

Les sommes algébriques

Quand tous les nombres sont positifs, on effectue la somme des nombres et le résultat porte le signe +.

$$A = 3 + 7 + 2 + 9$$

$$A = 21$$

Quand tous les nombres sont négatifs, on effectue toujours la somme des nombres et le résultat porte le signe -.

$$B = -2 - 9 - 7 - 4$$

$$B = -(2 + 9 + 7 + 4)$$

$$B = -22$$

La valeur absolue d'un nombre est égale à ce nombre avec toujours un signe positif.

Quand on effectue la somme algébrique de deux nombres opposés, on retranche la plus petite valeur absolue à la plus grande valeur absolue. On place le signe de la plus grande valeur absolue au résultat.

$$C = 18 - 3$$

$$C = +18 - 3$$

$$C = +15$$

$$C = 15$$

$$D = -9 + 8$$

$$D = -(9 - 8)$$

$$D = -1$$

En présence de nombres positifs et négatifs :

- On regroupe les nombres positifs ;
- On regroupe les nombres négatifs ;
- On fait la somme de tous les nombres positifs ;
- On fait la somme de tous les nombres négatifs ;
- On fait la différence des deux derniers résultats.

$$E = -5 - 2 + 3 + 4 - 6 - 9 + 8$$

$$E = +3 + 4 + 8 - 5 - 2 - 6 - 9$$

$$E = +15 - 22$$

$$E = -(22 - 15)$$

$$E = -7$$

La règle des signes

Un signe + devant une parenthèse ne modifie pas le contenu de la parenthèse.

$$A = +(-7 + 2x)$$
$$A = -7 + 2x$$

Un signe - devant une parenthèse fait changer tous les signes dans la parenthèse.

$$B = -(3 - 8y)$$
$$B = -3 + 8y$$

En présence de parenthèses et de crochets, ces mêmes règles s'appliquent d'abord sur les parenthèses puis sur les crochets.

$$C = -2 + [1 - (3 - 4x)]$$

↑ Ce signe - change tous les signes dans la parenthèse.

$$C = -2 + (1 - 3 + 4x)$$

↑ Ce signe + ne change pas le contenu du crochet.

$$C = -2 + 1 - 3 + 4x$$
$$C = -4 + 4x$$

$$D = 7x - [3x - (1 - 2x)]$$

↑ Ce signe - change tous les signes dans la parenthèse.

$$D = 7x - (3x - 1 + 2x)$$

↑ Ce signe - change tous les signes dans la parenthèse.

$$D = 7x - 3x + 1 - 2x$$
$$D = 7x - 3x - 2x + 1$$
$$D = 2x + 1$$

Exercices d'entraînement

Simplifier les expressions :

Exercice n° 1 :

$$A = -7x + (3x - 7) - (1 - 4x)$$

Exercice n° 2 :

$$B = -3y - [-3 + 2y - (-2 - 9y)]$$

Exercice n° 3 :

$$C = 7z - [-(-2z + 3) + (7 - 3z)]$$

Exercice n° 4 :

$$D = 3x - (2 - 3y + 2x) - [-3y + 2x - (1 - 5x)]$$

Exercice n° 5 :

$$E = -5x + (-2 - 3y) - [z - (2x - 3y) + (-5 - 4z)]$$

Exercice n° 6 :

$$F = +3x - (-2y - 3z) + [3x - (1 - 2z) - 4y] - (1 - 3z + 2y)$$

Exercice n° 7 :

$$G = -(2 - 3x) - [2y - (1 + 2z) - (-3z + 2x)] - [1 - (6x - 5)]$$

Exercice n° 8 :

$$H = -[-(-2 - 3x) - (6 - 4y) + (-5 - 2z) - 1] - (1 - 2x)$$

Exercice n° 9 :

$$I = -3z + (-5 + 2x) - [-z + (z - 3x) - (3y - 1)] - (-2x - 5y) + 4z$$

Exercice n° 10 :

$$J = 9z - [-3x + (-7 - 2y) - (-8z + 7x) - (-5x - 3z - 7y)] - (-6x)$$

Corrigé des exercices

Corrigé de l'exercice n° 1 :

