

Chapitre I : Les pourcentages

La notation « *pour cent* » notée « % » signifie « *divisé par cent* ».

$$\text{Ainsi } 10,5\% = \frac{10,5}{100} = 0,105$$

Précision des résultats

Afin d'éviter des erreurs d'arrondi, qui peuvent être importantes dès que l'on effectue des produits ou des carrés de valeurs elles-mêmes arrondies, la règle est de faire les calculs intermédiaires avec le maximum de précision.

Seul le résultat final est donné sous forme arrondie (la précision dépend du problème traité), mais à chaque fois que le résultat intervient dans un calcul ultérieur, il est nécessaire de reprendre la valeur exacte.

NB : Les pourcentages seront fournis à 0,1 près dans la plupart des énoncés.*

* A noter : $0,1 = \frac{1}{10} = 10^{-1}$ (c'est-à-dire 10 à la puissance « moins 1 »).

Interprétation des résultats obtenus

Les résultats obtenus doivent permettre de rédiger une phrase de signification utile pour chacun d'entre eux afin de décrire la situation numérique étudiée.

Dans les exemples qui suivent plusieurs possibilités de traduire un résultat sont proposées. Il reste à choisir celle qu'il conviendra d'insérer dans l'article rédigé en fin de l'étude statistique.

Ainsi les étapes seront :

- l'analyse de la situation numérique proposée,
- le choix des calculs à effectuer et à retenir comme pertinents,
- la rédaction du bilan, synthèse des résultats décrivant la situation numérique étudiée.

Sources des données

APUR	:	Atelier parisien d'urbanisme
CREDOC	:	Centre de recherche pour l'étude et l'observation des conditions de vie
Eurostat	:	Office de la Statistique de l'Union européenne
INED	:	Institut national d'études démographiques
INSEE	:	Institut national de la statistique et des études économiques
OCDE	:	Organisation de coopération et de développement économique
OMC	:	Organisation mondiale du commerce
ONU	:	Organisation des nations unies
SMIC	:	Salaire minimum interprofessionnel de croissance
UE	:	Union européenne

Bilans sociaux, résultats d'enquêtes et de questionnaires.

▷ I-1 : Pré-requis essentiels en mathématiques

Toutes les notions mentionnées ci-dessous ont été apprises en cycle secondaire.

Les réactualiser vous sera utile avant d'aborder la statistique descriptive.

Règle des signes : $a(-b) = -ab$ $(-a)(-b) = ab$	$a < b \Leftrightarrow a - b < 0$ se lit « a inférieur à b » entraîne « $a - b$ négatif »
l'opposé de a est $-a$ $-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$	$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
Puissances $a^0 = 1$ $a^1 = a$ $a^2 = a \times a$ $a^n = a \times a \times a \dots a \quad (n \text{ facteurs})$	Cent, mille, million, milliard $10^2 = 100$ $10^3 = 1\,000$ $10^6 = 1\,000\,000$ $10^9 = 1\,000\,000\,000$
l'inverse de a est $\frac{1}{a}$ soit a^{-1} l'inverse de a^n est $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$ l'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ $a^n \times a^p = a^{n+p}$ $(ab)^n = a^n b^n$
Equations simples : $a + b = c \Leftrightarrow a = c - b$ car $a + b - b = c - b$ $ab = c \Leftrightarrow a = \frac{c}{b}$ car $\frac{ab}{b} = \frac{c}{b}$	
$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow ad = bc \Rightarrow a = \frac{bc}{d}$	$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$
Notion d'intervalle (voir chapitre II) : l'intervalle fermé $[a ; b]$ est l'ensemble des nombres réels x tel que $a \leq x \leq b$ l'intervalle $[a ; b[$ est dit « semi-ouvert à droite » car $a \leq x < b$ le milieu et l'amplitude d'un intervalle : cf. p.46	
Fonction linéaire : $y = ax$ Fonction affine : $y = ax + b$ (voir chapitres III et IV)	Fonction exponentielle (voir chapitres III et IV)
Racine carrée d'un nombre positif x C'est un nombre positif, noté \sqrt{x} , qui a pour carré ce nombre x $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$	Racine n -ième de x est $\sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}}$

Test rapide de connaissances des pré-requis

Mettre sous la forme $a \times 10^n$:

$$a = 0,00001 = 10^{-5}$$

$$b = 500\ 000 = 5 \times 10^5$$

Calculer simplement avec la calculatrice :

$$\text{L'inverse de } 166 \text{ est } \frac{1}{166} = 0,0060241 \quad \text{et l'inverse de } 0,5 \text{ est } \frac{1}{0,5} = 2$$

$$y = 1,23^{15} = 22,313961 \text{ et } x = \sqrt[10]{0,124} = 0,124^{\frac{1}{10}} = 0,8116002$$

