

# NOMBRES ENTIERS ET DÉCIMAUX

## A- DÉFINITION

- L'ensemble  $\mathbb{N}$  désigne l'ensemble des entiers naturels.  
 $\mathbb{N} = \{0 ; 1 ; 2 ; 3 ; \dots\}$ .
- L'ensemble  $\mathbb{Z}$  désigne l'ensemble des entiers relatifs.  
 $\mathbb{Z} = \{ \dots - 3 ; - 2 ; - 1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; \dots\}$ .
- L'ensemble  $\mathbb{D}$  désigne l'ensemble des décimaux.  
Un nombre décimal est un nombre qui peut s'écrire comme le quotient d'un entier relatif par une puissance de 10.  
La partie entière d'un nombre décimal est le nombre situé à gauche de la virgule et la partie décimale est le nombre situé à droite de la virgule.
- Un ensemble muni d'une étoile est cet ensemble privé de 0. Ainsi  $\mathbb{Z}^*$  désigne l'ensemble des entiers relatifs sauf 0. On le note aussi  $\mathbb{Z} \setminus \{0\}$ .

## B- COMMENT NOMMER UN NOMBRE

- On le découpe en tranches de 3 chiffres à partir de la droite.

Milliards			Millions			Mille			Unités		
	1	3	8	3	6	1	2	4	5	3	7

Le nombre se lit : « Treize milliards huit cent trente-six millions cent vingt quatre mille cinq cent trente-sept ».

- Pour nommer un nombre décimal, on nomme d'abord la partie entière puis on lit la partie décimale à partir de la gauche.

Unités	Dixièmes	Centièmes	millièmes
2,	7	8	9

Le nombre  $\underbrace{2}_{\text{Partie entière}}, \underbrace{789}_{\text{Partie décimale}}$  se lit « deux *virgule* sept cent quatre-vingt neuf »  
ou « deux unités et sept cent quatre-vingt neuf millièmes ».

## C- COMMENT COMPARER DEUX NOMBRES

Pour comparer deux nombres décimaux :

- on compare leurs parties entières ;
- si leurs parties entières sont égales alors on compare leurs chiffres des dixièmes ;
- si leurs chiffres des dixièmes sont égaux alors on compare leurs chiffres des centièmes ;
- et ainsi de suite jusqu'à ce que les deux nombres aient des chiffres différents.

**ESSENTIEL**

EXEMPLES

VRAI – FAUX QCM

EXERCICES

**EXEMPLE 1**

Ranger les nombres suivants dans l'ordre croissant :  
 7,51 ; 11,235 ; 7,502 ; 0,24 ; 7,5 ; 7,4 ; 1,4 ; 7,7 ; 7,05 ; 7,58 ; 7,69.

**SOLUTION**

On compare les parties entières. La plus petite est 0, puis 1, puis 7 et enfin 11.  
 Dans l'ordre, on a donc 0,24 ; 1,4 ; les nombres qui commencent par 7 et 11,235.

Il suffit alors de classer les nombres de partie entière 7 :

7,51 ; 7,502 ; 7,5 ; 7,4 ; 7,7 ; 7,05 ; 7,58 et 7,69.

Pour les classer, on compare les chiffres des dixièmes, puis les chiffres des centièmes, etc (si nécessaire).

Ainsi le plus petit chiffre des dixièmes est 0, puis 4, puis 5, puis 6 et enfin 7.  
 7,51 ; 7,502 ; 7,5 ; 7,58 ont la même partie entière 7 et le même chiffre des dixièmes 5.

Pour les classer, on compare les chiffres des centièmes et ainsi de suite. On a donc :  
 $0,24 < 1,4 < 7,05 < 7,4 < 7,5 < 7,502 < 7,51 < 7,58 < 7,69 < 7,7 < 11,235$ .

⚠ Lorsque les nombres n'ont pas le même nombre de décimales on rajoute des 0 à droite : ainsi  $7,5 = 7,500$ .

**EXEMPLE 2**

Effectuer les opérations suivantes sans calculatrice :  
 A =  $645,42 + 30,49$  ; B =  $876,5 \times 0,37$  ; C =  $246,5 \div 58$ .

