

ORGANISATION ET GESTION DES DONNÉES, FONCTIONS

COMMENT CALCULER UNE GRANDEUR DANS UNE SITUATION DE PROPORTIONNALITÉ ?

5^e4^e3^e

► À savoir

Pour comprendre les deux procédures expliquées dans cette fiche, on va utiliser l'exemple concret ci-dessous :

« La voiture de Juliette consomme 10 L de gasoil pour parcourir 200 km. »

PROCÉDURE PAR LINÉARITÉ MULTIPLICATIVE

Si on veut connaître la consommation de la voiture pour 600 km, c'est-à-dire 3 fois plus que 200 km, on doit comprendre que la voiture de Juliette consommera 3 fois plus de gasoil, soit 30 L (3×10).

Si l'on veut connaître la consommation de la voiture pour 100 km, c'est-à-dire moitié moins que 200 km, on doit comprendre que la voiture de Juliette consommera moitié moins, soit 5 L ($10 \times 0,5$).

Cette procédure permet de trouver des données multiples (600 km ; 30 L) ou (100 km ; 5 L) aux données initiales (200 km ; 10 L).

PROCÉDURE PAR LINÉARITÉ ADDITIVE

Si l'on veut connaître la consommation de la voiture pour 450 km (= 400 + 50), c'est-à-dire 2 fois plus que 200 km et 4 fois moins que 200 km), on doit comprendre que la voiture de Juliette consommera 2,25 ($2 + 0,25$) fois plus de gasoil, soit 22,5 L ($2 \times 10 + 0,25 \times 10$).


Cette procédure permet de trouver des données non multiples (450 km ; 22,5 L) aux données initiales (200 km ; 10 L).



TOP CHRONO

C'est l'interro !

Exercice 1.1 (2 pts)

 5 min

Quatre crayons coûtent 2,42 €. En utilisant l'une des deux procédures de cette fiche, calculer combien coûtent :


- a. Douze crayons ;
- b. Quatorze crayons.

5^e

4^e

3^e


Exercice 1.2 (4 pts)

 10 min

Dix objets identiques coûtent 22 €. En utilisant l'une des deux procédures de cette fiche, calculer combien coûtent :

- a. Trente objets identiques ;
- b. Cinq objets identiques ;
- c. Trente-cinq objets identiques ;
- d. Douze objets identiques.


Exercice 1.3 (4 pts)

 10 min

Quatre cahiers coûtent 10 €. En utilisant l'une des deux procédures de cette fiche, calculer combien coûtent :

- a. Deux cahiers ;
- b. Douze cahiers ;
- c. Six cahiers ;
- d. Quatorze cahiers.

Exercice 1.4 (4 pts)

 10 min

Quatre gommes coûtent 3 €. En utilisant l'une des deux procédures de cette fiche, calculer combien coûtent :

- a. Deux gommes ;
- b. Cinq gommes ;
- c. Onze gommes ;
- d. Vingt-et-une gommes.

5^e

À savoir

4^e3^e

DÉFINITION – *Tableau de proportionnalité*

Un tableau est dit « de proportionnalité » lorsqu'on multiplie chaque nombre d'une même ligne par le même nombre (appelé **coefficient de proportionnalité**) pour obtenir les nombres de la deuxième ligne qui correspondent.

MÉTHODES

Pour savoir si un tableau est de proportionnalité, il faut diviser chaque nombre de la deuxième ligne par le nombre de la première ligne qui correspond. Si chaque division donne le même résultat, alors le tableau est de proportionnalité.

Pour connaître la valeur d'un nombre de la deuxième ligne, il faut multiplier le nombre de la première ligne qui lui correspond par le coefficient de proportionnalité.

Pour comprendre

ex. 1 : Ce tableau est-il de proportionnalité ?

<i>Durée de location (en h)</i>	2	5
<i>Prix (en €)</i>	17	38

Solution : $\frac{17}{2} = 8,5$; $\frac{38}{5} = 7,6$ et $8,5 \neq 7,6$.

← Donc le tableau n'est pas un tableau de proportionnalité.

ex. 2 : Trouver le nombre manquant dans le tableau de proportionnalité ci-dessous.

<i>Nombre de macarons</i>	6	10	15
<i>Prix (en €)</i>	8,4	14	?

Solution : $\frac{14}{10} = 1,4$.

Donc le prix correspondant à 15 macarons est égal à : $15 \times 1,4 = 21$ € .

← On calcule d'abord le coefficient de proportionnalité.



TOP CHRONO

C'est l'interro !

Exercice 2.1 (2 pts)



Dans une station de ski, on a compté le nombre de personnes qui prennent un télésiège en un temps donné.

Durée (en min)	10	20	30	45
Nombre de personnes	76	152	258	360

Le nombre de personnes est-il proportionnel à la durée ? Expliquer.

Exercice 2.2 (2 pts)



Dans une boulangerie, les croissants sont vendus par sachet. Voici les prix pratiqués.