Ecrire sous forme d'une fraction la plus simple possible puis sous forme décimale :

$$A = \frac{5}{6} + \frac{7}{9} = \frac{29}{18} = 1,61111 \qquad B = \frac{14}{15} : \frac{7}{12} = \frac{8}{5} = 1,6$$

Résoudre les équations :

$$\text{a)} 6x - 5 = 10 \Rightarrow 6x = 10 + 5 = 15 \Rightarrow x = \frac{15}{6} = 2,5$$

$$\text{b)} \frac{4}{3} - 12x = -5 \Rightarrow \frac{4}{3} - \frac{36x}{3} = -\frac{15}{3} \Rightarrow \frac{36x}{3} = \frac{4}{3} + \frac{15}{3} = \frac{19}{36} \Rightarrow 36x = 19 \\ \Rightarrow x = \frac{19}{36} = 0,527777$$

$$\text{Sachant que } a = 10 \text{ et } b = \frac{1}{10}, \text{ calculer : } A = (3ab)^2 \times (-b)^3 = -9 \times 10^{-3} = -0,009$$

Calculer x sachant que :

$$3x + 1,5 = 7 \Rightarrow x = \frac{5,5}{3} = 1,833333$$

$$\frac{2,5}{7} = \frac{31}{x} \Rightarrow x = \frac{217}{2,5} = 86,8$$

Calcul* utile nécessitant l'utilisation des règles simples du calcul algébrique :

$$\frac{x-18}{28-18} = \frac{50-14,5}{62,5-14,5} \Rightarrow \frac{x-18}{10} = \frac{35,5}{48} \Rightarrow x = \frac{35,5 \times 10}{48} + 18 = 25,39583333$$

* Une proportion est l'égalité de 2 rapports (fractions).

Il s'agit alors d'utiliser les règles qui permettent de calculer x quelle que soit sa position dans la proportion.

▷ I-2 : Calcul d'un pourcentage

$$\Leftrightarrow \text{Calcul de pourcentages} \quad \frac{n}{N} = \frac{p}{100} = p\%$$

Il s'agit de repérer l'importance d'une valeur n par rapport à un tout N .

Ce calcul revient à résoudre une équation qui se présente sous forme d'une proportion, dont on connaît 3 termes et dont on cherche le 4^e.

Exemple 2-1

Au 1^{er} janvier 2015, l'INSEE indique que la population française (y compris Mayotte) compte 66,3 millions d'habitants dont 32,1 millions d'hommes.

$$\frac{n}{N} = \frac{32,1}{66,3} = 0,4841629 \cong 0,484 = \frac{48,4}{100} = 48,4\%$$

Rép. : La population française compte donc 48,4% d'hommes.

La population compte une majorité de 51,6% de femmes.

Exemple 2-2

Une population de 12 000 personnes compte 2 004 hommes.

⇒ Donc $n = 2\ 004$ et $N = 12\ 000$

$$\frac{n}{N} = \frac{2\ 004}{12\ 000} = 0,167 = \frac{0,167}{1} = \frac{16,7}{100} = 16,7\% = \frac{167}{1\ 000} = 167\% \text{ soit } 167 \text{ pour } 1000$$

Rép. : Ainsi la population compte 16,7% d'hommes, soit 167%.

$$\text{Poursuivons le calcul : } \frac{n}{N} = \frac{2\ 004}{12\ 000} = 0,167 = \frac{0,167 \times 6}{1 \times 6} = \frac{1,002}{6} \cong \frac{1}{6}$$

Rép. : La population étudiée compte 1 homme pour 6 personnes.

La population compte donc 1 homme pour 5 femmes.

Exemple 2-3

En 1999 la Chine comptait 200 millions d'analphabètes pour 1,2 milliard d'individus.

$$\frac{200\ 000\ 000}{1\ 200\ 000\ 000} = \frac{200}{1\ 200} = 0,1666\dots \cong \frac{16,7}{100} = \frac{0,167 \times 6}{6} = \frac{1,002}{6} \cong \frac{1}{6}$$

Rép. : Le pourcentage d'analphabètes était de 16,7% et le nombre d'analphabètes était de 1 pour 6 habitants.

Exemple 2-4

En 2012, la métropole comptait 19 500 centenaires pour 63,5 millions d'habitants.

$$\frac{19\ 500}{63\ 500\ 000} = 0,000307 \cong \frac{0,0003}{1} = \frac{0,03}{100} = 0,03\% = \frac{3}{10\ 000} = \frac{0,03 \times 100}{100 \times 100}$$

Rép. : En 2012, la France compte 0,03% de centenaires, soit 3 centenaires pour 10 000 habitants.

Exemple 2-5

Les effectifs étudiants selon la formation et le sexe à l'Université Paris-Est en 2009.