**SOLUTION**

⚠ Revoir vos tables de multiplication avant de faire les calculs.

$$\begin{array}{r} 645,42 \\ + 30,49 \\ \hline 675,91 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 876,5 \\ \times 0,37 \\ \hline 61355 \end{array} \rightarrow 8765 \times 7$$

$$262950 \rightarrow 8765 \times 30$$

$$\begin{array}{r} 324,305 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 246,50 \\ - 232 \\ \hline 145 \\ - 116 \\ \hline 290 \\ - 290 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} 58 \\ \hline 4,25 \end{array}$$

Pour positionner la virgule on compte le nombre total de chiffres dans les parties décimales. Ainsi il y a 1 chiffre dans 876,5 et 2 dans 0,37 soit 3 chiffres en tout.

On place alors la virgule à 3 chiffres à partir de la droite.

ESSENTIEL	EXEMPLES	VRAI – FAUX QCM	EXERCICES
-----------	----------	-----------------	-----------

**N° 1 VRAI - FAUX**

Répondre par Vrai ou par Faux :

1)

a)	$\frac{3}{0,5} = 6.$	V	F
b)	$\frac{7,3}{100} = 0,73.$	V	F
c)	Diviser par 0,1 revient à multiplier par 10.	V	F
d)	Diviser par 10 revient à multiplier par 0,1.	V	F

2)

a)	$-1,27 < -1,33.$	V	F
b)	$7,02 > 7,1.$	V	F
c)	Dans 1,02 ; 2 est le chiffre des dixièmes.	V	F
d)	Le nombre entier le plus proche de 3,53 est 4.	V	F
e)	Le nombre entier le plus proche de $-2,76$ est $-2.$	V	F

**N° 2 QCM**

1) Compléter la multiplication suivante :

$$\begin{array}{r}
 25,65 \\
 \times 19,6 \\
 \hline
 153a0 \\
 230b5 \\
 2565 \\
 \hline
 502,c40
 \end{array}$$

**1**  $a = 9, b = 8$  et  $c = 7$

**2**  $a = 6, b = 7$  et  $c = 6$

**3**  $a = 9, b = 8$  et  $c = 4$

**4**  $a = 7, b = 8$  et  $c = 9$

2) Diviser 6,3 par 0,09 revient à diviser :

**1** 63 par 9

**2** 63 par 90

**3** 630 par 9

**4** 630 par 900

3) Le nombre  $A = (2,8 \times 5 + 3) \times 6 - 4$  est égal à :

**1** 130,4

**2** 98

**3** 34

**4** 40

ESSENTIEL	EXEMPLES	<b>VRAI - FAUX QCM</b>	EXERCICES
-----------	----------	------------------------	-----------

**N° 1 LA COMPARAISON**

CORRIGÉ PAGE 113

Compléter ... par &lt; ou &gt; :

1. a)  $-17,32 \dots -9,5$  ; b)  $-0,913 \dots -0,914$  ; c)  $134,56 \dots 134,556$ .  
 2. a)  $-7,81 \dots -7,081$  ; b)  $-1,307 \dots -1,308$  ; c)  $21,123 \dots 21,213$ .  
 3. a)  $16,73 \dots -16,78$  ; b)  $-27,501 \dots -27,3$  ; c)  $0,0021 \dots 0,0105$ .

**N° 2 L'ORDRE**

CORRIGÉ PAGE 113

1- Classer les nombres décimaux suivants par ordre décroissant :

24,375 ; 22,905 ; 1,87 ; 0,35 ; 22,809 ; 1,49 ; 22,82 ; 415,21 ; 22,9.

2- Classer les nombres décimaux suivants par ordre croissant :

 $-1,01$  ;  $-1,001$  ;  $-1,1$  ;  $-10,01$  ;  $-10,011$  ;  $-1,11$  ;  $-1,111$  ;  $-1,101$ .**N° 3 L'ENCADREMENT**

CORRIGÉ PAGE 113

Encadrer les nombres suivants par deux nombres entiers relatifs consécutifs :

1. a)  $\dots < 895,53 < \dots$  ; b)  $\dots < -95,27 < \dots$  ; c)  $\dots < 0,239 < \dots$  .  
 2. a)  $\dots < \frac{387}{10} < \dots$  ; b)  $\dots < -\frac{123}{100} < \dots$  ; c)  $\dots < \frac{17}{5} < \dots$  .  
 3. a)  $\dots < 2 + \frac{3}{10} < \dots$  ; b)  $\dots < 15 - \frac{1}{100} < \dots$  ; c)  $\dots < -1 + \frac{1}{4} < \dots$  .