Nombre de croissants	8	12	15
Prix (en €)	6,80	10,20	12,75

Ce tableau est-il un tableau de proportionnalité ? Justifier la réponse.

Exercice 2.3 (2 pts)



Compléter ce tableau de proportionnalité.

Volume (en m ³)	5	7	18
Masse (en kg)	400		

Exercice 2.4 (3 pts)



Voici un énoncé de problème.

Un paquet de 200 feuilles de papier pèse 160 g.

La masse est proportionnelle au nombre de feuilles.

- Combien pèse un paquet de 250 feuilles ?
- Combien de feuilles contient un paquet de 60 g ?

Recopier et compléter ce tableau avec les données de l'énoncé, puis répondre aux questions posées.

Nombre de feuilles			
Masse (en g)			

5^e

4^e

3^e

5^e

À savoir

4^e3^e

DÉFINITION – Échelle

L'échelle d'une reproduction est le nombre par lequel sont multipliées les dimensions de la figure d'origine pour obtenir la reproduction.

Ou

$$\text{échelle} = \frac{\text{dimension sur le plan}}{\text{dimension réelle}}$$

ou

$$\text{dimension réelle} \times \text{échelle} = \text{dimension sur le plan}$$

PROPRIÉTÉ – Proportionnalité des dimensions

Les dimensions sur la figure d'origine et les dimensions sur la reproduction sont proportionnelles.

Pour comprendre

ex. 1 : À partir du tableau ci-dessous, déterminer l'échelle de la reproduction.

Distance réelle (cm)	10 000	6 250
Distance sur la reproduction (cm)	1	0,625

Solution :

$$\text{échelle} = \frac{\text{plan}}{\text{dimension réelle}} = \frac{1}{10\,000}$$

← On aurait pu également utiliser les valeurs de la deuxième colonne.

ex. 2 : Sur une carte à l'échelle 0,000 000 4 , deux villes sont séparées de 17 cm. Quelle est la distance réelle entre ces deux villes ?

Solution :

$$\begin{aligned} \text{distance réelle} &= \frac{17}{0,000\,000\,4} \\ &= 42\,500\,000 \text{ cm} = \boxed{425 \text{ km}} \end{aligned}$$

← Il suffit d'utiliser la définition.



TOP CHRONO


C'est l'interro !

Exercice 3.1 (2 pts)

 5 min


Le scooter de Damien mesure 1,5 m de long. Il en a pris une photo à l'échelle 0,06 . Combien mesure le scooter de Damien sur la photo ?

Exercice 3.2 (2 pts)

 5 min


Le microscope du professeur Nimbus grossit 5 000 fois. Il observe une bactérie de 0,0008 mm de diamètre. Quel est le diamètre apparent de la bactérie vue par le professeur Nimbus dans le microscope ?

Exercice 3.3 (4 pts)

 10 min

Sur le plan de ma maison à l'échelle 0,02 , mon jardin est représenté par un rectangle de 16 cm par 19,2 cm. Quelle est la forme et quelles sont les dimensions réelles de mon jardin ?

Exercice 3.4 (4 pts)


 10 min

Un plan de ville est à l'échelle $\frac{1}{4000}$.

- a. Recopier et compléter : « 1 cm sur ce plan représente, dans la réalité, ...cm c'est-à-dire ...m. »
- b. Recopier et compléter le tableau suivant :

Distance sur le plan (en cm)	1	4,5	...
Distance dans la réalité (en m)	300

Exercice 3.5 (2 pts)

 10 min

En 2015, la plus haute tour du monde est la tour Burj Khalifa qui se trouve à Dubaï.

Elle mesure 828 m de haut. Alex a représenté cette tour à l'échelle $\frac{1}{4000}$.

- a. Quelle est la hauteur de la tour sur son dessin ?
- b. Alex mesure 1,80 m. Peut-il se représenter sur son dessin ?

5^e

4^e

3^e

5^e

À savoir

4^e3^e

DÉFINITION 1 – Pourcentage d'une quantité

Un pourcentage d'une quantité, c'est une fraction, exprimée en centièmes, de cette quantité. $\frac{p}{100}$ se note $p\%$ qui se lit « p pour cent ».

FORMULE – Calculer un pourcentage

Calculer un pourcentage, c'est exprimer en centièmes une proportion.

DÉFINITION 2 – Échelle d'une carte

L'échelle d'une carte est le quotient d'une longueur sur la carte par la longueur réelle correspondante.

Pour comprendre

ex. : La superficie totale de la Terre est

510 065 700 km², celle des océans de

360 700 000 km².

Quel **pourcentage** de la superficie terrestre représentent les océans ?

Solution :

$$\frac{360700000}{510065700} \approx 0,71 \approx \frac{71}{100}$$

Donc la superficie des océans représente environ 71 % de la superficie terrestre.

← On calcule la proportion $\frac{\text{superficie des océans}}{\text{superficie totale terrestre}}$ puis on traduit en centièmes.