Formation	Nombre	%	Sexe	Nombre	%
Initiale	26 746	86,8	Hommes	11 999	38,9
Continue diplômante	2 680	8,7	Femmes	18 817	61,1
Par apprentissage	1 390	4,5	Total	30 816	100,0
Total	30 816	100,0			

NB : Il est nécessaire de vérifier que la somme des % arrondis est bien égale à 100,0.

Comment définir la proportion d'hommes et de femmes ?

Rép. : La population compte près de 40% d'hommes donc plus de 60% de femmes, soit (près de 4 hommes pour 6 femmes) 2 hommes pour 3 femmes.

Exemple 2-6

Un échantillon comprend 0,5% d'une population de 55 millions d'individus.

$$\frac{n}{55\ 000\ 000} = \frac{0,5}{100} \quad \text{Soit } n = 55\ 000\ 000 \times \frac{0,5}{100} = 275\ 000 \text{ habitants}$$

Rép. : L'échantillon comprend 275 000 habitants.

Exemple 2-7

Une population compte 114 951 médecins, soit 211 médecins pour 100 000 habitants.

$$\frac{211}{100\ 000} = \frac{114\ 951}{N} \Rightarrow N = \frac{114\ 951 \times 100\ 000}{211} = 54\ 479\ 147$$

Rép. : Le nombre d'habitants de cette population est d'environ 54 480 000.

$$\frac{54\ 479\ 147}{114\ 951} = 473,9 \cong \frac{474}{1}$$

Rép. : Le nombre d'habitants de cette population est d'environ 54 480 000 et la population compte 1 médecin pour 474 habitants.

Exemple 2-8

Âge de la population de Barrême en 2010 - Alpes de Haute-Provence - INSEE

Tranches d'âge en années	Nombre d'habitants	% d'habitants à 0,001 près	% d'habitants à 0,1 près	% d'habitants
De 0 à moins de 15	88	17,814	17,8	17,8
de 15 à moins de 30	58	11,741	11,7	11,7
de 30 à moins de 45	103	20,850	20,9	20,9
de 45 à moins de 60	91	18,421	18,4	18,4
de 60 à moins de 75	94	19,028	19,0	19,0
de 75 à 100	60	12,146	12,1	12,2
	494	100,000	« 99,9 »	100,0

La somme des % arrondis à 0,1 près doit être égale à 100,0%.

Il est donc nécessaire de majorer l'un des % en choisissant celui permettant de faire l'erreur la plus faible. S'aider de la colonne des % à 0,001 près construite dans ce but.

Rép. : Ainsi 12,146% (très proche de 12,15%) devient 12,2% dans le tableau.

Exemple 2-9

Un article coûte 110 €TTC (taxe à 19,6%).

Calculer le poids (en %) de la taxe dans le prix TTC de l'article ?

$$\Rightarrow P_{HT} = 110 / 1,196 \cong 91,97 \text{ donc la taxe est égale à } 110 - 91,97 = 18,03 \text{ €}$$

Le poids de la taxe dans le prix TTC est de $18,03 / 110 = 0,163909 \cong 0,164$

Rép. : Le poids de la taxe correspond à 16,4% du prix TTC alors que son poids est de 19,6% du prix hors taxe.

Exemple 2-10

Calculer le montant du Smic brut mensuel* en janvier 2015 (base de 35 heures/semaine) sachant qu'il est de 9,61 €brut / heure.

$$\Rightarrow 9,61 \times 35 \times 52 = 17\,490,20 \text{ €par an et donc } 1\,457,52 \text{ €par mois.}$$

Le montant net par mois après déduction de la CSG et CRDS est de 1 135,99 € et correspond donc à 7,49 €net /heure.

$$\Rightarrow \frac{9,61 - 7,49}{9,61} = 0,2206 = 22,06\%$$

Rép. : Les charges pour le salarié au SMIC s'élèvent ainsi à 22,06% du montant brut.