**N° 4 LA NUMÉRATION DE POSITION**

CORRIGÉ PAGE 113

1. Effectuer le calcul  $324 \times 435$  (sans calculatrice).

2. En déduire les résultats des calculs suivants :

A =  $3\,240 \times 43\,500$  ; B =  $32,4 \times 435$  ; C =  $0,324 \times 4,35$  ; D =  $0,00324 \times 0,435$ .E =  $14\,094 \div 435$  ; F =  $14,094 \div 324$  ; G =  $14\,094 \div 4,35$  ; H =  $140,94 \div 32,4$ .**N° 5 LA DISTRIBUTIVITÉ**

CORRIGÉ PAGE 113

1. Calculer de tête  $20 \times 30$  ;  $20 \times 5$  ;  $7 \times 30$  ;  $7 \times 5$ .2. En écrivant que  $A = 27 \times 35 = (20 + 7)(30 + 5)$ , calculer A.**N° 6 L'ÉGALITÉ**

CORRIGÉ PAGE 113

Démontrer, sans effectuer les calculs, que :  $27 \times 6\,565 = 65 \times 2\,727$ .**N° 7 LES CALCULS PLUS SIMPLES**

CORRIGÉ PAGE 114

Effectuer le plus simplement possible les calculs suivants :

1.	A = $52 \times 99$	B = $134 \times 101$	C = $45 \times 29 + 45 \times 71$
2.	A = $81 \times 79$	B = $12,5 \times 22$	C = $24,3 \times 19,5 - 24,3 \times 17,5$ .

**N° 8 LA DIVISION**

CORRIGÉ PAGE 114

On a la division  $2\,210 \div 1A = 130$ . La lettre A remplace un chiffre. Lequel ?

ESSENTIEL	EXEMPLES	VRAI – FAUX QCM	EXERCICES
-----------	----------	-----------------	-----------

**N° 9 LES NOMBRES EN CHIFFRES**

CORRIGÉ PAGE 114

Écrire en chiffres les nombres suivants :

- Vingt-trois milliards deux cent cinquante millions dix-huit mille seize.
- Cinquante-huit unités soixante-sept millièmes.

**N°10 LES NOMBRES EN LETTRES**

CORRIGÉ PAGE 114

Écrire en lettres les nombres suivants :

2 285	5 000	2 000 500	257,25	3 480	900.
7 280	300,7	1 254,341	0,234 5	23,34	0,023

**N°11 LES CALCULS**

CORRIGÉ PAGE 115

Effectuer les calculs suivants (sans calculatrice) :

- a)  $A = 38 + 17$  ; b)  $B = 859,7 + 6875,39$  ; c)  $C = 1\,234,128 + 765,872$ .
- a)  $A = 25 - 63$  ; b)  $B = 1\,234,56 - 432,6$  ; c)  $C = 0,567\,34 - 31,562\,1$ .
- a)  $A = 18 \times 13$  ; b)  $B = 759,31 \times 0,645$  ; c)  $C = 32,564 \times 11,255$ .
- a)  $A = 125 \div 8$  ; b)  $B = 104,65 \div 1,625$  ; c)  $C = 114,555 \div 1,75$ .

**N°12 LES PRIORITÉS**

CORRIGÉ PAGE 115

Effectuer si possible les calculs suivants (sans calculatrice) :

- a)  $A = 4 \times (-9) + (-3) \times 6$  ; b)  $B = 27 - (-14) - 52 + 5$ .
- a)  $A = 2[(-3 + 1) \times 5 + 9]$  ; b)  $B = 3 - 4[2 - (5 - 11)]$ .
- a)  $A = 5,2(12,5 - 6 \times 2,1)$  ; b)  $B = (24 \times 2,5 + 1,3) - 4 + 2 \times 3$ .
- a)  $A = [(-3 + 1) \times (5 + 9)] \div 0,5$  ; b)  $B = 24 \div 6 \div 2$ .