$$A = -7x + (3x - 7) - (1 - 4x)$$

$$A = -7x + 3x - 7 - 1 + 4x$$

$$A = -7x + 3x + 4x - 7 - 1$$

$$A = -7x + 7x - 8$$

$$A = -8$$

Corrigé de l'exercice n° 2 :

$$B = -3y - [-3 + 2y - (-2 - 9y)]$$

$$B = -3y - (-3 + 2y + 2 + 9y)$$

$$B = -3y + 3 - 2y - 2 - 9y$$

$$B = +3 - 2 - 3y - 2y - 9y$$

$$B = 1 - 14y$$

Corrigé de l'exercice n° 3 :

$$C = 7z - [-(-2z + 3) + (7 - 3z)]$$

$$C = 7z - (+2z - 3 + 7 - 3z)$$

$$C = 7z - 2z + 3 - 7 + 3z$$

$$C = 7z - 2z + 3z + 3 - 7$$

$$C = 8z - 4$$

Corrigé de l'exercice n° 4 :

$$D = 3x - (2 - 3y + 2x) - [-3y + 2x - (1 - 5x)]$$

$$D = 3x - 2 + 3y - 2x - (-3y + 2x - 1 + 5x)$$

$$D = 3x - 2 + 3y - 2x + 3y - 2x + 1 - 5x$$

$$D = 3x - 2x - 2x - 5x + 3y + 3y - 2 + 1$$

$$D = -6x + 6y - 1$$

Corrigé de l'exercice n° 5 :

$$E = -5x + (-2 - 3y) - [z - (2x - 3y) + (-5 - 4z)]$$

$$E = -5x - 2 - 3y - (z - 2x + 3y - 5 - 4z)$$

$$E = -5x - 2 - 3y - z + 2x - 3y + 5 + 4z$$

$$E = -5x + 2x - 3y - 3y - z + 4z - 2 + 5$$

$$E = -3x - 6y + 3z + 3$$

Corrigé de l'exercice n° 6 :

$$F = +3x - (-2y - 3z) + [3x - (1 - 2z) - 4y] - (1 - 3z + 2y)$$

$$F = 3x + 2y + 3z + (3x - 1 + 2z - 4y) - 1 + 3z - 2y$$

$$F = 3x + 2y + 3z + 3x - 1 + 2z - 4y - 1 + 3z - 2y$$

$$F = 3x + 3x - 2y - 4y - 2y + 3z + 2z + 3z - 1 - 1$$

$$F = 6x - 4y + 8z - 2$$

Corrigé de l'exercice n° 7 :

$$G = -(2 - 3x) - [2y - (1 + 2z) - (-3z + 2x)] - [1 - (6x - 5)]$$

$$G = -2 + 3x - (2y - 1 - 2z + 3z - 2x) - (1 - 6x + 5)$$

$$G = -2 + 3x - 2y + 1 + 2z - 3z + 2x - 1 + 6x - 5$$

$$G = 3x + 2x + 6x - 2y + 2z - 3z - 2 - 1 - 1 - 5$$

$$G = 11x - 2y - z - 7$$

Corrigé de l'exercice n° 8 :

$$H = -[-(-2 - 3x) - (6 - 4y) + (-5 - 2z) - 1] - (1 - 2x)$$

$$H = -(2 + 3x - 6 + 4y - 5 - 2z - 1) - 1 + 2x$$

$$H = -2 - 3x + 6 - 4y + 5 + 2z + 1 - 1 + 2x$$

$$H = -3x + 2x - 4y + 2z - 2 + 6 + 5 - 1 - 1$$

$$H = -x - 4y + 2z - 2 + 11$$

$$H = -x - 4y + 2z + 9$$

Corrigé de l'exercice n° 9 :

$$I = -3z + (-5 + 2x) - [-z + (z - 3x) - (3y - 1)] - (-2x - 5y) + 4z$$

$$I = -3z - 5 + 2x - (-z - z - 3x - 3y + 1) + 2x + 5y + 4z$$

$$I = -3z - 5 + 2x + 3x + 3y - 1 + 2x + 5y + 4z$$

$$I = 2x + 3x + 2x + 3y + 5y - 3z + 4z - 5 - 1$$

$$I = 7x + 8y + z - 6$$

Corrigé de l'exercice n° 10 :

