommes de variables aléatoires indépendantes	62
6.1 <i>Somme de lois binomiales</i>	62
6.2 <i>Somme de lois de POISSON</i>	62
6.3 <i>Somme de lois de GAUSS</i>	63
<b>C – Exercices complémentaires</b>	64

**Chapitre III : Paramètres représentatifs des variables aléatoires****A - Rappels de cours**

1. Paramètres de position d'une variable aléatoire	73
2. Propriétés de l'espérance mathématique	74
3. Espérance conditionnelle	75
4. Moments d'ordre h	75
5. Norme d'une variable aléatoire et paramètres de dispersion	75
6. Propriétés de la variance	77
7. Droite de régression et coefficient de corrélation	78
8. Espérance et variance des lois les plus usuelles	80

**B – Applications**

1. Moments d'ordre h et fonctions génératrices (ou caractéristiques)	82
1.1 <i>Fonctions génératrices et moments pour des variables discrètes</i>	82
1.2 <i>Fonctions caractéristiques et moments pour des variables continues</i>	83
2. Quelques exemples de calculs sur espérances, variances, covariances	86
2.1 <i>Lois discrètes et indépendance</i>	86
2.2 <i>Lois continues et indépendance</i>	88
2.3 <i>Lois conditionnelles et espérances conditionnelles</i>	88

2.4 Fonctions génératrices sur $N^2$ , lois conditionnelles, moments	89
3. Coefficient de corrélation, droite de régression, et statistique	96
3.1 <i>Le problème de la corrélation affine entre n variables</i>	96
3.2 <i>Régression linéaire et série statistique simple</i>	99
3.3 <i>Régression linéaire et série statistique double</i>	101
4. Espérance mathématique et gestion	102
4.1 <i>Une initiation au renouvellement préventif</i>	102
4.2 <i>Un exercice de gestion de stock</i>	106
4.3 <i>Comment viser le bon tirage dans l'édition d'un quotidien ?</i>	108
4.4 <i>Un autre exercice de gestion de stock</i>	109
5. Introduction à la théorie des files d'attente	110
5.1 <i>Exemple d'une file d'attente à un serveur</i>	111
5.2 <i>Un cas de file d'attente à un serveur et à accès limité</i>	116
5.3 <i>Le modèle classique du système à S serveurs</i>	118
5.4 <i>Une formule bien connue des téléphonistes, la formule d'ERLANG</i>	122
5.5 <i>Un exercice de gestion courant en milieu industriel</i>	122
6. Quelques exemples de processus aléatoires dits « du second ordre »	125
6.1 <i>Le signal des télégraphistes</i>	125
6.2 <i>Le processus sinusoïdal à phases uniformément réparties</i>	128
<b>C – Exercices complémentaires</b>	130

## Chapitre IV : La loi normale

### A - Rappels de cours

1. Définition	155
2. Loi normale centrée réduite	156
3. Stabilité de la loi normale par rapport à l'addition	157
4. Propriétés de convergence vers la loi normale	157
5. La loi log - normale	159

### B – Applications

1. Familiarisation avec la loi normale et l'usage des tables de valeurs	160
1.1 <i>Un exemple élémentaire portant sur l'usage des tables</i>	160
1.2 <i>Une méthode d'ajustement graphique « la droite de HENRY »</i>	161
1.3 <i>Une application classique ou « comment décoller ? »</i>	163
1.4 <i>La loi log - normale généralisée</i>	165
1.5 <i>La loi log- normale et la littérature française</i>	168
2. Autour de la convergence de la loi binomiale vers la loi normale	169
2.1 <i>La planche de GALTON</i>	170
2.2 <i>Estimation d'une proportion</i>	173
2.3 <i>Risque de dépareiller des pièces détachées en réparation automobile</i>	176
2.4 <i>Une introduction au contrôle de qualité</i>	179
3. Le théorème central - limite et ses applications	184
3.1 <i>La démonstration du théorème</i>	184
3.2 <i>Un « faux ami » de la loi normale : la loi de CAUCHY</i>	185
3.3 <i>Le distributeur de billets de banque</i>	190
3.4 <i>Un exemple de mouvement brownien</i>	191

---

<b>C – Exercices complémentaires</b>	194
--------------------------------------	-----

**Annexes**

Table des valeurs de la loi de POISSON	208
Table des valeurs de la loi normale centrée réduite	209
Table des valeurs de la loi de STUDENT-FISHER	210

**Index**

Index alphabétique	211
--------------------	-----