**N°13 LA MÉNAGÈRE**

CORRIGÉ PAGE 115

Une ménagère achète au marché pour 2,50 € de beurre, 3,75 € de légumes, 4,65 € de fruits, un poulet à 5,33 € et 1,80 € de salade.

Elle avait dans son porte-monnaie 20 €.

Combien lui reste-t-il après avoir fait ses achats ?

**N°14 LE MOINS CHER**

CORRIGÉ PAGE 115

Un même produit est vendu sous différents conditionnements :

A : paquet de 1 kg à 5,20 € ; B : paquet de 500 g à 2,70 € ; C : paquet de 200 g à 1,04 € ; D : paquet de 100 g à 0,73 € avec une promotion « un acheté, le deuxième à moitié prix ».

Quel est le conditionnement le plus avantageux ?

**N°15 LE CHANGE**

CORRIGÉ PAGE 115

Sachant que le dollar vaut 0,825 euro, alors compléter :

- a) 120 dollars = ... euros ; b) 2 805 euros = ... dollars.

ESSENTIEL	EXEMPLES	VRAI – FAUX QCM	EXERCICES
-----------	----------	-----------------	-----------

# PUISSANCES - RACINES CARRÉES

Prérequis : les nombres réels, les opérations, et en particulier la multiplication.

## A- PUISSANCES

### 1- DÉFINITION

Soit  $a$  un nombre réel et  $n$  un entier naturel :  $a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ termes}}$  et  $a^1 = a$ .

### 2- FORMULAIRE

Soit  $a$  et  $b$  deux réels,  $n$  et  $m$  deux entiers naturels.

$$\Leftrightarrow a^0 = 1 \text{ si } a \neq 0.$$

$$\Leftrightarrow a^n \times a^m = a^{n+m}.$$

$$\Leftrightarrow (a^n)^m = a^{n \times m}.$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{a^n} = a^{-n} \text{ si } a \neq 0.$$

$$\Leftrightarrow \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} \text{ si } a \neq 0.$$

$$\Leftrightarrow (a \times b)^n = a^n \times b^n.$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \text{ si } b \neq 0.$$

## B- RACINES CARRÉES

### 1- DÉFINITION

Soit  $A$  un nombre réel **positif ou nul**. Le **nombre positif ou nul** dont le carré est  $A$  s'appelle la **racine carrée** de  $A$  et se note  $\sqrt{A}$ .

$$\forall A \geq 0, \forall a \geq 0, \sqrt{A} = a \Leftrightarrow A = a^2.$$

### 2- FORMULAIRE

Soit  $A$  et  $B$  deux réels **positifs** ou nuls.

$$\Leftrightarrow \sqrt{0} = 0.$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{A \times B} = \sqrt{A} \times \sqrt{B}.$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{A})^n = \sqrt{A^n}.$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}} \text{ si } A \geq 0 \text{ et } B > 0.$$

### 3- REMARQUES

Soit  $a$  un nombre réel quelconque.

$$\Leftrightarrow \sqrt{a^2} = |a|.$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{a^2} = a \text{ si } a \geq 0 ; \sqrt{a^2} = -a \text{ si } a \leq 0.$$

ESSENTIEL

EXEMPLES

VRAI - FAUX QCM

EXERCICES

**EXEMPLE 1**

1. Par quel plus petit nombre faut-il multiplier le nombre 5 880 pour obtenir un carré parfait ?
2. Quel est alors ce carré ? Quelle est la racine carrée de ce dernier ?

**SOLUTION**

1. On décompose 5 880 en produit de facteurs premiers :  $5\,880 = 2^3 \times 3 \times 5 \times 7^2$ .  
Un nombre est un carré parfait si et seulement si les exposants de ses facteurs premiers sont pairs.

Il faut donc multiplier 5 880 par  $2 \times 3 \times 5$ , soit par 30 pour avoir un carré parfait.

2.  $5\,880 \times 30 = 176\,400$  et

$$5\,880 \times 30 = 2^3 \times 3 \times 5 \times 7^2 \times 2 \times 3 \times 5 = 2^4 \times 3^2 \times 5^2 \times 7^2 = (2^2 \times 3 \times 5 \times 7)^2 = 420^2.$$

176 400 est donc un carré parfait et  $\sqrt{176\,400} = \sqrt{420^2} = 420$ .