$$J = 9z - [-3x + (-7 - 2y) - (-8z + 7x) - (-5x - 3z - 7y)] - (-6x)$$

$$J = 9z - (-3x - 7 - 2y + 8z - 7x + 5x + 3z + 7y) + 6x$$

$$J = 9z + 3x + 7 + 2y - 8z + 7x - 5x - 3z - 7y + 6x$$

$$J = 3x + 7x - 5x + 6x + 2y - 7y + 9z - 8z - 3z + 7$$

$$J = 11x - 5y - 2z + 7$$

Les puissances d'un nombre

Quelques définitions :

$$a^2 = a \times a$$

$$b^4 = b \times b \times b \times b$$

$$c^7 = c \times c \times c \times c \times c \times c \times c$$

$$7^2 = 7 \times 7 = 49$$

$$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$$

$$2^7 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 128$$

Quelques règles :

$$a \neq 0 ; a^0 = 1$$

$$1^n = 1$$

$$a^n \times a^m = a^{n+m}$$

$$a^n \times b^n = (a \times b)^n$$

$$(a^n)^m = a^{n \times m}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a \geq 0 ; \sqrt{a^{2n}} = a^n$$

$$3^0 = 1 ; 7^0 = 1 ; (-8)^0 = 1 ; 2,51^0 = 1$$

$$1^7 = 1 ; 1^{-3} = 1 ; 1^0 = 1$$

$$7^2 \times 7^3 = 7^{2+3} = 7^5$$

$$6^5 \times 10^5 = (6 \times 10)^5 = 60^5$$

$$(9^2)^4 = 9^{2 \times 4} = 9^8$$

$$5^{-3} = \frac{1}{5^3}$$

$$\sqrt{5^6} = 5^{6 \div 2} = 5^3$$

Règle des signes avec les puissances :

Un nombre positif élevé à une puissance entière est toujours positif.

$$3^4 = 81 ; 2^{-1} = \frac{1}{2^1} = \frac{1}{2} = 0,5$$

Un nombre négatif élevé à une puissance paire est toujours positif.

$$(-2)^4 = 2^4 ; (-5)^6 = 5^6 ; (-2,5)^{-8} = 2,5^{-8}$$

Un nombre négatif élevé à une puissance impaire est toujours négatif.

$$(-2)^5 = -2^5 ; (-5)^7 = -5^7 ; (-2,5)^{-3} = -2,5^{-3}$$

Les priorités des opérations

Dans une expression de calcul où les quatre opérations élémentaires sont utilisées ainsi que les puissances d'un nombre, il faut appliquer des règles de priorité dans les opérations. Dans un calcul, la priorité est imposée par les parenthèses. En absence de celles-ci, voici les règles qui s'appliquent.

- On effectue d'abord les calculs des puissances ;
- On place ensuite des parenthèses autour des multiplications et des divisions ;
- On effectue les calculs dans les parenthèses ;
- On termine l'exercice en calculant la somme algébrique obtenue.

Exemple n° 1 :

$$A = 2^3 + 3^2$$

$$A = 8 + 9$$

$$A = 17$$

$$B = 2^3 \times 3^2$$

$$B = 8 \times 9$$

$$B = 72$$

$$C = 4^2 \div 2^3$$

$$C = 16 \div 8$$

$$C = 2$$

Exemple n° 2 :

$$D = 3 + 2 \times 5$$

$$D = 3 + (2 \times 5)$$

$$D = 3 + 10$$

$$D = 13$$

$$E = 9 \div 2 + 1 - 1,5 \times 3 - 2$$

$$E = (9 \div 2) + 1 - (1,5 \times 3) - 2$$

$$E = 4,5 + 1 - 4,5 - 2$$

$$E = \cancel{4,5} - \cancel{4,5} + 1 - 2$$

$$E = -1$$

Exemple n° 3 :

$$F = 3^2 + 2^3 \times 1^5$$

$$F = 9 + 8 \times 1$$

$$F = 9 + 8$$

$$F = 17$$

$$G = (-2)^3 - 3^3 \div 9 \times 2 - 1^4$$

$$G = -2^3 - 3^3 \div 9 \times 2 - 1^4$$

$$G = -8 - 27 \div 9 \times 2 - 1$$

$$G = -8 - (27 \div 9) \times 2 - 1$$

$$G = -8 - 3 \times 2 - 1$$

$$G = -8 - 6 - 1$$

$$G = -15$$