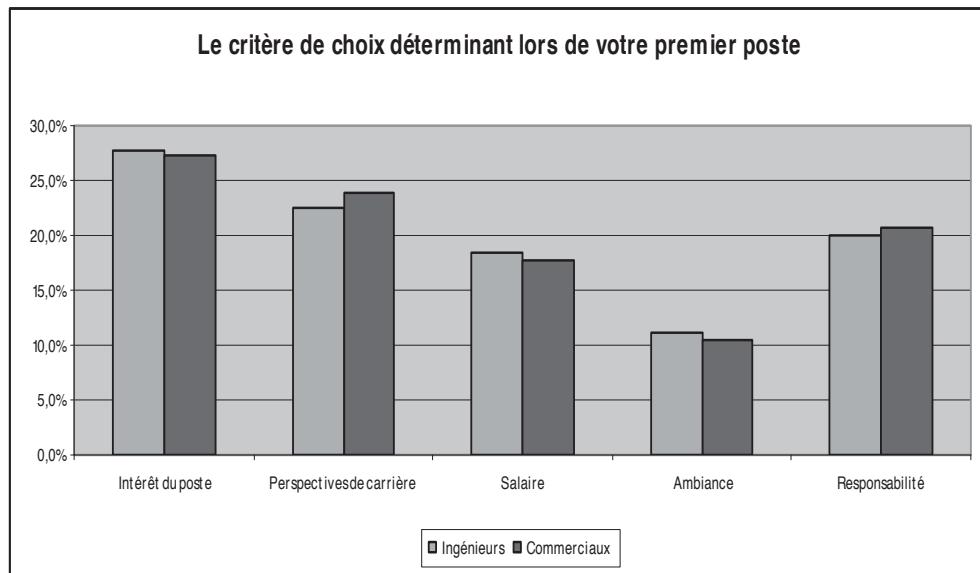
* 35 heures par semaine font 151,67 heures par mois (et non $35 \times 4 = 140$) car il y a 52 semaines dans une année.

Document 2-1 : Enquête d’opinion auprès des salariés d’une entreprise

Les salariés, ingénieurs et commerciaux, devaient fournir une réponse à la question suivante : « Quel critère a été déterminant dans le choix de votre 1^{er} emploi ? »

Questions : Calculer les %, représenter graphiquement dans un tableau informatique les données en % à l’aide d’un diagramme à barres verticales puis rédiger un bref bilan.

Critères de choix « Premier emploi »	Ingénieurs		Commerciaux		Ensemble des salariés	
	Effectif	%	Effectif	%	Effectif	%
Intérêt du poste	57	27,8	66	26,9	123	27,3
Perspective de carrière	46	22,5	61	24,9	107	23,8
Salaire	38	18,5	42	17,2	80	17,8
Ambiance	23	11,2	24	9,8	47	10,4
Responsabilité	41	20,0	52	21,2	93	20,7
Total	205	100,0	245	100,0	450	100,0



« Cette société de 450 salariés compte une majorité de 54% de commerciaux.

Cependant, qu’ils soient commerciaux ou ingénieurs, l’importance des critères de choix « 1^{er} emploi » est du même ordre : l’« intérêt du poste » apparaît le plus important avec plus de 25% des réponses suivi de « la perspective de carrière » puis de la « responsabilité », le « salaire », lui, n’atteint pas 20% et « l’ambiance » est placée en dernière position avec 10% des réponses. »

A noter : le graphique respecte l’ordre des critères proposés dans le tableau, donc dans la consigne donnée aux salariés.

Document 2-2

Adultes en recherche d'insertion professionnelle et en situation d'illettrisme - CREDOC

Objectifs : se familiariser avec les % en lignes et en colonnes et décrire brièvement l'échantillon d'adultes étudié par le CREDOC selon le sexe, la nationalité et le nombre d'enfants de la famille d'origine .

Tableau de % en colonnes (à l'unité près)

Nationalité	Hommes		Femmes		Population totale	
	Nombre	%	Nombre	%	Nombre	%
Française	121	85	160	81	281	82
Etrangère	22	15	38	19	60	18
	143	100	198	100	341	100

Tableau de % en lignes (à l'unité près)

Nationalité	Hommes		Femmes		Population totale
	Nombre	%	Nombre	%	
Française	121	43	160	57	281
Etrangère	22	37	38	63	60
Population totale	143	42	198	58	341
					100

Taille de la famille d'origine des adultes

Nombre d'enfants des familles d'origine	Effectif	%	Exemples de regroupement résumant les données
1	22	28,7	1) Plus de 7 adultes sur 10 sont issus d'une famille nombreuse de 4 enfants ou plus. (55 + 142 + 46 = 243 soit 71,3%)
2	35		
3	41		
4	55	71,3	2) 55% des adultes sont issus d'une famille nombreuse de 5 enfants au moins. (142 + 46 = 188 soit 55,1%)
5 à 9	142		
10 et plus	46		
	341	100,0	

« La population des 341 adultes en recherche d'insertion professionnelle et en situation d'illettrisme étudiée par le CREDOC est caractérisée par une majorité de 58% de femmes et une forte majorité de 82% de Français (85% chez les hommes et 81% chez les femmes).

Dans cette population, les femmes sont légèrement plus nombreuses chez les étrangers, soit 63%, que chez les Français où elles ne représentent que 57% de la population.

Ainsi l'étude porte sur une population comptant plus de 4 français pour 1 étranger et 3 femmes pour 2 hommes et ces adultes sont issus en grande majorité, plus de 70%, d'une famille nombreuse de 4 enfants ou plus. »