**EXEMPLE 2**

$$\text{Simplifier la fraction } A = \frac{(0,09)^2 \times (0,001\,2)^5 \times 12,5}{(0,27)^3 \times 40^2 \times (0,001)^6}.$$

**SOLUTION**

$$A = \frac{(0,09)^2 \times (0,001\,2)^5 \times 12,5}{(0,27)^3 \times 40^2 \times (0,001)^6} = \frac{(3^2 \times 10^{-2})^2 \times (2^2 \times 3 \times 10^{-4})^5 \times 5^3 \times 10^{-1}}{(3^3 \times 10^{-2})^3 \times (2^3 \times 5)^2 \times (10^{-3})^6};$$

$$A = \frac{(3^4 \times 10^{-4}) \times (2^{10} \times 3^5 \times 10^{-20}) \times 5^3 \times 10^{-1}}{(3^9 \times 10^{-6}) \times (2^6 \times 5^2) \times (10^{-18})} = \frac{2^{10} \times 3^9 \times 5^3 \times 10^{-25}}{2^6 \times 3^9 \times 5^2 \times 10^{-24}};$$

$$A = \frac{2^4 \times 5}{10} = \frac{2^4 \times 5}{2 \times 5} = 2^3 = 8.$$

**EXEMPLE 3**

$$\text{Rendre rationnel le dénominateur de la fraction } B = \frac{2}{\sqrt{3} - 1}.$$

**SOLUTION**

On multiplie le numérateur et le dénominateur de B par l'expression conjuguée du dénominateur, c'est-à-dire par  $\sqrt{3} + 1$ .

$$B = \frac{2}{\sqrt{3} - 1} = \frac{2(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)} = \frac{2(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3})^2 - 1} = \frac{2(\sqrt{3} + 1)}{3 - 1} = \frac{2(\sqrt{3} + 1)}{2} = \sqrt{3} + 1.$$

ESSENTIEL	<b>EXEMPLES</b>	VRAI - FAUX QCM	EXERCICES
-----------	-----------------	-----------------	-----------

**N° 1 VRAI – FAUX**

Répondre par Vrai ou par Faux :

1)

a)	$(-2)^2 = -2^2$ .	V	F
b)	L'écriture scientifique de 0,000 127 est $1,27 \times 10^{-6}$ .	V	F
c)	$0,002 \times 0,000 05 = 10^{-7}$ .	V	F

2)

a)	$\sqrt{(-3)^2} = -3$ .	V	F
b)	Quels que soient les réels $a$ et $b$ , $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ .	V	F
c)	$\sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{3^2} + \sqrt{4^2} = 3 + 4 = 7$ .	V	F

3)

a)	$2^4 \times 3^4 = 6^4$ .	V	F
b)	$0,001^{-3} = 10^9$ .	V	F
c)	$\sqrt{(1 - \sqrt{2})^2} = 1 - \sqrt{2}$ .	V	F

**N° 2 QCM**1) Donner l'écriture scientifique de  $\frac{7 \times 10^{-12} \times 60 \times 10^5}{21 \times 10^4}$ .

**1**  $2 \times 10^{-10}$

**2**  $20 \times 10^{-11}$

**3**  $0,5 \times 10^{-11}$

**4**  $0,5 \times 10^{-3}$

2) Un disque a pour aire  $432 \text{ m}^2$ . On prend  $\pi = 3$ .

Le diamètre du disque est égal à :

**1** 12 m

**2** 24 m

**3** 144 m

**4** 6 m

3)  $\sqrt{2} - \sqrt{6}$  est égal à :

**1**  $-\sqrt{4}$

**2** 2

**3**  $-2\sqrt{2 - \sqrt{3}}$

**4** un nombre positif

4) Un encadrement de  $-\sqrt{3}$  est :

**1**  $-1,732 < -\sqrt{3} < -1,733$

**2**  $-1,732 < -\sqrt{3} < -1,731$

**3**  $-1,733 < -\sqrt{3} < -1,732$

**4**  $-1,731 < -\sqrt{3} < -1,732$

ESSENTIEL	EXEMPLES	<b>VRAI – FAUX QCM</b>	EXERCICES
-----------	----------	------------------------	-----------